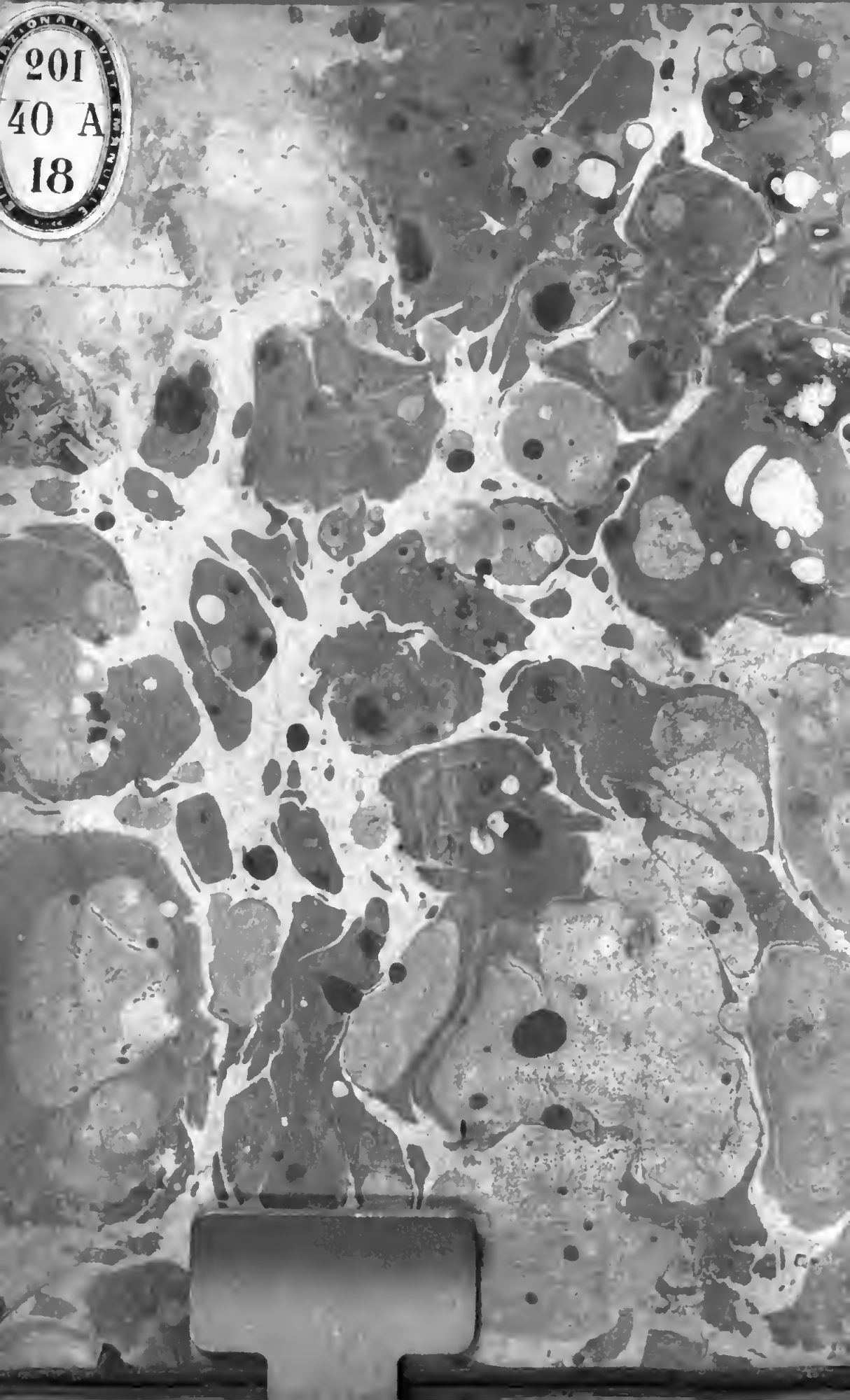
201
40 A
18



XV. A. 7

Digitized by Google

COURS
DE
MATHEMATIQUE,

QUI COMPREND

Toutes les Parties de cette Science les plus utiles & les plus neceſſaires à un homme de Guerre, & à tous ceux qui ſe veulent perfectionner dans les Mathematiques.

TOME QUATRIE'ME.

Qui contient la Mecanique & la Perſpective.

Par Mr OZANAM, Profeſſeur des Mathematiques.

VITTORIO EMANUELE BIBLIOTECA IN ROMA
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

A PARIS,
Chez JEAN JOMBERT, prés des Auguſtins, à l'Image Nôtre-Dame.

M. DC. XCIII.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

D.PT OR.ROM.S.J.

PREFACE.

LA plûpart de ceux qui ont de l'inclination pour les Mathematiques, ne ſont prevenus que des beautez ſenſibles de cette Science, ils ſont touchez par les miracles qu'elle opere, ils ſont ravis par l'admiration des ſpectacles qu'elle repreſente, ils veulent connoître ce qu'ils ont admiré, ils veulent faire ce qu'ils ne connoiſſoient pas au commencement, & ils prennent plaiſir à ſurprendre comme ils ont été ſurpris. La Mecanique & la Perſpective, qui approchent le plus des choſes ſenſibles, & qui entrent pour ainſi dire, dans les ſecrets de la Nature, peuvent être regardées comme les fruits de toutes les études qu'on a faites dans les autres Parties des Mathematiques, & ſi l'on peut comparer le Cours de cette Science à celuy de l'Année, on prendra ce Volume pour l'Automne; à cauſe des fruits qu'il

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

preſente, & des plaiſirs que l'on y prend, tout de même que les Volumes precedens peuvent être comparez aux Saiſons qui n'ont que des rigueurs, & qu'on paſſe avec peine.

Pour garder l'ordre naturel des connoiſſances, on ne peut ſe diſpenſer de traiter de la Mecanique, aprés avoir parlé des meſures & des proportions que l'on doit obſerver dans les Fortifications. Ce ne ſeroit rien que d'avoir tracé le Plan le plus juſte, ſi l'on ne pouvoit executer le deſſein qu'on a pris : & ce n'eſt pas aſſez que l'eſprit ait conçû des Figures tres-exactes, & qu'il les ait bien exprimées ſur le terrain, ſi le corps n'employe ſes forces pour l'execution de ce deſſein. Nôtre Art n'eſt pas Magique, il ne commande point aux Eſprits avec des mots & avec des figures, il n'agit que ſur des Corps, il faut employer le materiel, le dur, & le peſant, pour reſiſter quand on eſt attaqué, ou pour attaquer quand on a droit de le faire, & qu'il s'agit de maintenir l'autorité des Princes, à qui Dieu a donné le pouvoir de ſe faire juſtice par la force de leurs Armes.

L'objet des Mecaniques eſt tout ce qui eſt peſant, ce qui eſt dur, & ce qui reſiſte au changement de place. Lorſqu'il ne s'agit que de donner du mouvement, c'eſt à

la Mecanique à l'entreprendre, & comme ſes effets ſont viſibles, ils ne peuvent être ni cenſurez, ni traitez d'imaginations ou de fables. comme l'a été l'Harmonie d'Amphion qui bâtiſſoit des Villes par la force de ſon chant.

Il n'y a rien de ſi ſimple que les principes de la Mecanique, la premiere de toutes ces Machines c'eſt un Levier, c'eſt à dire un ſimple bâton, on n'a qu'à appliquer ce bâton aux maſſes les plus peſantes, & luy donner en quelque endroit menagé une Puiſſance quelque foible qu'elle ſoit, & avec cette foible Puiſſance il ébranle toute la maſſe, & la fait monter malgré toute ſa reſiſtance. C'eſt ce ménagement de force, dont je traitetay dans la premiere Partie de ce quatriéme Volume, & c'eſt en cela que conſiſte le ſecret des Mecaniques, qu'on ne doit pas moins eſtimer à cauſe de ce nom, que l'uſage a donné à la plûpart des Arts qui tirent leur prix de la neceſſité, & qui ſouvent ſont plus ingenieux que ceux qui n'ont que le plaiſir pour objet.

C'eſt à la Mecanique qu'on doit l'invention des Horloges à Rouës, & les nouvelles découvertes qui ont été faites de l'uſage des nerfs, des muſcles, & des vaiſſeaux, de la circulation admirable du ſang,

du mouvement des eſprits, & de la maniere dont les ſens operent, qui a été renduë ſi évidente, qu'on a été contraint de reconnoître que le Corps animé n'eſt qu'une Machine. Les nouveaux Medecins ſortis des Ecoles des Mathematiciens ont pouſſé leur vûë encore plus avant, ils ont découvert par le moyen des Inſtrumens que l'Optique leur a fournis, les reſſorts des Machines vivantes, abregez & recüeillis dans leurs ſemences, dont l'augmentation ſe fait par la chaleur qui étend les parties ſuivant les regles du mouvement.

Si l'on veut faire rendre compte aux autres Arts de ce qu'ils ont emprunté de la Mecanique, l'on trouvera qu'ils luy ſont tous redevables de ce qu'ils ont de plus beau; par exemple la Peinture doit à la Mecanique la proportion des attitudes qu'elle donne aux Animaux, & c'eſt par les Loix de cette Science, que la Phyſique même explique les Syſtemes du mouvement des Aſtres, l'impoſſibilité de la rencontre des Atomes d'Epicure, les experiences ſurprenantes de l'Aimant, & tous les effets qui ſe font dans le vuide.

Ceux qui voudroient mépriſer la Perſpective qui fait la ſeconde Partie de ce Volume, pourroient dire qu'elle n'a été inventée que pour le plaiſir de la vûë, &

pour un plaiſir d'autant plus blâmable qu'il eſt accompagné d'erreur, & qu'il en dépend d'une telle maniere, qu'on ne trouve pas une Perſpective bien faite, à moins qu'elle ne trompe : car ſi elle découvre la verité, elle paſſe pour groſſiere, elle dégoute, & on ne la ſçauroit ſouffrir. On n'auroit point fait d'honneur à ces deux Peintres, dont l'un trompa les Oiſeaux, & l'autre ſon adverſaire, s'ils avoient expoſé la verité, c'eſt à dire ſi le premier avoit expoſé de veritables raiſins, & ſi le ſecond avoit couvert ſon Tableau d'un veritable rideau; mais parce qu'ils ont abuſé de la prevention des Bêtes & des Hommes, la memoire de leurs Ouvrages a paſſé à la Poſterité. Peut-on appeller la Perſpective un Art, diront-ils, puiſqu'elle ne travaille que ſur l'erreur, & que la tromperie eſt ſa matiere, auſſi-bien que ſa fin; on pourroit faire cet honneur à l'yvrognerie & à la folie, qui donnent des viſions encore plus trompeuſes ; on pourroit faire cas des breuvages qui cauſeroient des ſonges tels que les voudroit celuy qui mêleroit les drogues qui auroient cette vertu ; cet Art ſeroit preferable à celuy de deviner par les ſonges, & devroit être plus eſtimé que la Perſpective, parce que les ſonges ont plus de durée, plus de varieté, & plus d'action. Enfin diront-ils, on ne void pas à

quoy la Perſpective eſt bonne, ſi ce n'eſt pour le plaiſir, & quelquefois pour un divertiſſement blâmable, puiſque les Charlatans s'en ſervent pour abuſer les credules, & pour donner credit aux ſuperſtitions de la Magie.

Il eſt vray que le plaiſir eſt une des fins que ſe propoſe la Perſpective, & je ſerois bien fâché qu'elle n'eût pas ce charme qui la rend ſi precieuſe; mais elle n'eſt pas criminelle pour avoir des charmes, & parce qu'elle flatte un ſens qui ſemble n'être fait que pour les plaiſirs innocens. Le ſpectacle du Monde en quelque temps & en quelque lieu qu'on le voye, eſt une admirable Perſpective, que Dieu a faite pour divertir les yeux, & pour repreſenter une partie de ſa grandeur par la belle diſpoſition des choſes viſibles: toutes les regles de la Perſpective y ſont obſervées, les éloignemens y ſont marquez par des couleurs plus confuſes, & comme on appelle aërées, & par les grandeurs racourcies à proportion que les objets s'éloignent davantage, ou ſont vûs ſous de plus petits angles. Ce ſont ces meſures & ces proportions que la Perſpective étudie, qu'elle imite, & qu'elle obſerve. Elle ne peut être blâmée avec juſtice, quand elle peut ſe juſtifier par l'imitation du prototype ou original que Dieu luy a tracé.

PREFACE.

Qui ne diroit à voir des hommes d'un lieu extrémement éloigné & élevé, qu'ils ne ſont pas plus hauts que des nains, & que les chevaux ne ſont pas plus gros que des moutons? Qui ne croiroit que les couleurs ſont toutes brunes, quand on les void d'un lieu où leur force ne peut aller pour ſe faire diſtinguer? Ce ne ſont pas des erreurs, ce ſont des neceſſitez que les loix de la Nature nous impoſent. On ne peut voir que par le miniſtere de la lumiere, & la lumiere ſe communique par des rayons ou lignes droites qui ne peuvent pas être paralleles, ni garder les mêmes diſtances entre elles, parce qu'il faut que pour ſervir de moyens aux yeux des hommes, elles s'y rencontrent en des points, où elles faſſent la peinture des objets, & forment des angles viſuels, dont l'ouverture fait juger de la grandeur ou de la petiteſſe des objets, ſelon que cette ouverture eſt plus grande, ou plus petite.

Ce n'eſt donc pas l'erreur que la Perſpective entreprend de cauſer, mais elle imite la verité qui nous repreſente par tout nôtre foibleſſe. La Perſpective ſuppoſe que nôtre vûë eſt ſujette à perdre la diſtinction de ſes objets à meſure qu'elle s'en éloigne, & ſi elle repreſente cette foibleſſe, c'eſt une verité, & non pas une erreur. Il n'y a point de comparaiſon à faire entre les beautez de la

Perſpective & les erreurs des ſonges, parce que ces ſonges n'ont aucunes regles, & que la Perſpective en a de tres-certaines & invariables; les ſonges ne produiſent que du trouble, & jettent toûjours les hommes dans l'erreur, au lieu que la Perſpective étudie la diſtinction, & l'obſerve exactement, afin de marquer les éloignemens & les diſtances, & empêcher de croire que tout ce que l'on void, eſt également proche, ou éloigné de nous.

Si nous voulons faire juſtice à la Perſpective, nous dirons que ſa veritable fin eſt de découvrir l'erreur & de la corriger, en faiſant voir que les differentes repreſentations des objets ſont fondées ſur les regles certaines de la Nature, & que tout ce qui ſurprend les hommes curieux des choſes extraordinaires n'a rien de ſurnaturel; que les ſpectacles les plus ſurprenans ſe font par l'obſervation de certaines meſures, & que le moindre de tous les hommes peut faire avec les regles de cette Science, que les Charlattans attribuent à l'Art magique, & au miniſtere des Demons. Ces repreſentations qu'on a faites à Paris, où l'on a joüé les faux Sorciers avec des jeux de Perſpective, ont plus détrompé le menu Peuple de ſa ſotte facilité à croire les choſes extraordinaires, que tout ce que la politique auroit pû inventer pour purger le mon-

de d'une curioſité toûjours pernicieuſe.

Je ne traiteray pas ici de la Perſpective qui regarde les couleurs, & je ne m'arrêteray pas à rendre raiſon de ces jeux que la Dioptrique & la Catoptrique font pour divertir les yeux, & pour faire admirer les variations des couleurs & des apparences, ce ſera pour les Recreations Mathematiques que je reſerve ces curioſitez. Je ne parle ici que des principes de la Perſpective, & des regles aſſurées qu'elle a établies pour diſcerner les effets des éloignemens, & pour prendre les hauteurs & les racourciſſemens de tous les objets proches, ou éloignez; pour enſeigner aux Peintres la perfection de leur Art, les hauteurs, & les meſures des Figures, des Meubles, des pieces d'Architecture, la hauteur qu'ils doivent donner aux ſtatuës, la pente que doivent avoir les Bâtimens, & l'angle pour le Point de vûë, afin que tout paroiſſe dans une juſte proportion; aux Architectes & aux Ingenieurs, la repreſentation de leurs deſſeins dans un petit eſpace, en élevant une partie de leurs Ouvrages, & en laiſſant l'autre en plan; & enfin pour donner des regles aux Orfévres, aux Brodeurs, aux Peintres en argent, en ſoye, & en laine, aux Menuiſiers de marqueterie, ou de placage, & à tous ceux qui ſe mêlent de Deſſeins & de Peinture.

TABLE

Des Titres contenus dans la Mecanique.

TRaité de Mecanique. Page 1
Définitions. 2
Suppoſitions. 11
Axiomes. 14

LIVRE PREMIER.

Des Machines ſimples & compoſées.

CHAPITRE I.

De la Balance.

PROPOSITION I. Theorême. *Si deux Poids attachez aux extremitez d'une Balance horizontale ſont entre eux reciproquement comme leurs diſtances du Point fixe, ils ſeront en Equilibre.* 21

PROP. II. Theor. *Si une Balance qui a ſon Centre de Mouvement en deſſus, & qui porte à ſes extremitez deux Poids également éloignez du Point fixe, eſt horizontale, elle demeurera dans cette ſituation: mais ſi on luy donne une autre ſitua-*

tion, en l'inclinant d'un côté ou d'autre, elle retournera dans ſa premiere ſituation. 24

PROP. III. Theor. *Si une Balance qui a ſon Centre de Mouvement en deſſous, & qui eſt chargée de deux Poids égaux attachez à ſes extremitez, & également éloignez du Point fixe, eſt horizontale, elle demeurera dans cette ſituation : mais ſi on l'incline tant ſoit peu d'un coſté ou d'autre, elle continuëra de s'incliner vers le même côté, juſqu'à ce qu'elle ait acquiſe une ſituation perpendiculaire à l'Horizon.* 26

PROP. IV. Problême. *Etant connuë la peſanteur de deux Poids appliquez aux extremitez d'une Balance, dont la longueur eſt connuë, trouver ſur cette Balance le Centre commun de Mouvement.* 28

PROP. V. Probl. *Etant connuë la longueur & la peſanteur d'une Balance ayant à l'une de ſes extremitez un Poids, dont la peſanteur eſt auſſi connuë, trouver ſur cette Balance le Point fixe, autour duquel ſa peſanteur & celle du Poids, demeurent en Equilibre.* 30

PROP. VI. Probl. *Pluſieurs Poids d'une peſanteur connuë étant appliquez à une Balance, trouver ſur cette Balance le Centre commun de gravité de tous ces Poids.* 31

PROP. VII. Probl. *Deux Poids étant donnez, dont le plus grand eſt ſuſpendu à l'une des deux extremitez d'une Balance, dont la longueur & la peſanteur ſont connuës, & dont le Point fixe eſt auſſi donné, ſuſpendre le plus petit, en ſorte qu'étant aidé de la peſanteur de la Balance, il tienne le plus grand en Equilibre autour du Point fixe.* 33

PROP. VIII. Probl. *Conſtruire une Balance trom-*

penſe, qui demeure en Equilibre, étant vuide, & auſſi étant chargée de Poids inégaux. 36

CHAPITRE II.

Du Levier.

PROPOSITION I. Theorême. *Si une Puiſſance qui a ſa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier parallele à l'Horizon, ſoûtient un Poids à l'aide de ce Levier, il y aura même Raiſon de la Puiſſance au Poids, que de la diſtance du Poids, à la diſtance de la Puiſſance au Point fixe.* 39

PROP. II. Probl. *Enlever un Fardeau, dont la peſanteur eſt connuë avec une petite force, par le moyen d'un Levier.* 42

PROP. III. Theor. *Ce que la Puiſſance gagne en force, lorſqu'elle meut un Poids avec un Levier, elle le perd en eſpace de temps & de lieu.* 43

PROP. IV. Theor. *Si une Puiſſance dont la Ligne de direction eſt perpendiculaire à un Levier, ſoûtient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité ſoit en deſſus, elle doit être plus grande pour le ſoûtenir, lorſque le Levier ſera horizontal, que quand il ſera incliné & que le Poids ſera élevé: & encore plus grande quand il ſera abaiſſé.* 45

PROP. V. Theor. *Si une Puiſſance, dont la Ligne de direction eſt perpendiculaire à un Levier, ſoûtient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité ſoit en deſſous, elle doit être moindre pour le ſoûtenir, lorſque le Levier ſera horizontal, que quand il ſera incliné, & que le Poids ſera élevé, & encore moindre quand le Poids*

ſera abaiſſé. 47

PROP. VI. Theor. *Si deux Puiſſances ſoûtiennent un Poids à l'aide d'un Levier parallele à l'Horizon, celle qui ſera la plus proche de ce Poids, en ſoûtiendra une plus grande partie que celle qui en ſera plus éloignée.* 49

CHAPITRE III.

De la Poulie.

PROPOSITION I. Theorême. *Lorſqu'une Puiſſance tire ou ſoûtient un Poids à l'aide de pluſieurs Poulies, chaque Poulie par deſſus laquelle paſſe la corde, eſt équivalente à un Levier de la premiere eſpece, & chaque Poulie par deſſous laquelle la Corde paſſe, repreſente un Levier de la ſeconde eſpece.* 52

PROP. II. Theor. *Lorſqu'une Puiſſance ſoûtient un Poids par le moyen de pluſieurs Poulies, toutes les parties de la Corde ſont également tenduës.* 54

PROP. III. Theor. *Lorſqu'une Puiſſance ſoûtient un Poids par le moyen de pluſieurs Poulies, elle eſt telle partie du Poids, que l'unité eſt du nombre des parties de la Corde, appliquées aux Poulies d'en bas.* 56

PROP. IV. Theor. *Ce que la Puiſſance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide de pluſieurs Poulies, elle le perd en eſpace de temps & de lieu.* 58

CHAPITRE IV.

De la Rouë par ſon Aiſſieu.

PROPOSITION I. Theorême. *Si un Poids eſt ſoûtenu par le moyen d'une Rouë mobile avec ſon*

Aiſſieu autour de ſon Centre, par une Puiſſance, dont la Ligne de direction touche la circonference de cette Rouë; la Puiſſance ſera au Poids, comme le Rayon de l'Aiſſieu eſt au Rayon de la Rouë. 60

PROP. II. Theor. *Ce que la Puiſſance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide d'une Rouë par ſon Aiſſieu, elle le perd en eſpace de temps & de lieu.* 62

CHAPITRE V. *Du Coin.* 64

CHAPITRE VI. *De la Vis.* 67

CHAPITRE VII.

Des Machines compoſées.

DE la Balance. 71

Du Levier. 71

De la Poulie. 74

De l'Aiſſieu dans la Rouë. 76

Du Coin. 80

De la Vis. 81

LIVRE SECOND.

De la Statique.

CHAPITRE I.

De la décente libre des Corps peſans.

PROPOSITION I. Problême. *Etant connu l'eſpace qu'un Corps peſant parcourt en un temps déterminé, trouver l'eſpace qu'il parcourra dans un temps donné.* 85

PROP. II. Probl. *Etant connu le temps qu'un Corps peſant*

peſant employe pour décendre d'un eſpace déterminé, trouver le temps qu'il doit employer pour décendre d'un autre eſpace donné. 86

PROP. III. Theor. *La force qui porte un Corps perpendiculairement en haut, ſe diminuë également.* 87

PROP. IV. Probl. *Etant connu le temps qu'un Corps peſant demeure à décendre d'une hauteur connuë, trouver de combien il décendra à chaque partie de ce temps.* 89

LEMME. *Dans une Progreſſion arithmetique, toutes les ſommes de deux termes également éloignez des deux extrémes ſont égales chacune à la ſomme des deux extrémes.* 90

PROP. V. Theor. *La force qui pouſſe de bas en haut un Corps peſant à une certaine hauteur, le porteroit dans le même temps à une hauteur double, ſi elle ne ſe diminuoit point.* 91

PROP. VI. Theor. *Deux Puiſſances pouſſent un Corps peſant de bas en haut, à des hauteurs, qui ſont entre elles comme les quarrez des deux nombres qui expriment la Raiſon de ces deux Puiſſances.* 92

PROP. VII. Theor. *La force qu'un Corps peſant acquiert en tombant, le fait remonter à la même hauteur.* 94

PROP. VIII. Theor. *Si une Puiſſance pouſſe horizontalement un Corps peſant de bas en haut, elle luy fera parcourir en montant & en décendant, une Ligne Parabolique.* 98

PROP. IX. Theor. *Les lignes des projections obliques ſont auſſi Paraboliques.* 100

CHAPITRE II.

De la décente des Corps pesans sur les Plans inclinez.

PROPOSITION I. Theorême. *Si une Puissance soûtient un Poids spherique, qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui passant par le Centre de gravité du Poids soit parallele à l'hypotenuse du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaison du Plan; cette Puissance sera à la partie du Poids, qui presse le Plan, comme la hauteur du Triangle rectangle, est à l'hypotenuse.* 102

PROP. II. Theor. *Si une Puissance soûtient un Poids Spherique qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui étant parallele à cette Base, passe par le Centre de gravité du même Poids; la Puissance sera au Poids, comme la hauteur du Plan incliné à la longueur de sa Base.* 105

PROP. III. Theor. *Si deux Poids Spheriques attachez avec une Corde parallele à l'Horizon, par leurs Centres de gravité, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre sur deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs bases posées sur un même Plan parallele à l'Horizon, ils seront entre eux comme les longueurs de ces Bases.* 108

PROP. IV. Theor. *Si deux Poids Spheriques attachez par leurs Centres de gravité avec une Corde, qui passant par dessus une Poulie se replie de telle sorte que ses deux parties soient paralleles à deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs*

Baſes poſées ſur un même Plan parallele à l'Horizon, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre ſur les deux Plans inclinez, ils ſeront entre eux comme les longueurs de ces Plans inclinez. 109

PROP. V. Theor. *Si la Peſanteur abſoluë d'un Poids poſé ſur un Plan incliné, eſt à celle d'un autre Corps peſant qui tombe perpendiculairement, comme la hauteur du Plan incliné eſt à ſa longueur, ces deux Poids ſeront en Equilibre.* 111

PROP. VI. Theor. *Si de deux Poids égaux l'un décend perpendiculairement, & l'autre ſur un Plan incliné, leurs Peſanteurs relatives ſeront reciproquement proportionnelles à la longueur du Plan, & à ſa hauteur.* 112

PROP. VII. Theor. *Si de deux Poids égaux l'un décend ſur un Plan incliné, & l'autre ſur un autre Plan incliné de même hauteur, leurs Peſanteurs relatives ſeront reciproquement proportionnelles aux longueurs de ces deux Plans.* 114

PROP. VIII. Theor. *Les Peſanteurs relatives de deux Poids égaux poſez ſur deux Plans inclinez de même hauteur, ſont entre elles comme les hauteurs qui répondent à des parties égales de leurs Plans inclinez.* 115

PROP. IX. Theor. *Si une Puiſſance ſoûtient un Poids Spherique qui tend à rouler ſur un Plan incliné, dont la Baſe eſt parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui paſſant par le Centre de gravité du Poids, rencontre en un point l'hypotenuſe du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaiſon du Plan; cette Puiſſance ſera au Poids, comme le Sinus de l'Angle d'inclinaiſon, au Sinus du Complement de l'Angle de traction.* 116

PROP. X. Theor. *Si deux Puiſſances ſoûtiennent un Poids par le moyen d'une Corde, qui ſe repliant*

par la peſanteur de ce Poids placé entre les deux Puiſſances, faſſe un Angle droit, elles ſeront reciproquement proportionnelles aux parties de la Corde. 121

PROP. XI. Theor. *Si une Corde lâche eſt attachée par ſes deux bouts, elle ſe ploiera en ligne courbe.* 126

PROP. XII. Theor. *Si un Corps peſant eſt ſuſpendu par deux Cordes qui étant prolongées ſe rencontrent, ſon Centre de gravité ſe mettra dans la ligne droite tirée du centre de la Terre par le point où ces deux Cordes ſe rencontreront.* 127

PROP. XIII. Probl. *Connoiſſant la Peſanteur abſoluë d'un Corps Spherique poſé ſur un Plan incliné, dont on connoît la longueur & la hauteur, trouver la partie de ce Poids, qui peſe ſur ce Plan.* 128

PROP. XIV. Probl. *Un Poids Spherique, dont la peſanteur eſt connuë, étant poſé ſur un Plan incliné, dont la longueur & la hauteur ſont connuës, trouver la quantité de la Puiſſance qui le peut ſoûtenir, en le tirant par une Ligne de direction, qui étant parallele au Plan incliné, paſſe par le Centre de cette Sphere.* 129

PROP. XV. Theor. *Les Viteſſes d'un même Mobile ſur deux Plans diverſement inclinez, ſont entre elles comme les Peſanteurs relatives ſur les mêmes Plans : & reciproquement comme les longueurs de ces Plans, quand ils ont une même hauteur.* 130

PROP. XVI. Probl. *Trouver l'eſpace qu'un Corps peſant doit parcourir ſur un Plan incliné dans le même temps qu'il employeroit à parcourir un eſpace déterminé ſur un Plan vertical.* 131

DES TITRES.

CHAPITRE III.

Du Centre de gravité.

SECTION I.

Du Centre de gravité des Lignes.

PROPOSITION I. Theorême. *Le Centre de gravité de deux grandeurs prises ensemble, est dans la ligne droite qui passe par leurs Centres de gravité.* 138

PROP. II. Theor. *Le Centre commun de gravité de deux grandeurs, divise la ligne droite qui joint leurs Centres de pesanteur, en deux parties qui leurs sont reciproquement proportionnelles.* 139

PROP. III. Theor. *Si plusieurs grandeurs égales en pesanteur, & également éloignées entre elles, sont tellement disposées, que leurs Centres de gravité soient en droite ligne; leur Centre commun de gravité sera au milieu de cette ligne droite.* 140

PROP. IV. Theor. *Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs est dans la ligne droite tirée par leurs Centres de pesanteur.* 141

PROP. V. Theor. *Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs divise la ligne droite tirée par leurs Centres de pesanteur, en deux parties reciproquement proportionnelles aux parties de la plus grande de ces deux quantitez.* 142

PROP. VI. Probl. *Trouver le Centre commun de gravité de deux grandeurs données, dont les Centres de pesanteur sont connus.* 143

PROP. VII. Probl. *Trouver le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs données, dont les Centres de pesanteur sont connus.* 144

PROP. VIII. Probl. *Trouver le Centre de gravité*

d'une Ligne droite. 144
PROP. IX. Probl. *Trouver le Centre de gravité de deux Lignes droites.* 145
PROP. X. Probl. *Trouver le Centre commun de peſanteur de pluſieurs Lignes droites données.* 146
PROP. XI. Probl. *Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Triangle.* 147
PROP. XII. Probl. *Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Quadrilatere.* 148
PROP. XIII. Probl. *Trouver le Centre de Peſanteur du Contour d'un Polygone.* 150
PROP. XIV. Theor. *Si l'on diviſe un arc de Cercle en autant d'arcs égaux que l'on voudra, en nombre pairement pair, la Raiſon de la ſomme des cordes de tous ces arcs, à la moitié de la corde du grand arc, ſera égale à celle du Sinus du complement de la moitié de l'un des petits arcs, à la diſtance du Centre du Cercle, & du Centre commun de gravité des cordes de tous ces petits arcs.* 151
PROP. XV. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'un arc de Cercle donné.* 153
PROP. XVI. Probl. *Connoiſſant le Centre de gravité d'un Arc de cercle, trouver celuy d'un Arc double.* 154
PROP. XVII. Probl. *Trouver le Centre commun de gravité d'un Arc de cercle donné, & de ſa Corde.* 155
De la Ligne Quadratrice. 155
Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jeſus à l'Auteur. 161

SECTION II.

Du Centre de gravité des Plans.

PROPOSITION I. Theorême. *Le Centre de gravité d'un Parallelogramme eſt en quelque point*

de la ligne droite qui paſſe par le milieu de deux côtez oppoſez. 170
PROP. II. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'un Parallelogramme donné.* 170
PROP. III. Theor. *Le Centre de gravité d'un Triangle eſt dans la ligne droite qui paſſe par l'un des Angles, & par le milieu de ſon côté oppoſé.* 171
PROP. IV. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'un Triangle donné.* 172
PROP. V. Theor. *Le Centre de gravité d'un Trapezoïde eſt dans la ligne droite, qui diviſe en deux également chacun des deux côtez paralleles.* 173
PROP. VI. Probl. *Trouver le Centre de Peſanteur d'un Trapeze donné.* 174
PROP. VII. Probl. *Trouver le Centre de peſanteur d'un Polygone donné.* 175
PROP. VIII. Theor. *Si l'on diviſe un Arc de Cercle en autant d'autres petits Arcs égaux que l'on voudra, en nombre pairement pair, le Centre de gravité de la Figure compriſe par les Cordes de tous ces petits Arcs, & par les deux Rayons tirez des deux extremitez, eſt éloigné du Centre commun de peſanteur de toutes ces Cordes, d'une diſtance égale au tiers de celle de ce même Centre commun de gravité des Cordes au Centre du Cercle.* 176
PROP. IX. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Cercle donné.* 178
PROP. X. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Cercle donné.* 179
PROP. XI. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'une Lunulle.* 180
PROP. XII. Theor. *Le Centre de gravité d'une Section Conique eſt dans ſon Diametre.* 181
PROP. XIII. Theor. *Si ſur tant d'Ordonnées qu'on*

voudra à un même Diametre d'une Section Conique, l'on décrit autant de Triangles qui ayent leurs pointes au ſommet de cette Section Conique, chacun de ces Triangles, & les Trapezes qui ſe trouveront dans la Section Conique, auront leurs Centres de gravité dans le Diametre de la même Section Conique. 182

PROP. XIV. Theor. *Les Centres de gravité de deux Paraboles quelconques diviſent ſemblablement les Diametres.* 183

PROP. XV. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'une Parabole donnée.* 187

PROP. XVI. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'une Parabole tronquée.* 189

PROP. XVII. Theor. *Si l'on décrit un Cercle autour d'une Ellipſe, & que l'on tire ſur le grand Axe une perpendiculaire quelconque, les Segmens du Cercle & de l'Ellipſe auront un même Centre de gravité.* 190

Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jeſus à l'Auteur. 192

Methodus ad inveniendum Centrum gravitatis in novâ Quadratrice D. Tſchirnhaus. 196

LEMMA I. 199

LEMMA II. 200

LEMMA III. 201

LEMMA IV. 202

SECTION III.

Du Centre de gravité des Solides.

PROPOSITION I. Theorême. *Si l'on coupe un Priſme par un Plan parallele aux deux Plans oppoſez, la Section ſera un Plan égal & ſemblable à chacun de ces deux Plans oppoſez: & ſon Centre de gravité ſera dans la ligne droite qui*

paſſe par les Centres de peſanteur des deux mêmes Plans oppoſez. 206

PROP. II. Theor. *Le Centre de gravité d'un Priſme eſt au milieu de la ligne droite qui paſſe par les Centres de gravité de deux Plans oppoſez.* 208

PROP. III. Theor. *Si l'on coupe une Pyramide par un Plan parallele à ſa baſe, la Section ſera un Plan ſemblable à cette baſe, & ſon Centre de gravité ſera dans la ligne droite, qui paſſe par le Centre de peſanteur de la baſe & par la pointe de la Pyramide.* 209

PROP. IV. Theor. *Le Centre de gravité d'une Pyramide eſt dans la ligne droite qui paſſe par une de ſes pointes & par le Centre de peſanteur du Plan oppoſé à cette pointe.* 211

PROP. V. Theor. *Le Centre de gravité d'un Hemiſphere eſt dans le Demi-diametre perpendiculaire au Diametre de ſa Baſe.* 213

PROP. VI. Theor. *Le Centre de gravité d'un Hemiſphere diviſe ſon Axe en deux parties, dont celle qui eſt la plus proche de la Surface, eſt à l'autre, comme 5 eſt à 3.* 214

ROP. VII. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'un Cone.* 216

PROP. VIII. Theor. *Le Centre de gravité d'un Paraboloïde eſt le même que celuy du Triangle qui a pour Hauteur la Hauteur du Paraboloide, & pour Baſe le Diametre de la Baſe du même Paraboloïde.* 218

PROP. IX. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Sphere.* 219

PROP. X. Probl. *Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Sphere.* 220

PROP. XI. Theor. *Si un Segment de Sphere, & un Segment de Spheroïde, ont un même Axe, &*

leurs Baſes ſur un même Plan, ils auront auſſi un même Centre de gravité. 221

LIVRE TROISIE'ME.

De l'Hydroſtatique.

CHAPITRE I.

Des Theorêmes.

THEOREME I. *Une liqueur peſante contenuë dans un Cylindre perpendiculaire à l'Horizon, tend à ſortir par en bas avec une force proportionnée à ſa hauteur dans le Tuyau.* 225

THEOR. II. *Si deux Cylindres de ſemblable liqueur ſont d'égale hauteur, & d'inégale groſſeur, & perpendiculaires à l'Horizon, la liqueur tend à ſortir par l'ouverture d'en bas dans chacun avec une force proportionnée à ſa Baſe.* 227

THEOR. III. *Si deux Tuyaux d'inégale groſſeur ont enſemble communication par un troiſiéme Tuyau parallele à l'Horizon, la liqueur qu'on verſera dans l'un de ces deux Tuyaux, ſe placera de niveau en montant dans l'autre Tuyau.* 230

LEMME. *Si deux Cylindres égaux en groſſeur & en peſanteur ſont de differente matiere, leurs longueurs ſeront entre elles reciproquement comme les peſanteurs ſpecifiques de leurs matieres.* 232

THEOR. IV. *Deux liqueurs differentes étant verſées dans deux Tuyaux qui ont communication entre eux par un troiſiéme Tuyau parallele à l'Horizon, leurs hauteurs ſeront reciproquement proportionnelles à leurs gravitez ſpecifiques, lorſque leurs peſanteurs relatives ſeront égales.* 233

THEOR. V. *Si un Cylindre de quelque liqueur peſante eſt incliné à l'Horizon, la peſanteur relative de cette liqueur dans ſon Tuyau, eſt à la force avec laquelle elle tend à ſortir par l'ouverture d'en bas du Tuyau, comme la longueur du même Tuyau eſt à ſa hauteur.* 234

THEOR. VI. *Si un Tuyau perpendiculaire à l'Horizon, & plus gros par un bout que par l'autre, eſt rempli de liqueur peſante, cette liqueur aura la même force pour ſortir par l'ouverture d'en bas, que ſi cette ouverture étoit égale à celle d'en haut.* 235

THEOR. VII. *Un Corps dont la peſanteur eſt égale à celle du Volume de la liqueur dont il occupe la place, demeure en Equilibre dans un Vaiſſeau plein de cette liqueur.* 237

THEOR. VIII. *Un Priſme dont la Peſanteur ſpecifique eſt moindre que celle de l'eau, étant poſé dans le fond d'un Vaſe, ſera en Equilibre, lorſqu'on y aura verſé une telle quantité d'eau, que la hauteur de l'eau ſera à celle du Priſme, reciproquement comme la gravité ſpecifique du Priſme eſt à celle de l'eau.* 242

CHAPITRE II.

Des Problêmes.

PROBLEME I. *Trouver la Proportion qui eſt entre les Gravitez ſpecifiques de pluſieurs differentes liqueurs.* 243

PROBL. II. *Connoître la Raiſon qui eſt entre la Gravité ſpecifique d'une liqueur, & celle d'un ſolide plus peſant que cette liqueur.* 244

PROBL. III. *Trouver la charge que peut porter un Vaiſſeau ſur l'eau de la Mer, ou d'une Ri-*

viere. 250
PROBL. IV. *Etant connuë la Peſanteur d'un Priſme, marquer juſtement de combien il ſe doit enfoncer dans l'eau.* 251
PROBL. V. *Connoître par l'Hydroſtatique ſi une piece douteuſe d'or ou d'argent eſt bonne ou fauſſe.* 253

CHAPITRE III.

Des Machines Hydrauliques.

Des Pompes. 258
Des Barometres. 264
Des Thermometres. 265
Des Hygrometres. 266
Des Æolipyles. 267
Des Clepſydres. 268

Fin de la Table des Titres.

Extrait du Privilege du Roy.

PAr grace & Privilege du Roy, il eſt permis au ſieur Ozanam, Profeſſeur en Mathematique, de faire imprimer, vendre & diſtribuer un Livre intitulé *Cours de Mathematique, qui comprend toutes les parties de cette Science les plus utiles & les plus neceſſaires, &c. Avec des Recreations Mathematiques & Phyſiques, &c.* en un ou pluſieurs Volumes, conjointement ou ſeparement, en telle marge, grandeur, & caractere qu'il voudra, durant le temps de quinze années, à commencer du jour que ledit Ouvrage ſera achevé d'imprimer, avec défenſes à tous Libraires, Imprimeurs, & à toute autre perſonne, d'imprimer, faire imprimer ledit Ouvrage ſous pretexte de correction, d'augmentation, changement de titre, ni autrement, à peine de deux mille livres d'amende, & autres peines portées par ledit Privilege. DONNE' à Verſailles le onziéme jour de Janvier l'an de grace 1692. Signé, Par le Roy en ſon Conſeil, BOUCHER.

Et ledit ſieur Ozanam a cedé le preſent Privilege à Jean Jombert, Libraire à Paris, ſuivant l'accord fait entre eux.

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, le 21. Janvier 1692. Signé P. AUBOUIN, Syndic.

TRAITE'

TRAITE'
DE
MECANIQUE.

LA Mecanique eſt une Science qui à l'aide des Machines enſeigne le moyen de faire commodément & facilement mouvoir les Corps peſans, ce qui luy a auſſi donné le nom de *Forces Mouvantes*. On l'appelle auſſi *Ingenieuſe*, parce qu'elle dreſſe avec eſprit des Machines ingenieuſes, dont les unes ſe meuvent d'elles-mêmes, courent, ſautent, & volent, & les autres levent & portent des fardeaux prodigieux, & ont des effets étranges & ſurprenans. On l'appelle encore *Statique*, parce qu'elle examine non-ſeulement les proprietez de la Peſanteur & du Mouvement local, mais encore les Centres de Gravité, l'Equilibre & la Décente des Corps naturels.

Neanmoins nous conſidererons ici la Statique comme une partie de la Mecanique, laquelle nous diviſerons en deux Livres, dont le premier traitera des Machines ſimples & compoſées, & le ſecond de la Statique. Nous ajoûterons un troiſié-

me Livre, qui donnera les principes de l'Hydroſtatique.

DEFINITIONS.

I.

LE *Mouvement* en general eſt le changement d'une choſe : & lorſque ce changement ſe fait en la ſubſtance de la choſe, on l'appelle *Generation*, ou *Corruption*, qui appartient à la Phyſique : mais quand il arrive ſelon la quantité de la choſe, il eſt appellé *Accroiſſement*, ou *Diminution*, qui appartient à la Geometrie : & enfin quand il ſe fait ſelon le lieu, on le nomme *Mouvement local*, qui appartient à la Mecanique, & que par conſequent nous conſidererons ici particulierement. Ainſi nous dirons que le *Mouvement local* eſt le changement de place, ou le paſſage continuel d'un corps qui ſe meut d'un lieu à un autre, ſoit en ſon tout, ſoit en ſes parties ſeulement : Ce Mouvement peut être *Egal*, qui eſt celuy par lequel le Corps qui ſe meut, & qu'on appelle *Mobile*, parcourt des eſpaces égaux dans des temps égaux, comme le Mouvement des Corps Celeſtes, lequel ſe faiſant en rond, ne doit recevoir aucune alteration, parce qu'il ſe fait autour d'un centre qui eſt également éloigné : & *Inégal*, qui s'augmente continuellement, lorſqu'il n'eſt point interrompu, comme le Mouvement des Corps Terreſtres, qui n'eſt pas uniforme, lorſqu'ils tombent librement vers le centre de la Terre, comme l'experience le fait connoître tous les jours.

Galilée appelle ce Mouvement inégal, qui eſt le Mouvement naturel des Corps peſans, *Mouvement uniformément acceleré*, parce que l'experience luy

a fait connoître, que le Corps qui ſe meut en tombant librement de haut en bas, acquiert en temps égaux de ſa chute des degrez égaux de vîteſſe : c'eſt à dire qu'en diviſant le temps de la chute en parties égales, que nous appellerons *Momens*, la vîteſſe du Mobile au ſecond Moment eſt double de celle qu'il a acquiſe au premier, qui ſe compte depuis le commencement de ſa chute : & que pareillement la vîteſſe du troiſiéme Moment eſt triple de celle du premier ; & la vîteſſe du quatriéme Moment quadruple de celle du même premier, & ainſi des autres, ce qui convient aſſez bien aux experiences qui en ont été faites.

D'où il ſuit que les eſpaces parcourus par le Mobile, ſont en Raiſon doublée, ou comme les Quarrez des Momens, ou des Vîteſſes, parce que l'on ſuppoſe que les Momens croiſſent comme les Vîteſſes, & que les eſpaces parcourus ſont en Raiſon compoſée de celles des Momens & des Vîteſſes : c'eſt à dire que ſi la chute du Corps peſant ſe fait par exemple en 10 minutes de temps ; & qu'à la premiere minute qui paſſe pour un Moment, le Corps décende d'une lieuë, au ſecond Moment il décendra de quatre lieuës, & au troiſiéme Moment il ſera décendu de neuf lieuës, & ainſi en ſuite en comptant depuis le point du repos, ſelon les quarrez des Nombres naturels 1, 4, 9, 16, 25, &c. de ſorte qu'à la dixiéme Minute l'eſpace parcouru ſera de cent lieuës.

D'où il eſt aiſé de conclure, que dans chaque Moment, ou chaque Minute, les eſpaces parcourus croiſſent les uns par deſſus les autres, ſelon la ſuite des nombres impairs 3, 5, 7, 9, &c. qui ſont les differences des quarrez 1, 4, 9, 16, 25, &c. de ſorte que ſi le Mobile décend dans la premiere

Minute d'une lieuë, l'eſpace qu'il parcourra depuis la premiere juſqu'à la ſeconde Minute ſera de trois lieuës, ou triple du premier, & l'eſpace qu'il parcourra depuis la ſeconde juſqu'à la troiſiéme Minute, ſera de cinq lieuës, ou quintuple du premier, &c.

Parce que *par* 4. 6. les Triangles ſemblables ſont entre eux comme les quarrez de leurs côtez homologues, on peut conſiderer les eſpaces parcourus dans des Momens égaux, comme des Triangles ſemblables, & les Momens & les Vîteſſes, comme les côtez homologues des mêmes Triangles. Cela s'entendra mieux par le Triangle ABC, que nous prendrons pour l'eſpace parcouru par le Mobile, qui a tombé par exemple en quatre minutes de temps, dont la meſure ſera le côté AB, la Baſe BC repreſentant la vîteſſe que le Corps a acquiſe en tombant.

Planche 1. 1. Fig.

Si l'on diviſe le temps AB, & la vîteſſe BC, chacun en quatre parties égales, parce que le temps de la chute a été ſuppoſé de quatre minutes, chacune des parties AD, DE, EF, FB, de la ligne AB repreſentera une minute, ou un Moment, & chacune des parties BG, GH, HI, IC, de la ligne BC, repreſentera un degré de vîteſſe, parce que nous avons ſuppoſé que les Viteſſes & les Momens croiſſent continuellement en même proportion.

Si l'on joint les points de diviſion des deux côtez AB, BC, par des lignes paralleles au troiſiéme côté AC, & que par les mêmes points de diviſion l'on tire aux deux mêmes côtez AB, BC, des lignes paralleles, le Triangle ABC ſe trouvera diviſé en ſeize petits Triangles égaux entre eux, qui luy ſeront ſemblables.

Enſuite de cette conſtruction, & de la ſuppoſi-

tion que nous avons faite, on connoîtra aiſément que la ligne AD repreſentant le premier Moment de la chute d'un Corps, la ligne DM, ou BG ſon égale, repreſentera la Vîteſſe acquiſe par le Corps tombant dans le premier Moment, & le Triangle ADM repreſentera l'eſpace parcouru par ce Corps avec un degré de Vîteſſe. On connoîtra pareillement que la ligne AE repreſentant le ſecond Moment de la chute du Mobile, la ligne EL, ou BH ſon égale, repreſentera la Vîteſſe acquiſe par le Mobile tombant dans le ſecond Moment, & le Triangle AEL repreſentera l'eſpace parcouru par ce Mobile avec deux degrez de Vîteſſe, lequel eſpace AEL eſt bien quadruple du premier ADM, &c. Planche 1. 1. Fig.

II.

Le *Mouvement de Vibration*, eſt un Mouvement circulaire d'un Corps, qui eſt ordinairement Spherique, comme B, ou C, qu'on appelle *Pendule*, parce qu'il eſt ſuſpendu par un filet inflexible AB, ou AC, attaché au point fixe A, qu'on nomme *Centre de Mouvement reciproque*, parce que c'eſt autour de ce point A que le Pendule ſe meut, quand on l'a ôté du lieu D le plus bas, qui eſt le lieu de ſon repos, pour y retourner, en allant & en revenant deçà & delà à l'égard de ce point D, par des arcs de Cercle, comme BDC, qu'on appelle *Vibration ſimple*, quand le Poids eſt venu depuis B, juſques en C, pour le diſtinguer de la *Vibration compoſée*, qui eſt l'arc BDC redoublé décrit par le Mouvement reciproque du Poids, lorſque de B il eſt allé en C, & que de C il eſt revenu environ au même point B, d'où il avoit commencé à ſe mouvoir. La longueur AB, ou AC, du filet in- 2. Fig.

Planche 1. flexible, en la prenant depuis le centre A du Mouvement juſqu'au centre du Pendule, ſe nomme *Longueur du Pendule.*

Toutes les Vibrations d'un même Pendule, ſoit grandes ou petites, ſont à peu prés d'une égale durée, c'eſt à dire qu'un Pendule demeure environ autant de temps à revenir de C vers B, qu'il en a employé pour aller de B en C. Mais les Pendules de differentes longueurs ont un nombre inégal de Vibrations en temps égal, parce que celles d'un Pendule d'une certaine longueur ſont d'une plus grande durée que celles d'un autre Pendule, dont la longueur eſt plus petite : & l'on a connu par pluſieurs experiences, comme nous avons déja dit dans la Geometrie, que les longueurs de deux Pendules ſont reciproquement proportionnelles aux quarrez des nombres de leurs Vibrations en temps égal, c'eſt à dire que la longueur du premier Pendule, eſt à celle du ſecond, comme le quarré du nombre des Vibrations de ce ſecond dans un certain temps, eſt au quarré du nombre des Vibrations du premier dans le même temps.

On obſerve dans les Corps liquides, comme dans l'Eau, un autre Mouvement circulaire, qu'on appelle *Mouvement d'ondulation*, qui ſe fait en jettant dans l'Eau un Corps peſant, qui fait tourner les parties de l'eau en cercle, ce qui s'appelle *Ondulation.*

III.

La *Peſanteur* qu'on appelle auſſi *Poids*, & *Gravité*, eſt l'inclination naturelle qui ſe trouve dans les Corps peſans, pour ſe mouvoir lorſqu'ils ne ſont point ſoûtenus, & ſe porter en bas vers le Centre de la Terre, lequel à cauſe de cela eſt appellé *Centre des Graves.*

On appelle *Pesanteur Specifique*, ou *Gravité Specifique* d'un Corps pesant, celle qui procede de la densité des parties materielles, dont il est composé, qui fait que ce Corps pese plus qu'un autre de même Volume. Ainsi l'on connoît que la Gravité specifique de l'Eau est plus grande que celle de l'Huile, que la Pesanteur specifique de l'or est plus grande que celle de l'argent, &c.

Mais on appelle *Pesanteur absoluë* d'un Corps pesant, la force qu'il a de décendre librement dans un Milieu liquide, lorsqu'il ne touche à quoy que ce soit qu'aux parties de ce Milieu; comme la Pesanteur absoluë d'une pierre qui est dans l'Air, est la force qu'elle a de décendre librement, lorsqu'elle ne touche à quoy que ce soit qu'aux parties de l'Air.

Enfin on appelle *Pesanteur relative* d'un Corps pesant, que les Latins appellent *Momentum*, & les Grecs *Rhope*, la force que ce Corps a de décendre étant appliqué à quelqu'autre chose qu'aux parties du Milieu, comme sur un Plan incliné, ou bien à l'extremité d'un Levier ou d'une Balance, où il arrive souvent que ce Corps contre-pese à un plus grand, ce qui s'appelle *Equilibre*, selon qu'il est plus éloigné du Centre de Mouvement. Il est évident que la Pesanteur absoluë est plus grande que la Pesanteur relative, qui est composée de la Pesanteur absoluë, & de la distance du Point fixe, qui fait agir le Corps pesant avec plus ou moins de facilité, selon qu'il est plus ou moins éloigné du Point fixe.

I. V.

La *Puissance* est tout ce qui peut mouvoir un Corps pesant, & c'est à cause de cela qu'on l'appelle

auſſi *Force Mouvante*. Ainſi la Peſanteur ou le Poids eſt une Puiſſance par rapport au Corps peſant qu'elle peut mouvoir, & cette Puiſſance s'appelle *Puiſſance inanimée*, à la difference de celle qui eſt *Animée*, comme la Puiſſance d'un Animal.

La *Quantité d'une Puiſſance* s'eſtime par la quantité de la Peſanteur du Corps qu'elle ſoûtient, en le tirant ou en le pouſſant de bas en haut, ſimplement dans la ligne ſelon laquelle il tend à décendre. Ainſi on dira qu'une Puiſſance eſt *Double*, ou *Triple* d'une autre Puiſſance, quand elle ſoûtiendra le double, ou le triple de cette autre.

V.

Le *Centre du Mouvement* d'un Corps peſant, ou le *Point fixe*, que les Latins appellent *Anſe*, & les Grecs *Hypomoclion*, ou *Point d'appuy*, eſt celuy par lequel le Corps eſt arrêté, & autour duquel on le peut mouvoir. Ce Point eſt dans une Balance celuy où elle eſt ſuſpenduë, & dans le Levier, celuy où cette Machine eſt appuyée.

V I.

Le *Centre de Peſanteur*, ou le *Centre de Gravité* d'un Corps peſant, eſt un point par lequel le Corps étant ſoûtenu, toutes les parties du Corps, qui ſont autour de ce point, ſe contre-balancent les unes les autres, & s'empêchent reciproquement de décendre, de ſorte que quelque ſituation que l'on donne à ce Corps, il ne panche pas plus d'un côté que d'autre, & demeure toûjours en cette ſituation.

Il eſt évident que le Centre de gravité s'uniroit au Centre des Graves, ſi le Corps y pouvoit dé-

cendre : & que ce Centre de peſanteur en un Corps peſant regulier & homogéne, eſt le même que ſon *Centre de grandeur*, qui eſt un point de ce Corps autant qu'il eſt poſſible également éloigné des extremitez.

On appelle *Corps homogéne* celuy dont la matiere eſt uniforme, & par tout également peſante : & *Corps heterogéne*, celuy qui eſt compoſé de matieres diverſes en peſanteur. Il eſt évident qu'un Corps liquide n'a point de luy-même de centre de peſanteur, parce que ſes parties ſont détachées les unes des autres, & qu'elles ſont dans un continuel mouvement, comme l'Eau, & tout ce qu'on appelle liqueur.

Il en eſt de même d'un Corps fluïde, quoy qu'un Corps fluïde ne ſoit pas tout-à-fait la même choſe qu'un Corps liquide : car le *Corps liquide* eſt celuy qui étant en ſuffiſante quantité coule continuellement, & s'étend au deſſous de l'Air, juſqu'à ce que ſa Surface ſuperieure ſe ſoit miſe de Niveau : & le *Corps fluïde* eſt celuy qui ſe laiſſe traverſer aiſément, & dont les parties ſeparées ſe réüniſſent auſſi-tôt, comme l'Air, la flamme, l'Eau, l'Huile, le Mercure, ou le Vif-Argent, & les autres liqueurs.

VII.

La *Ligne de direction* d'un Corps peſant, ou d'une Puiſſance, c'eſt la ligne droite dans laquelle ce Corps, ou cette Puiſſance tend à ſe mouvoir. Dans un Corps peſant, c'eſt la ligne droite, dans laquelle ce Corps peſant tend à décendre : & dans une Puiſſance, c'eſt la ligne droite, par laquelle cette Puiſſance tire ou pouſſe un Poids, pour le ſoûtenir, ou pour le mouvoir.

Planche 1. 3. Fig. Comme ſi le Poids A eſt ſuſpendu au point B, par le filet AB, ce Poids A, par ſa peſanteur tend à décendre ſelon la ligne AB, qui eſt ſa Ligne de direction, mais ſi le filet AB paſſant par deſſus une Poulie B, ſe continuë vers C, où il y ait une Puiſſance qui empêche le Poids A de décendre, en le tirant par la ligne BC, cette ligne BC eſt la Ligne de direction de la Puiſſance en C.

VIII.

4. Fig. L'*Application d'une Puiſſance à un Levier* eſt l'angle que fait la Ligne de direction de cette Puiſſance avec le Levier. Comme ſi AB eſt un Levier, dont le Point fixe ſoit C, & qu'une Puiſſance en E ſoûtienne le Poids D ſuſpendu à l'extremité A, par le filet AD, en ſorte que la Ligne de direction de cette Puiſſance ſoit la droite BE; l'Angle ABE que fait cette Ligne de direction BE avec le Levier AB, eſt l'Application de la Puiſſance à ce Levier AB. Nous démontrerons dans la ſuite qu'une Puiſſance étant appliquée à Angles droits eſt capable d'un plus grand effet que ſi elle étoit appliquée à Angles obliques, parce que dans ce cas elle s'approche plus du Point fixe, comme vous allez voir par la Définition ſuivante.

IX.

La *Diſtance d'une Puiſſance*, ou *d'un Poids*, eſt une ligne perpendiculaire tirée du Point fixe d'une Machine ſur la Ligne de direction. Comme ſi la Ligne de direction de la Puiſſance en E eſt la droite BE, ſa perpendiculaire CF, qui part du point fixe C, du Levier AB, ſera la Diſtance de la Puiſſance, comme ſi cette Puiſſance étoit en F, laquelle Diſtance ſeroit égale à la ligne BC, ſi la Ligne de direction

BE luy étoit perpendiculaire. C'eſt pourquoy la Diſtance du Poids D, dont la Ligne de direction AD eſt perpendiculaire au Levier AB, ſera la partie AC, comme ſi le Poids étoit en A.

X.

Le *Centre de Percuſſion*, eſt le Point par lequel un Corps en ſe mouvant heurte avec le plus grand effort contre un autre Corps qui s'oppoſe à ſon mouvement. Il eſt évident que le Centre de percuſſion eſt à l'égard des Vîteſſes, ce que le Centre de gravité eſt à l'égard de la peſanteur.

SUPPOSITIONS.

I.

QUoique la Surface de la Terre ſoit convexe ou courbe, nous en ſuppoſerons neanmoins une petite partie comme plane, ou platte, parce que les ſens la font juger telle, & qu'à l'égard des Machines cette ſuppoſition ne ſçauroit tromper, à cauſe de la petite étenduë d'une Machine, ſi grande qu'elle puiſſe être, à l'égard de toute la Surface de la Terre.

II.

Les Corps peſans, quand ils tombent librement, tendent au *Centre des Graves*, ou au Centre de la Terre par des lignes droites perpendiculaires à ſa Surface, & par conſequent paralleles entre elles.

Cette ſuppoſition eſt une ſuite de la precedente, quoy qu'à la rigueur elle ſoit fauſſe comme la precedente, étant certain que les lignes droites qui ſe rencontrent en un point, ne ſçauroient être paral-

leles entre elles. Neanmoins il n'y a point de danger de les ſuppoſer telles, parce que les Corps que nous comparons enſemble, ſont ſi proches les uns des autres, & le concours de leurs Lignes de direction ſi éloigné de nous, qu'elles peuvent paſſer pour paralleles ſans aucune erreur ſenſible.

D'où il ſuit que deux Murailles oppoſées d'une Chambre quarrée, faites exactement à la Regle & au Plomb, ſont paralleles entre elles, quoy qu'à la rigueur Mathematique on puiſſe dire qu'elles ſont plus écartées l'une de l'autre par en haut que par en bas, parce que la difference eſt trop petite, pour pouvoir être remarquée par nos ſens.

III.

Les Corps dont la Gravité ſpecifique eſt plus grande, lorſqu'ils ne ſont point retenus, s'approchent plus prés de la Terre; que ceux dont la Peſanteur ſpecifique eſt moindre. Ainſi l'on void par experience, que le Bois, l'Huile, la Cire, & pluſieurs autres Corps, qui ſont d'une Gravité ſpecifique moindre que l'Eau, nagent deſſus cette Eau, & que ſi on les retient par force au fond de l'Eau, ils s'élevent au deſſus de la même Eau, lorſqu'ils ſont laiſſez en liberté. On void auſſi que les Corps d'une Gravité ſpecifique plus grande que celle de l'Eau, comme la Pierre & les Métaux tombent au fond de l'Eau.

IV.

Toutes les parties d'un Corps dur, ſont en repos, & ſont unies les unes avec les autres. On appelle *Corps dur* celuy que l'on peut traverſer difficilement, & dont les parties étant ſeparées, quand il eſt traverſé, ne ſe rejoignent pas, à la difference du Corps

fluïde, comme l'Eau, que l'on traverſe facilement, & dont les parties étant ſeparées, en y enfonçant par exemple un bâton, ſe réüniſſent d'abord en ôtant le bâton.

V.

La Peſanteur d'un Corps dur ſe décharge ſur ce qui le ſoûtient. L'experience fait connoître par exemple, que quand on ſoûtient un ſeau plein d'eau pendu par une Corde, on reſſent toute la Peſanteur du Seau, de l'eau, & de toute la corde, qui paſſent pour un ſeul Poids : & que pareillement lorſqu'on retient un Bâton par le bout, on ſupporte tout le Poids de ce Bâton.

VI.

Quoique les Machines, dont on ſe ſert dans la Mecanique pour élever des Corps d'une Peſanteur énorme, ſoient tres-imparfaites, étant impoſſible qu'elles ayent toute la juſteſſe & toute la perfection que la Theorie demande, neanmoins on ne laiſſera pas dans la ſuite de les ſuppoſer ſans aucune imperfection, afin que par cette ſuppoſition l'on puiſſe tirer des conſequences juſtes, & prévoir aſſez bien les effets des Machines, par des raiſonnemens tirez des ſuppoſitions precedentes, & des Axiomes ſuivans. De ſorte que nous ſuppoſerons les Corps entierement durs, & parfaitement polis, & d'une matiere homogéne : les Lignes parfaitement droites, ſans aucune peſanteur, ni groſſeur, ni flexibilité, ſi ce n'eſt quand il en ſera fait une mention expreſſe : les cordes extrémement ſouples, &c.

AXIOMES.

I.

LE *Centre de Gravité* eſt un poinct indiviſible ; c'eſt à dire qu'un Corps peſant ne peut pas avoir deux Centres de peſanteurs differens : & comme nous avons déja dit, aux Corps peſans reguliers & homogénes, le Centre de peſanteur eſt le même que le Centre de grandeur.

II.

Les diverſes peſanteurs de differens Corps homogénes & de même matiere, ſont entre elles comme les Maſſes ou Soliditez de ces Corps. Comme ſi un pied cubique d'une certaine matiere homogéne peſe par exemple, une Livre, deux pieds cubiques de la même matiere peſeront deux Livres.

D'où l'on tire la maniere de trouver la peſanteur d'un Corps homogéne par ſa ſolidité connuë en pieds ou en pouces cubiques, ou bien ſa ſolidité par ſa peſanteur connuë en Livres, ou en Onces, ayant une fois connu par le moyen d'une Balance la peſanteur d'un Corps homogéne de la même matiere, & par la Geometrie ſa ſolidité : aprés quoy on pourra aiſément connoître par la Regle de trois directe la ſolidité du Corps propoſé, dont on connoît la peſanteur, ou bien la peſanteur du Corps propoſé, dont on connoît la ſolidité, &c.

III.

La Peſanteur d'un Corps homogéne eſt également diſtribuée dans toutes ſes parties : & ſi cette Peſanteur étoit reduite au Centre de Gravité de ce

Corps, elle le mouvroit encore comme elle le mouvoit auparavant, car c'eſt le Centre de Gravité qui regle tout. Ainſi quand nous avons dit, que les Corps peſans tendent à décendre par des lignes droites qui vont au Centre de la Terre, cela ſe doit entendre à l'égard de leur Centre de peſanteur : & l'on peut dire que la *Ligne de direction* d'un Corps peſant, qui décend librement, eſt une ligne droite tirée du Centre des Graves par le Centre de Gravité de ce Corps.

IV.

Un Corps peſant décend toûjours au lieu le plus bas, où il peut aller, lorſqu'il ne rencontre point quelqu'autre Corps qui s'oppoſe à ſa décente, ce qui ſe doit entendre à l'égard de ſon Centre de Gravité, où ſe fait le principal effort de décendre, de ſorte qu'afin que le Corps ſe meuve, il faut que le Centre de peſanteur puiſſe décendre, autrement le Corps ne bougera point.

Ainſi l'on void que le Corps incliné ABCD, qui eſt poſé ſur un Plan Horizontal, ne ſçauroit tomber vers la partie D, où il s'incline, parce que ſon Centre de peſanteur E monteroit, comme l'on connoîtra en décrivant du point A, comme Centre, l'arc de Cercle EF, qui eſt celuy que feroit le Centre de peſanteur E, autour du point A, ſi le Corps ABCD pouvoit tomber, parce qu'une partie de cet arc s'éleve au deſſus du point E. Planche 1. 5. Fig.

Mais on void que le Corps incliné ABCD, qui s'appuye ſur un Plan Horizontal, doit neceſſairement tomber vers la partie D, où il s'incline, parce que ſon Centre de peſanteur E peut décendre, comme l'on connoîtra en décrivant comme auparavant, du point A, par le point E, l'arc de Cercle 6. Fig.

Planche 1. 6. Fig. EF, qui eſt celuy que fera le Centre de peſanteur E, autour du point A, lorſque le Corps ABCD tombera, parce que tous les points de cet arc s'abaiſſent au deſſous du point E, comme il eſt aiſé à démontrer.

Ainſi l'on void qu'afin qu'un Corps demeure ferme ſur quelque appuy que ce ſoit qui ne ſoit point incliné, il faut que ſa Ligne de direction tombe en quelque part dans le pied ou la baſe de ce Corps, qui trébuchera neceſſairement, lorſque ſa Ligne de direction tombera hors de cette baſe, comme en la *Fig. 6.*

D'où il ſuit que d'autant plus petite ſera la baſe du Corps, quand mêmes il ne ſeroit pas incliné, d'autant plus facilement il pourra trébucher, parce que le moindre changement eſt capable de faire ſortir ſa Ligne de direction hors de ſon pied: ce qui fait qu'une boule roule facilement ſur un Plan, & qu'une aiguille ne peut pas ſe ſoûtenir ſur ſa pointe.

Il s'enſuit auſſi que plus la baſe du Corps eſt large, plus facilement il ſe ſoûtiendra, parce qu'il faut un plus grand changement pour faire ſortir ſa Ligne de direction hors de cette baſe. Ainſi l'on ne doit pas s'étonner ſi l'on void des Tours inclinées, comme celle de Boulogne, & des Eſcaliers, qui ſemblent menacer de ruïne, ſans tomber.

7. Fig. On void auſſi facilement que ſi le Plan qui ſoûtient le Corps ABCD, eſt incliné, ce Corps gliſſera lorſque ſa Ligne de direction tombera en quelque point de ſa baſe AD: & qu'il roulera lorſque ſa Ligne de direction EG tombera hors la même baſe AD, comme il arrivera au Corps ABCD, qui eſt au deſſous de l'autre marqué par les mêmes lettres.

D'où il ſuit qu'une Boule poſée ſur un Plan incliné

incliné, comme ſur un Toit, doit rouler inceſſamment, juſqu'à ce qu'elle ait trouvé le lieu le plus bas, parce que ſa Ligne de direction n'étant point perpendiculaire à ce Plan, puiſqu'elle eſt perpendiculaire à l'Horizon, ne ſçauroit paſſer par ſon pied, qui eſt un point preſque indiviſible, où elle touche le Plan. Planche 1. 7. Fig.

Nous obſervons naturellement cette Loy de Mecanique dans toutes les rencontres, pour nous empêcher de tomber, comme quand nous nous voulons lever, lorſque nous ſommes aſſis, nous recourbons le Corps, en ſorte que la Ligne de direction de nôtre Corps paſſe par nos pieds, ſur leſquels nous nous appuyons, quand nous commençons à nous lever.

Les Peintres & les Sculpteurs doivent avoir égard à obſerver cette Loy, c'eſt à dire qu'ils doivent prendre garde à ne pas donner à leurs Figures des Attitudes, que naturellement ils ne ſçauroient avoir.

Les Animaux obſervent auſſi naturellement la même Loy, pour ſe ſoûtenir & s'empêcher de tomber.

Il s'enſuit auſſi que le Corps B, ou C, qui eſt ſuſpendu au point A, demeurera en repos, lorſque ſa Ligne de direction paſſera par ce point A, parce qu'il arrivera au lieu le plus bas D, d'où ſi l'on tire ce Poids, il y reviendra de luy-même par ſa propre peſanteur, parce que ſon Centre de Gravité peut décendre, mais il ne s'y arrêtera pas qu'aprés un certain nombre de Vibrations cauſées par la Viteſſe qu'il acquerra en y voulant aller, ce qui l'obligera à en ſortir & à remonter par un *Mouvement violent*, c'eſt à dire par un Mouvement qui luy eſt imprimé contre ſa nature. 2. Fig.

Ce que nous ayons dit du Centre de peſanteur

Planche 1. 2. Fig. d'un Corps pesant, se doit aussi entendre du *Centre commun de Gravité* de deux Corps pesans, qui est le point d'un Levier ou d'une Balance, autour duquel ces deux Poids attachez à ce Levier ou à cette Balance, demeurent en Equilibre; parce que ces deux Poids peuvent être considerez comme un seul, dont le Centre particulier de pesanteur est le même que le Centre de Gravité commun à ces deux Poids separez.

C'est à dire que comme les Corps pesans ne se meuvent que pour décendre, & qu'ils décendent toûjours autant qu'ils peuvent, soit qu'ils le fassent par inclination, soit qu'ils soient portez par quelque principe étranger; Si la décente de deux Corps l'un à l'autre est empêchée, ils se mettront dans la situation dans laquelle il restera moins de Mouvement à faire au Centre commun de Gravité pour achever leur décente.

V.

Deux Poids égaux qui sont attachez par leurs Centres de pesanteur aux deux extremitez d'une Balance suspenduë par le milieu, c'est à dire dont le Point fixe est precisément au milieu de ces deux Poids, sont en Equilibre, parce qu'étant égaux, il n'y a point de raison qui oblige l'un à décendre plûtôt que l'autre.

V I.

Si une Puissance peut soûtenir un Poids à l'aide d'une Machine, une Puissance plus grande de si peu que l'on sçauroit imaginer, sera capable de le mouvoir.

Digitized by Google

VII.

Si deux Poids étant ſuſpendus à certaines diſtances du Point fixe ſont en Equilibre, deux autres Poids égaux à ces deux, & mis en leur place, ſeront auſſi en Equilibre.

VIII.

Un Poids égal à la peſanteur d'un Corps étant ſuſpendu par le Centre de Gravité de ce Corps, fait le même effet que la peſanteur du Corps, laquelle dans ce cas doit être conſiderée comme rien.

Cet Axiome eſt équivalant au troiſiéme, car faire pendre du Centre de peſanteur d'un Corps un Poids égal à cette peſanteur, c'eſt la même choſe que de reduire la même peſanteur au Centre de Gravité.

IX.

Le Poids ou la Puiſſance qui pouſſe ou tire un certain point de ſa Ligne de direction, pouſſe ou tire de la même façon tous les autres points, qui ſont dans la même Ligne de direction.

Comme ſi une Puiſſance appliquée en E ſoûtient le Poids D, en tirant par la Ligne de direction EB, cette Puiſſance tirera de la même façon tous les points de la même Ligne EB. Planche 1. 4. Fig.

D'où il ſuit qu'on ne changera point l'effet de la Puiſſance, ſi au lieu de la placer en E, on la place en F, ou en quelqu'autre point de la même Ligne de direction EB.

Il s'enſuit auſſi que le Poids D peſe autant proche de la Terre que lorſqu'il en eſt un peu plus éloi-

gné, parce qu'on n'attribuë aucune peſanteur à la Corde AD, qui le ſoûtient.

Il s'enſuit encore qu'une Puiſſance qui s'applique à Angles obliques, a moins de force que celle qui s'applique à Angles droits, & qui par conſequent eſt plus éloignée du Point fixe, ce qui augmente ſa force, comme il eſt évident, *par Prop.* 1. de la Balance, dont nous allons parler dans le Livre ſuivant.

LIVRE PREMIER.

DES MACHINES SIMPLES ET COMPOSE'ES.

ON appelle *Machine* tout ce à l'aide de quoy on peut procurer, ou empêcher le Mouvement: & *Machine ſimple* ce que proprement on appelle *Organe*, ou *Inſtrument*, celle qui eſt compoſée d'une ſeule piece, comme le Levier.

On compte ordinairement ſix Machines ſimples, ſçavoir la *Balance*, le *Levier*, la *Poulie*, la *Roüe avec ſon Aiſſieu*, le *Coin*, & la *Vis*, dont nous allons traiter par ordre dans les Chapitres ſuivans.

CHAPITRE I.

De la Balance.

LA *Balance* eſt une Verge droite inflexible, & ſans peſanteur, mobile autour d'un Point fixe,

& chargée de part & d'autre à l'égard de ce Point fixe d'un ou de plusieurs Poids, qui luy sont attachez par leurs propres Centres de Gravité.

On dit qu'une Balance est *Horizontale*, quand elle est parallele à l'Horizon : & *Inclinée* quand elle penche plus d'un côté que d'autre vers l'Horizon. Le Point fixe divise la Balance en deux parties, qu'on appelle *Bras de la Balance*, lesquels font ensemble ce qu'on appelle *Fleau*, ou *Joug* de la Balance.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si deux Poids attachez aux extremitez d'une Balance horizontale sont entre eux reciproquement comme leurs distances du Point fixe, ils seront en Equilibre.

JE dis que si des deux extremitez A, B, de la Balance horizontale AB, dont le Point fixe est C, il pend les deux Poids D, E, dont le premier D, soit au second E, reciproquement comme la distance BC de ce second, à la distance AC du premier, ces deux Poids D, E, seront en Equilibre autour du Point C, de sorte que ce Point C sera leur Centre commun de pesanteur. Planche 1. 8. Fig.

PREPARATION.

Prolongez le Bras AC de la Balance vers G, en sorte que la ligne AG soit égale à l'autre Bras BC, & pareillement le Bras BC vers F, en sorte que la ligne BF soit égale à l'autre Bras AC: & alors le Point fixe C sera precisément au milieu des deux Points F, G, c'est à dire que les deux parties CF, CG, se-

Planche 1. 8. Fig.

ront égales entre elles, de sorte que si l'on considere la ligne FG comme un Cylindre homogéne, le Point fixe C, qui est son Centre de grandeur, *par Defin.* 6. sera son Centre de pesanteur, *par Ax.* 1. Transportez encore AG en AH, ou ce qui est la même chose, BF en BH, parce que si des deux lignes égales AH, BC, on ôte la ligne commune CH, il restera la ligne AC, ou BF égale à BH. Ainsi considerant les deux lignes GH, FH, comme deux Cylindres homogénes, & de bases égales jointes au point H, leurs Centres de grandeur A, B, seront aussi leurs Centres de pesanteur, *par Ax.* 1.

DEMONSTRATION.

Parce que *par Supp.* le Poids D, est au Poids E, comme BC est à AC, ou comme AH est à BH, ou comme la double GH, à la double FH, & que *par* 14. 12. le Cylindre GH est au Cylindre FH, aussi comme la longueur GH, est à la longueur FH, le Poids D sera au Poids E, comme le Cylindre GH, au Cylindre FH; ainsi l'on pourra attribuer au Cylindre GH toute la pesanteur du Poids D, qui pend de son Centre de pesanteur A, & au Cylindre FH toute la pesanteur du Poids E, qui pend de son Centre de Gravité B, ce qui n'apportera aucun changement, *par Ax.* 3. *&* 9. & comme le point C est le Centre commun de pesanteur des deux Cylindres GH, FH, ou le Centre particulier de Gravité du seul Cylindre GF, il sera aussi le Centre commun de pesanteur des deux Poids D, E, de sorte que ces deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre autour du Point fixe C. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Digitized by Google

Planche 1. 8. Fig.

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que ſi les Poids D & E ſont égaux entre eux, & leurs diſtances AC, BC, pareillement égales entre elles, les deux Poids D, E, ſeront auſſi en Equilibre autour du point fixe C: & que ſi les mêmes Poids D, E, ſont inégaux, le plus petit E doit être d'autant plus éloigné du Point fixe C, que le plus grand D, c'eſt à dire que la diſtance BC doit être d'autant plus grande que la diſtance AC, que le Poids D eſt plus grand que le Poids E; de ſorte que ſi ce Poids D eſt par exemple double du Poids E, il faut que la diſtance BC ſoit auſſi double de la diſtance AC, afin que le plus petit Poids E puiſſe contre-peſer au plus grand D. D'où il eſt aiſé de conclure, que ſi peu que l'on augmente la diſtance BC, le Poids E qui répond à cette diſtance trébuchera, & pareillement ſi peu qu'on augmente la diſtance AC du Poids D, ce Poids D trébuchera: ou bien ſans changer les diſtances AC, BC, ſi peu qu'on augmente l'un des des deux Poids E, D, il trébuchera, & l'emportera par deſſus l'autre.

SCOLIE.

La Propoſition inverſe eſt auſſi veritable, ſçavoir que *ſi les Poids D, E, ſont en Equilibre autour du Point fixe C, ils ſeront entre eux en Raiſon reciproque de leurs diſtances BC, AC*, parce qu'autrement l'un de ces deux Poids trébucheroit, ſçavoir celuy qui auroit plus grande Raiſon à l'autre, que la diſtance de cet autre, à la diſtance du premier, comme nous venons de remarquer dans le Corollaire precedent.

Nous avons ſuppoſé dans la Propoſition, que la

Planché 2. 9. Fig. Balance AB étoit horizontale, neanmoins la Proposition ſera auſſi veritable dans une Balance inclinée, parce que *par Supp.* 2. les Lignes de direction des deux Poids D, E, qui pendent librement des deux points A, B, étant paralleles entre elles, les deux Poids D, E, agiſſent ſur la Balance inclinée AB, comme ſur l'Horizontale FG, à cauſe des deux Triangles ſemblables ACF, BCG, où l'on connoît que les deux diſtances CF, CG, ſont proportionnelles aux deux lignes AC, BC, leſquelles par conſequent peuvent être priſes pour les veritables diſtances des Poids D, E, du Point fixe C, étant certain *par Ax.* 9. que les Poids D, E, qui ſont attachez aux deux extremitez A, B, de la Balance inclinée A, B, ont un même effet que s'ils étoient attachez aux extrémitez F, G, de la Balance Horizontale FG, dont le Point fixe eſt le même Point C.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Si une Balance qui a ſon Centre de Mouvement en deſſus, & qui porte à ſes extremitez deux Poids égaux également éloignez du Point fixe, eſt horizontale, elle demeurera dans cette ſituation: mais ſi on luy donne une autre ſituation, en l'inclinant d'un côté ou d'autre, elle retournera dans ſa premiere ſituation.

10. Fig. JE dis premierement que ſi la Balance AB qui porte à ſes deux extremitez A, B, les Poids égaux D, E, qui tirent par des diſtances égales AC, BC, & qui a ſon centre de Mouvement en deſſus au point F, qui répond perpendiculairement au point C de milieu, qui eſt le Centre commun des deux Poids

égaux D, E, en ſorte que la ligne CF ſoit inflexible; Planche 2. 10. Fig.
eſt horizontale, elle demeurera dans cette ſituation, c'eſt à dire qu'elle demeurera en repos étant ſuſpenduë par le point F.

DEMONSTRATION.

Puiſque la Ligne AB eſt parallele à l'Horizon, *par Supp* ſa perpendiculaire CF ſera auſſi perpendiculaire à l'Horizon, & ſera par conſequent la Ligne de direction de la quantité compoſée des deux Poids D, E, qui eſt ſoûtenuë par le point F, ainſi *par Ax.* 9. c'eſt comme ſi la Balance étoit ſuſpenduë par le point C, milieu de AB, auquel cas *par Prop.* 1. les deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Je dis en ſecond lieu, que ſi on incline la Balance AB, en ſorte qu'une de ſes extremitez, comme A, baiſſe plus que l'autre extremité B, cette Balance AB ſe remettra d'elle-même dans ſa premiere ſituation, lorſqu'elle ſera libre, c'eſt à dire qu'elle reprendra 11. Fig. la ſituation Horizontale.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne AB eſt inclinée à l'Horizon, ſa perpendiculaire CF ſera auſſi inclinée à l'Horizon, & s'écartera par conſequent de la ligne FG, qui eſt perpendiculaire à l'Horizon, & qui eſt la Ligne de direction de la quantité compoſée des deux Poids D, E, qui eſt ſoûtenuë par le point F, ce qui fait *par Ax.* 9. que c'eſt comme ſi elle étoit ſoûtenuë par le point G, duquel le Poids E étant plus éloigné que le Poids D, a plus de force pour décendre que le Poids D, *par Coroll. Prop.* 1. & doit ainſi faire retourner la Balance inclinée AB dans ſa ſituation horizontale. *Ce qui reſtoit à démontrer.*

Planche 2. 11. Fig.

On peut ajoûter pour un ſurcroît de démonſtration, que le Poids E doit décendre, & la ligne CF ſe mettre dans la ligne FG, parce que le point C, qui eſt le Centre commun de gravité des deux Poids égaux D, E, peut en cette façon décendre, comme l'on connoîtra en décrivant du point F, où la Balance eſt ſuſpenduë, par le point C, l'arc de Cercle CO, qui eſt celuy que décrira le Centre commun C de peſanteur, lorſque la Balance inclinée AB ſe remettra dans la ſituation horizontale, & que la ligne FC s'ajuſtera avec la Ligne de direction FG, & qu'enfin le Centre commun C de peſanteur décendra le plus bas qu'il pourra, ſçavoir en O, &c.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Si une Balance qui a ſon Centre de Mouvement en deſſous, & qui eſt chargée de deux Poids égaux attachez à ſes extremitez, & également éloignez du Point fixe, eſt horizontale, elle demeurera dans cette ſituation: mais ſi on l'incline tant ſoit peu d'un coſté ou d'autre, elle continuëra de s'incliner vers le même côté, juſqu'à ce qu'elle ait acquiſe une ſituation perpendiculaire à l'Horizon.

12. Fig.

JE dis premierement, que ſi la Balance AB, qui porte à ſes deux extremitez A, B, les Poids égaux D, E, qui tirent par les diſtances égales AC, BC, & qui a ſon Centre de Mouvement en deſſous au point F, qui répond perpendiculairement au point de milieu C, en ſorte que la ligne CF ſoit inflexible, eſt horizontale, elle demeurera dans cette ſituation.

Planche 2. 12. Fig.

DEMONSTRATION.

Puiſque *par Supp.* la ligne AB eſt parallele à l'Horizon, ſa perpendiculaire FC ſera auſſi perpendiculaire à l'Horizon, & ſera par conſequent la Ligne de direction de la quantité compoſée des deux Poids D, E, qui eſt ſoûtenuë par le point F, ſur lequel toute cette Peſanteur s'appuye : ainſi *par Ax.* 9. c'eſt comme ſi la Balance AB étoit ſuſpenduë par le point C, milieu de AB, auquel cas, *par Prop.* 1. les deux Poids égaux D, E, doivent demeurer en Equilibre, c'eſt à dire que la Balance doit demeurer en repos. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Je dis en ſecond lieu, que ſi l'on incline tant ſoit peu la Balance AB, par exemple du côté du Poids E, ce Poids E & toute la Balance continuëra de s'incliner autour du Centre du Mouvement F, juſqu'à ce qu'elle ait pris une ſituation perpendiculaire à l'Horizon. 13. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne AB eſt inclinée à l'Horizon, ſa perpendiculaire CF ſera auſſi inclinée à l'Horizon, & s'écartera par conſequent de la ligne FG, qui étant perpendiculaire à l'Horizon, & paſſant par le Centre de Mouvement F, eſt la Ligne de direction de la quantité compoſée des deux Poids D, E, qui s'appuye ſur le point F, ce qui fait *par Ax.* 9. que c'eſt comme ſi elle étoit ſoûtenuë par le point G, duquel le Poids E étant plus éloigné que le Poids D, doit contraindre la Balance à s'incliner de plus en plus vers E, *par Coroll. Prop.* 1. & doit ainſi donner à la Balance AB une ſituation perpendiculaire à l'Horizon. *Ce qu'il falloit démontrer.*

On peut ajoûter pour un ſurcroît de démonſtra-

Planche 2. 13. Fig. tion que le Poids E doit continuer de décendre, & la ligne CF s'ajuſter avec la Ligne de direction FG, parce que le point C, qui eſt le Centre commun de peſanteur des deux Poids égaux D, E, peut en cette façon décendre & venir au deſſous du point F, en O, qui eſt le lieu le plus bas où il peut aller, comme l'on connoîtra en décrivant du point F, ſur lequel s'appuye la Balance, par le point C, l'arc de Cercle CO, qui eſt celuy que décrira le Centre commun C de peſanteur, lorſque la Balance inclinée AB continuëra de ſe mouvoir autour du point F, pour ſe mettre perpendiculaire à l'Horizon, &c.

PROPOSITION IV.

PROBLEME.

Etant connuë la peſanteur de deux Poids appliquez aux extremitez d'une Balance, dont la longueur eſt connuë, trouver ſur cette Balance le Centre commun de Mouvement.

Planche 1. 8. Fig. SUppoſons que le Poids D, qui pend de l'extremité A de la Balance AB, dont la longueur eſt de 24 Pouces, ſoit de 12 livres, & que le Poids E, qui eſt attaché à l'autre extremité B, peſe 6 livres. Pour trouver le Centre commun de peſanteur de ces deux Poids, ou le Point fixe duquel la Balance AB chargée des deux Poids A, B, étant ſuſpenduë, ces deux Poids ſoient en Equilibre; cherchez à ces trois nombres 18, 6, 24, qui ſont la ſomme des deux Poids D, E, le Poids E, & la Balance AB, un quatriéme nombre proportionnel, qui donnera 8 Pouces pour la partie AC. Si donc on prend AC de 8 Pouces, on aura trouvé le Point

fixe C, autour duquel les deux Poids D, E, demeureront en Equilibre. Planche 1. 8. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que *par constr.* l'on a cette Analogie, D+E, E::AB, AC, en divisant on aura cette autre Analogie, D, E, BC, AC, qui fait connoître *par Prop.* 1. que les deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre autour du Point C. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

SCOLIE.

Quoique nous n'ayons attribué aucune pesanteur à la Balance AB, neanmoins il est impossible qu'elle n'en ait un peu, ce qui fait que la pratique precedente n'est pas bonne dans la rigueur : car bien que les Poids D, E, soient en Raison reciproque de leurs distances AC, BC, & le point C par consequent le Centre de gravité de la quantité composée de ces deux Poids, neanmoins la pesanteur de la Balance AB n'y est pas compriſe, ce qui doit empêcher l'Equilibre, & faire trébucher la Balance du côté du plus petit Poids E ; car si l'on suppose par exemple que la Balance AB pese trois livres, auquel cas le Bras AC en pesera une, & l'autre Bras BC deux, sçavoir le double, parce que le Poids D a été supposé double du Poids E, puisque nous avons donné 12 livres au Poids D, & 6 livres au Poids E, on connoîtra que la quantité composée de la pesanteur du Poids D, & du Bras AC, est de 13 livres, & que la quantité composée du Poids E & du Bras BC, est de 8 livres, & que la Raison de 13 à 8 étant moindre que celle de BC à AC, le point C ne peut pas être le Centre commun de gravité de la quantité com-

Planche 1. 8. Fig.

posée des deux Poids D, E, & de la Balance AB.

Ainsi pour resoudre le Problême proposé avec plus de rigueur, ce qu'il faudra faire lorsque la pesanteur de la Balance AB sera considerable, il faut imaginer qu'il pend du Centre commun de gravité C, un Poids égal aux deux D, E, ce qui ne changera point l'effet de ces deux Poids D, E, *par Ax.* 3. & que du point de milieu I, qui est le Centre de gravité de la Balance AB, il pend un autre Poids égal à celuy de la Balance : & considerant CI comme une Balance chargée de ses deux Poids à ses extremitez C, I, on cherchera, comme il vient d'être enseigné, le Centre commun de pesanteur O, de ces deux Poids, &c.

PROPOSITION V.

PROBLEME.

Etant connuë la longueur & la pesanteur d'une Balance ayant à l'une de ses extremitez un Poids, dont la pesanteur est aussi connuë, trouver sur cette Balance le Point fixe, autour duquel sa pesanteur & celle du Poids, demeurent en Equilibre.

Planche 2. 14. Fig.

SUppoſons que la Balance AB pese 16 onces, & que sa longueur soit de 12 Pouces. Pour trouver sur cette Balance le point C, duquel la Balance étant suspenduë, & étant aidée de sa pesanteur, soit en Equilibre avec le Poids D, qui pend de son extremité A, & dont la pesanteur est supposée de 8 onces, cherchez à ces trois nombres 24, 16, 6, qui sont la somme de la Pesanteur du Poids & de la Balance, la pesanteur particuliere de la Balance, & la moitié de sa longueur, un quatriéme nombre pro-

portionnel, qui donnera 4 pouces pour la partie AC. Si donc on prend la partie AC de 4 pouces, on aura le point C, duquel la Balance AB étant soûtenuë, sa pesanteur sera en Equilibre avec le Poids D. Planche 2. 14. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine que du point de milieu F, ou du Centre de Pesanteur de la Balance AB, que je suppose uniforme, & également pesante dans toutes ses parties, il pend le Poids E, qui prenne toute la pesanteur de la Balance, ce qui n'apportera aucun changement, *par Ax.* 3. & que l'on conçoive AF comme une Balance sans aucune pesanteur, & chargée des deux Poids D, E, appliquez à ses extremitez; on considerera que puisque *par constr.* on a cette Analogie, D+E, E::AF, AC, en divisant on aura celle-cy, D, E::CF, AC, qui fait connoître *par Prop.* 1. que le point C est le Centre commun des deux Poids D, E, & par consequent en ôtant le Poids E, & en restituant à la Balance AB sa pesanteur, le Centre commun de pesanteur du Poids D, & de la Balance AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION VI.

PROBLEME.

Plusieurs Poids d'une pesanteur connuë étant appliquez à une Balance, trouver sur cette Balance le Centre commun de gravité de tous ces Poids.

POur trouver sur la Balance AB, à laquelle nous n'attribuerons aucune pesanteur, le Centre de gravité de la quantité composée des quatre Poids 15. Fig.

Planche 1. 15. Fig. C, D, E, F, dont les pesanteurs sont connuës, cherchez *par Prop.* 4. sur la Balance AB, le Centre commun de pesanteur I des deux Poids C, F, & sur la Balance GH le Centre commun de gravité K des deux autres Poids D, E, & enfin sur la Balance IK le Centre commun de gravité L, d'un Poids appliqué en I, & égal aux deux C, F, & d'un autre Poids attaché en K, & égal aux deux D, E, & ce point L, sera celuy autour duquel les quatre Poids C, D, E, F, seront en Equilibre.

DEMONSTRATION.

Si l'on reduit les deux Poids C, F, à leur Centre commun de pesanteur I, & pareillement les deux Poids D, E, à leur Centre commun de gravité K, ils agiront sur la Balance IK, comme sur la Balance AB, *par Ax.* 3. & comme ils doivent être en Equilibre autour du point L, sur la Balance IK, parce qu'ils sont en Raison reciproque de leurs distances LI, LK, ils demeureront aussi en Equilibre autour du même point L sur la Balance AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

SCOLIE.

S'il y avoit encore un Poids, qui pendit de quelqu'autre point de la Balance AB, comme du point M, il faudroit reduire la pesanteur des quatre Poids C, D, E, F, à leur Centre commun de pesanteur L, en imaginant que de ce point L, il pend un Poids égal aux quatre C, D, E, F, & diviser la Balance LM en un point, comme O, en sorte que ce Poids appliqué en L, fût à celuy qui est appliqué en M, comme la distance OM est à la distance OL, & ce point O sera le Point fixe qu'on cherche.

PROPOSITION

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Deux Poids étant donnez, dont le plus grand eſt ſuſpendu à l'une des deux extremitez d'une Balance, dont la longueur & la peſanteur ſont connuës, & dont le Point fixe eſt auſſi donné, ſuſpendre le plus petit, en ſorte qu'étant aidé de la peſanteur de la Balance, il tienne le plus grand en Equilibre autour du Point fixe.

SUppoſons que la Balance AB peſe deux onces, & que ſa longueur ſoit de 14 pouces. Suppoſons encore que le Poids DO, qui eſt appliqué à ſon extremité A, éloignée du Point fixe C par exemple d'un Pouce, ſoit de 15 onces; pour trouver le point F, ou le Poids E qui peſe par exemple, une once, étant appliqué & aidé de la peſanteur de la Balance AB, tienne l'autre Poids DO en Equilibre autour du Centre de Mouvement C; diviſez la Balance AB en deux également au point G, qui ſera ſon Centre de peſanteur, *par Ax.* 1. & faites pendre par penſée de ce point G, le Poids H, qui tienne lieu de la peſanteur de la Balance AB, c'eſt à dire qui peſe deux onces. Aprés cela cherchez à ces trois nombres 1, 6, 2, qui ſont la diſtance AC, la diſtance CG, & le Poids H, un quatriéme proportionnel, qui donnera 12 onces pour la partie O du Poids DO, c'eſt pourquoy l'autre partie D ſera de 3 onces. Enfin cherchez à ces trois autres nombres 1, 3, 1, qui ſont le Poids E, la partie D, & la diſtance AC, un quatriéme proportionnel, qui donnera 3 pouces pour la diſtance CF. Si donc on applique le Poids E au point F éloigné du Point fixe C de 3 pou- Planche 2. 16. Fig.

Planche 2. 16. Fig. ces, ce Poids E tiendra le Poids DO en Equilibre autour du Centre de Mouvement C.

DEMONSTRATION.

Puiſque *par conſtr.* la diſtance AC eſt à la diſtance CG, comme le Poids H, ou la peſanteur de la Balance AB, eſt au Poids O : & que le Poids E eſt au Poids D, comme la diſtance AC, eſt à la diſtance CF ; il s'enſuit *par Prop.* 1. que le point C eſt le Centre commun de gravité des deux Poids H, O, dans la Balance AG, & des deux Poids E, D, dans la Balance AF. D'où il eſt aiſé de conclure qu'il eſt auſſi le Centre commun de peſanteur de la quantité compoſée des deux Poids D, O, ou du ſeul Poids DO, & de la quantité compoſée des deux Poids E, H : & qu'ainſi on a trouvé le point F, duquel le Poids E étant ſuſpendu, & étant aidé de la peſanteur de la Balance AB, tient le Poids DO en Equilibre autour du Point fixe C. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

COROLLAIRE.

On tire de la pratique de ce Problême la maniere de diviſer la *Balance Romaine*, qu'on appelle ſimplement *Romaine*, & communément *Peſon*, & *Crochet*, & que les Latins appellent *Statere*, & les Grecs *Phalanx*, ce qui ſe peut faire en cette ſorte.

Preparez une longue Verge de bois, ou de quelqu'autre matiere ſolide, comme de fer, par tout également groſſe, & également peſante dans toutes ſes parties, comme AB, & en meſurez exactement la peſanteur avec des Balances vulgaires. Attachez à ſon extremité A un crochet, pour y appliquer tout ce que l'on voudra peſer, & marquez un

peu proche de cette extremité le point C pour le Centre de Mouvement, ou pour le Point fixe. Appliquez au delà de ce point C, le Poids E mobile avec son anneau F, qu'on appelle *Contrepoids*, dont la pesanteur en y comprenant celle de son anneau, doit aussi être exactement connuë. Enfin marquez par le moyen de la pratique precedente, les points 1, 2, 3, 4, &c. où le Contre-poids E étant appliqué successivement, tienne en Equilibre la pesanteur d'un Poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, de quatre livres, &c. qu'on imaginera appliqué au point A, & tout sera fait. Planche 2. 16. Fig.

SCOLIE.

Quoique cette Methode soit assez bonne dans la Theorie, je ne voudrois pourtant pas trop m'y fier, à cause de l'irregularité qui se trouve ordinairement dans la matiere : c'est pourquoy dans la pratique, il vaudra mieux marquer grossierement ces points de division, en tenant la Balance AB suspenduë horizontalement, & en avançant le Poids E de C vers B, aux points 1, 2, 3, 4, &c. jusqu'à ce qu'il demeure en Equilibre avec le Poids, d'une, de deux, de trois, de quatre livres, & ainsi ensuite jusqu'à ce qu'on ait rempli de diverses marques le Bras le plus long BC, & alors la Balance Romaine sera achevée, qui sera propre pour peser des Fardeaux extraordinairement pesans, à la difference des Balances vulgaires, qui n'en sçauroient peser que de petits.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Conſtruire une Balance trompeuſe, qui demeure en Equilibre, étant vuide, & auſſi étant chargée de Poids inégaux.

Planche 2. 17. Fig.

FAites que l'un des deux Bras de la Balance, comme AC, ſoit un peu plus long que l'autre BC, comme d'une douziéme partie, en ſorte que AC ſoit à BC comme 12 eſt à 11 : & reciproquement faites que le Baſſin E, qui répond au Bras le plus court, ſoit auſſi d'une douziéme partie plus peſant que le Poids D, qui répond au Bras le plus long, en ſorte que la peſanteur du Poid E, ſoit à celle du Poids D, auſſi comme 12 à 11, afin que ces deux Baſſins étant vuides, & leurs peſanteurs étant en Raiſon reciproque de leurs diſtances AC, BC, demeurent en Equilibre autour du Point fixe C, *par Prop.* 1.

Si dans ces Baſſins on met des Poids, qui ſoient dans la même Raiſon de 12 à 11, en ſorte que le plus petit Poids ſoit dans le Baſſin le plus leger, & le plus grand dans le Baſſin le plus peſant, ces Baſſins remplis de leurs Poids feront des quantitez, qui ſeront dans la même Raiſon de 12 à 11, & par conſequent dans une Raiſon reciproque de leurs diſtances AC, BC, ce qui fait *par Prop.* 1. qu'ils ſeront auſſi en Equilibre autour du Centre de Mouvement C.

Ainſi nous avons une Balance fauſſe, qui étant vuide demeurera en Equilibre, & étant remplie de Poids inégaux de la maniere que nous avons dite, doit auſſi demeurer en Equilibre : mais pour con-

noître la fauſſeté, il n'y a qu'à changer les Poids d'un Baſſin à l'autre, parce que ſi la Balance eſt fauſſe, l'Equilibre ne s'y rencontrera plus, car les Poids aidez de la peſanteur de leurs Baſſins ne ſeront plus en Raiſon reciproque de leurs diſtances.

CHAPITRE II.

Du Levier.

LE *Levier* eſt une eſpece de Balance, ou Verge, comme AB, qui au lieu d'être ſuſpenduë, eſt appuyé ſur un Point comme C, que nous avons appellé Point fixe, ou Centre de Mouvement, ayant le Poids d'une part, & la Puiſſance de l'autre. Il a été ainſi appellé, parce qu'il ſert à ſoûtenir, & à enlever des fardeaux avec facilité, & d'autant plus facilement que la Puiſſance eſt plus éloignée, ou le Poids plus proche du Point fixe, comme nous démontrerons, aprés avoir expliqué trois ou quatre ſortes de Leviers, qui viennent ordinairement en uſage. Planche 1. 4. Fig.

Le *Levier de la premiere eſpece*, eſt celuy où le Point d'appuy, ou le Point fixe C, eſt entre le Poids ſuſpendu à l'extremité A, & la Puiſſance appliquée à l'autre extremité B. Il eſt évident que les Cizeaux, les Tenailles, les Mouchettes, &c. ſont des Leviers de la premiere eſpece. Planche 2. 18. Fig.

Le *Levier de la ſeconde eſpece* eſt celuy où le Point fixe C eſt à l'une de ſes extremitez, & la Puiſſance eſt appliquée à l'autre extremité B, le Poids D étant ſuſpendu au point A entre les deux extremitez, c'eſt à dire entre la Puiſſance & le Point fixe. Il eſt évident que la Rame & le Gouvernail d'un Ba- Planche 3. 19. Fig.

Planche 3. 19. Fig. teau ſont des Leviers de la ſeconde eſpece : comme auſſi les Civieres & les Coûteaux, qui ſont attachez par un bout, & dont les Boulangers ſe ſervent ordinairement pour couper leur pain, & ceux qui font des Formes de ſouliers, pour couper leur bois : comme encore les Portes, dont les Gonds ſervent de Point fixe, &c.

20. Fig. Le *Levier de la troiſiéme eſpece* eſt celuy dont le Point fixe C eſt en l'une de ſes extremitez, & où le Poids D eſt ſuſpendu à l'autre extremité A, la Puiſſance étant appliqué au Point B, entre les deux extremitez, c'eſt à dire entre le Poids & le Point d'appuy. Il eſt évident qu'une Echelle qu'on leve en la ſupportant vers le milieu, pour l'appliquer à une Muraille, contre laquelle elle eſt appuyée, eſt un Levier de la troiſiéme eſpece.

21. Fig. Il y a une quatriéme ſorte de Levier, qu'on appelle *Levier recourbé*, dont l'uſage ſe verra dans la ſuite : comme ACB, ainſi appellé, parce qu'il ſe recourbe ſur le Point d'appuy C. On void évidemment qu'il eſt de la premiere eſpece, parce que le Poids D eſt ſuſpendu à ſon extremité A, & que la Puiſſance eſt appliquée à l'autre extremité B, où elle tire par la Ligne de direction BE. Il eſt évident qu'un Marteau dont on ſe ſert pour arracher un clou eſt un Levier recourbé.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si une Puiſſance qui a ſa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier parallele à l'Horizon, ſoûtient un Poids à l'aide de ce Levier, il y aura même Raiſon de la Puiſſance au Poids, que de la diſtance du Poids, à ſa diſtance de la Puiſſance au Point fixe.

JE dis que ſi une Puiſſance appliquée en B, & dont la Ligne de direction eſt perpendiculaire à l'Horizon, ſoûtient le Poids D, dont le Centre de gravité correſpond au point A, par le moyen du Levier AB parallele à l'Horizon, dont le Point fixe, ou le Centre de Mouvement eſt C; cette Puiſſance eſt au Poids D, reciproquement comme la diſtance AC du Poids, à la diſtance BC de la Puiſſance. Planche 2. 18. Fig.

DEMONSTRATION.

Car ſi au lieu de la Puiſſance appliquée en B, on applique le Poids E, qui tienne le Poids D en Equilibre autour du Point fixe C, on connoîtra aiſément que ce Levier AB, qui eſt de la premiere eſpece, n'eſt autre choſe qu'une Balance Horizontale, où nous avons démontré que le Poids E, eſt au Poids D, comme la diſtance AC, à la diſtance BC: & comme le Poids E fait le même effet que la Puiſſance appliquée en B, & ayant pour Ligne de direction la même ligne BE, il eſt neceſſairement égal à cette Puiſſance, laquelle par conſequent ſera au Poids D, comme la diſtance AC, à la diſtance BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Planche 3. 21. Fig. La démonſtration ſe fera de la même façon dans un Levier recourbé, comme ACB, mais il faut ſuppoſer que la Ligne de direction BE de la Puiſſance eſt parallele à l'Horizon, ou perpendiculaire au Bras recourbé BC, qui dans ce cas repreſenrera la diſtance de la Puiſſance au Point fixe C, parce que je ſuppoſe que l'Angle ACB eſt droit : car ſi l'on prolonge le Bras AC au delà du Point d'appuy C, vers F, en ſorte que CF ſoit égale à CB, & qu'on applique la Puiſſance en F, pour y agir de haut en bas, elle produira le même effet en F qu'en B, à cauſe des diſtances égales CB, CF, &c.

19. & 20. Fig. La Démonſtration ſera auſſi la même dans un Levier de la ſeconde & de la troiſiéme eſpece, car ſi l'on prolonge pareillement le Levier au delà du Point d'appuy C, vers E, en ſorte que la ligne CE ſoit égale à la diſtance BC de la Puiſſance, & qu'au lieu d'appliquer la Puiſſance en B, on l'applique en E, elle aura en E le même effet qu'en B : & comme la Puiſſance en E eſt au Poids D, comme la diſtance AC, à la diſtance CE, dans le Levier ECA, qui eſt de la premiere eſpece, la même Puiſſance en B, ſera auſſi au Poids D, comme la diſtance AC, à la diſtance CE, ou BC ſon égale.

COROLLAIRE.

Planche 2. 18. Fig. NOus tirerons de cette Propoſition, les mêmes conſequences qui ont été tirées de la premiere Propoſition de la Balance, ſçavoir que plus la Puiſſance ſera éloignée du Point fixe C, plus à proportion elle aura de force, de ſorte que ſi la Puiſſance qui eſt en B, s'éloigne du Point d'appuy C, du

double de BC, il ne luy faudra que la moitié de la force qui luy étoit neceſſaire en B, pour ſoûtenir le Poids D. C'eſt à dire que ſi le Poids E par exemple de 100 livres étant appliqué en B, eſt capable de ſoûtenir le Poids D dans la diſtance BC, un Poids de 50 livres ſeulement pourra ſoûtenir le même Poids D, à une diſtance double de BC. Planche 2. 18. Fig.

D'où il eſt aiſé de conclure, que comme dans le Levier de la premiere eſpece, & dans le Levier recourbé, qui eſt auſſi de la premiere eſpece, la diſtance AC du Poids peut être plus ou moins grande que la diſtance BC de la Puiſſance, auſſi la Puiſſance peut être plus ou moins grande que le Poids, de ſorte qu'elle luy ſera égale, lorſque les deux diſtances AC, BC, ſeront égales entre elles, comme dans la Balance. Planche 3. 21. Fig.

Or comme dans l'uſage du Levier de la ſeconde eſpece, la diſtance AC du Poids D, eſt neceſſairement moindre que la diſtance BC de la Puiſſance en B, auſſi le Poids eſt neceſſairement plus grand que la Puiſſance, c'eſt à dire que la Puiſſance a plus de force que le Poids qui luy ſeroit égal, & qu'une petite force peut ſoûtenir ou enlever un plus grand Poids: & comme tout au contraire, dans l'uſage du Levier de la troiſiéme eſpece, la diſtance AC du Poids D, eſt neceſſairement plus grande que la diſtance BC de la Puiſſance en B, auſſi le Poids eſt neceſſairement moindre que la Puiſſance. 19. Fig.

Il eſt auſſi facile de conclure, que ce qui a été démontré du Levier de la premiere eſpece parallele à l'Horizon, eſt auſſi vray du Levier incliné, comme AB, pourvû que le Poids D pende librement, & que la Ligne de Direction BE de la Puiſſance en B, ſoit perpendiculaire à l'Horizon; parce qu'ainſi elle ſera parallele à la Ligne de direction AD du Poids Planche 3. 22. Fig.

Planche 3. 22. Fig. D, qui eſt auſſi perpendiculaire à l'Horizon, *par Supp.* 2. ce qui fait que les deux Triangles rectangles ACF, BCG, ſont ſemblables, en ſuppoſant la ligne FG parallele à l'Horizon, & que le Poids D appliqué en A, & la Puiſſance appliquée en B, agiſſent ſur le Levier incliné AB, comme ſur l'Horizontal FG, &c.

PROPOSITION II.

PROBLEME.

Enlever un Fardeau, dont la peſanteur eſt connuë avec une petite force, par le moyen d'un Levier.

Planche 2. 18. Fig. POur enlever le Poids D, dont la peſanteur ſoit par exemple de 100 livres, qui eſt appliqué à l'extremité A éloignée du Point d'appuy C du Levier AB, d'un Pouce, avec une force donnée de 10 livres, conſiderez cette force donnée comme un Poids de dix livres, comme E, & cherchez à ces trois nombres 10, 100, 1, qui ſont le Poids E, ou la force donnée, le Poids donné D, & ſa diſtance AC, un quatriéme nombre proportionnel, qui donnera 10 pouces pour la diſtance CB. Si donc on prend CB de 10 Pouces, on aura le Point B, où le Poids E étant appliqué, il tiendra le Poids donné D en Equilibre autour du Point fixe C, *par Prop.* 1. C'eſt pourquoy ſi l'on applique ce Poids E, tant ſoit peu au delà de B, c'eſt à dire quelque peu plus loin du Point d'appuy C, il enlevera le Poids D, parce que ſa force deviendra plus grande, comme nous avons remarqué dans la Propoſition precedente.

Si la longueur AB du Levier eſt déterminée, il faut partager le Levier AB au point C, en ſorte que

le Poids E, ou la Puiſſance, ſoit au Poids donné D, comme AC eſt à BC, comme il a été enſeigné dans la Balance, & alors le point C ſera le Centre commun de peſanteur de la quantité compoſée des deux Poids E, D; c'eſt pourquoy ſi l'on prend le Point d'appuy entre A & C, il eſt évident que la Puiſſance en B pourra enlever le Poids propoſé D.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Ce que la Puiſſance gagne en force, lorſqu'elle meut un Poids avec un Levier, elle le perd en eſpace de temps & de lieu.

SUppoſons le Levier AB, dont le Point fixe ſoit C, & qu'y ayant un Poids, dont le Centre de gravité correſponde à l'extremité A, & une Puiſſance à l'autre extremité B, cette Puiſſance en mouvant le Poids, donne au Levier AB la ſituation DE, auquel cas le Poids parcourra l'arc de Cercle AD, & la Puiſſance l'arc de Cercle BE, autour du Point d'appuy C. Si la Puiſſance en B, ne faiſoit que ſoûtenir le Poids en A, elle auroit même Raiſon au Poids, que la diſtance AC du Poids, à la diſtance BC de la Puiſſance, *par Prop.* 1. & comme l'on ſuppoſe qu'elle le peut mouvoir, il s'enſuit qu'elle a plus grande Raiſon au Poids que l'eſpace AD, à l'eſpace BE, de ſorte que ſi la Puiſſance eſt bien petite à l'égard du Poids, reciproquement la diſtance AC du Poids eſt bien petite à l'égard de la diſtance BC de la Puiſſance, & par conſequent l'eſpace AD que parcourt le Poids, bien petit, étant comparé à l'eſpace BE que parcourt la Puiſſance, parce que les arcs AD, BE, qui meſurent les angles égaux ACD, Planche 3. 23 Fig.

Planche 3. 23. Fig. BCE, ſont ſemblables, & par conſequent comme leurs Rayons AC, BC.

D'où il eſt aiſé de conclure, que la Puiſſance fait plus de chemin que le Poids, à proportion qu'elle eſt moindre que le Poids, parce que d'autant plus qu'elle eſt moindre, d'autant plus grande doit être ſa diſtance BC, pour pouvoir mouvoir le Poids, ce qui fait croître à proportion l'eſpace BE, qu'elle parcourt: de ſorte que ſi la diſtance BC eſt par exemple dix fois plus grande que la diſtance AC, auſſi l'eſpace BE de la Puiſſance ſera dix fois plus grand que l'eſpace AD du Poids, parce que comme nous avons déja dit, les deux arcs AD, BE étant ſemblables, ſont entre eux comme leurs Rayons AC, BC. D'où il ſuit que la Puiſſance employera dix fois plus de temps à faire mouvoir le Poids par le moyen du Levier AB, qu'elle ne feroit ſi elle ne ſe ſervoit point de Levier.

Ainſi vous voyez, que ſi l'on gagne des forces en éloignant davantage la Puiſſance du Point fixe, on perd auſſi d'un autre côté quelque choſe de l'eſpace, ou du temps. De ſorte que ſi l'on peut enlever un fardeau de 100 livres avec le Levier AB, la Puiſſance étant en B, & le Poids en A, on en pourra bien lever un de 200 livres, appliqué toûjours en A, pourvû que l'on double la diſtance BC de la Puiſſance: mais ſi l'on ſe décharge ainſi de la moitié du fardeau, on y doit employer le double du temps, parce que dans cette Suppoſition, la Puiſſance aura plus de chemin à faire.

Par là vous voyez que plus la Puiſſance a de mouvement, plus elle a de force, ce qui arrive non-ſeulement dans le Levier, mais encore dans toutes les autres Machines, comme vous verrez dans la ſuite: & c'eſt par ce principe de vîteſſe & d'eſpace

que Galilée & Deſcartes ont expliqué l'effet des Machines ; & quoique ce Principe ait quelque choſe qui ne ſatisfaſſe pas ſi fortement l'eſprit, qu'il ſuffiſe pour faire des démonſtrations, il n'y a pourtant plus lieu d'en douter aprés ce qui a été dit juſques à preſent, & ce que nous dirons dans les autres Machines. Planche 3. 23. Fig.

SCOLIE.

Parce que le Levier paſſe par le Centre de gravité du Poids, il eſt évident que la force de la Puiſſance ſera par tout la même, c'eſt à dire que la Puiſſance ne peinera pas plus ſur le Levier horizontal AB, que ſur l'incliné DE : mais il n'en ſera pas de même, lorſque le Levier ne paſſera pas par le Centre de gravité du Poids, comme vous allez voir dans les deux Propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Si une Puiſſance dont la Ligne de direction eſt perpendiculaire à un Levier, ſoûtient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité ſoit en deſſus, elle doit être plus grande pour le ſoûtenir, lorſque le Levier ſera horizontal, que quand il ſera incliné & que le Poids ſera élevé : & encore plus grande quand il ſera abaiſſé.

JE dis que la Puiſſance qui a ſa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier, & qui à l'aide de ce Levier, dont le Point fixe eſt C, ſoûtient un Poids tellement appliqué au Levier, que le Centre de peſanteur O, ſoit en deſſus ; a plus de peine à le ſoûtenir quand il eſt horizontal, comme AB, que quand 24. Fig.

Planche 3. 24. Fig. il eſt incliné, & que le Poids eſt hauſſé, comme DE, & encore plus de peine quand le Poids eſt abaiſſé, comme FG : c'eſt à dire qu'il faut un plus grand effort, le reſte étant égal, pour ſoûtenir le Poids O, quand le Levier a la ſituation AB, que quand il a la ſituation DE, & encore un plus grand, quand il a la ſituation FG.

DEMONSTRATION.

Parce que la Ligne de direction OI du Poids coupe le Levier au point I, qui eſt plus éloigné du Point d'appuy C dans le Levier FG, que dans le Levier AB, & encore plus dans ce Levier que dans le Levier DE, cela fait que le Poids étant conſideré comme appliqué en I, a moins de force pour décendre dans le Levier DE, que dans le Levier AB, & encore moins dans ce Levier que dans le Levier FG, & que par conſequent il peut demeurer en Equilibre avec un moindre Poids appliqué au Levier DE, qu'au Levier AB, & encore un moindre appliqué à ce Levier AB, qu'au Levier FG, pourvû que la Ligne de direction de ce Poids ſoit perpendiculaire au Levier, parce que la diſtance de ce Poids au Point fixe C, demeure toûjours la même.

SCOLIE.

Ce Theorême eſt auſſi vray, lorſque la Ligne de direction de la Puiſſance eſt perpendiculaire à l'Horizon, comme ſi à la place de la Puiſſance on mettoit un Poids qui pendît librement, parce que bien que par la diverſe ſituation du Levier, la diſtance de la Puiſſance change, auſſi-bien que celle du Poids, neanmoins elle ne change pas à proportion : comme ſi la diſtance CK du Poids diminuë dans le Levier

DE, la distance CL de la Puissance ne diminuëra pas à proportion, de sorte que si dans le Levier AB, la distance BC de la Puissance est par exemple double de la distance CI du Poids, dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance sera plus que double de la distance CK du Poids, à cause de CI dans ce Levier, moindre que CI dans le Levier AB, & des Triangles semblables CLE, CIK, où l'on void que l'hypotenuse CE contient autant de fois l'hypotenuse CI, que le côté CL contient CK; & comme CE contient plus de fois CI dans le Levier DE, que BC égale à CE ne contient CI dans le Levier AB, aussi CL contient plus de fois CK, que BC ne contient CI, cela fait que CL est plus que double de CK, & que par consequent la Puissance en E, a plus de force qu'en B, &c. Planche 3. 24. Fig.

PROPOSITION V.

THEOREME.

Si une Puissance, dont la Ligne de direction est perpendiculaire à un Levier, soûtient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité soit en dessous, elle doit être moindre pour le soûtenir, lorsque le Levier sera horizontal, que quand il sera incliné, & que le Poids sera élevé, & encore moindre quand le Poids sera abaissé.

JE dis que la Puissance qui a sa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier, & qui par le moyen de ce Levier, dont le Point d'appuy est C, soûtient un Poids tellement appliqué au Levier, que le Centre de pesanteur O soit en dessous, a moins de peine à le soûtenir quand il est horizontal, comme AB, que quand il est incliné, & que le Poids est haussé, 25. Fig.

Planche 3. 25. Fig. comme DE, & encore moins de peine quand le Poids eſt abaiſſé, comme FG : c'eſt à dire qu'il faut moins d'effort à la Puiſſance, le reſte étant égal, pour ſoûtenir le Poids O, quand le Levier a la ſituation AB, que quand il a la ſituation DE, & encore moins quand il a la ſituation FG.

DEMONSTRATION.

Parce que la Ligne de direction OI, coupe le Levier au Point I, qui eſt plus proche du Point d'appuy C dans le Levier FG, que dans le Levier AB, & encore plus proche dans ce Levier que dans le Levier DE, cela fait que le Poids étant conſideré comme appliqué en I, a plus de force pour décendre dans le Levier DE, que dans le Levier AB, & encore plus dans ce Levier que dans le Levier FG, & que par conſequent il peut demeurer en Equilibre avec un plus grand Poids appliqué au Levier DE, qu'au Levier AB, & encore un plus grand appliqué à ce Levier AB, qu'au Levier FG, pourvû que la Ligne de direction de ce Poids qui tient lieu de Puiſſance, ſoit perpendiculaire au Levier, parce que la diſtance de cette Puiſſance au Point d'appuy C, demeure toûjours la même.

SCOLIE.

Ce Theorême eſt auſſi vray, lorſque la Ligne de direction de la Puiſſance eſt perpendiculaire à l'Horizon, comme ſi à la place de la Puiſſance on mettoit un Poids qui pendît librement de l'extremité du Levier, parce que bien que par la diverſe ſituation du Levier, la diſtance de la Puiſſance change, auſſi-bien que celle du Poids, neanmoins elle ne change pas à proportion : comme ſi la diſtance CK

du

du Poids diminuë dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance ne diminuera pas à proportion, de sorte que si dans le Levier AB, la distance BC de la Puissance, est par exemple double de la distance CI du Poids, dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance, sera moindre que le double de la distance CK du Poids, à cause de CI dans ce Levier plus grande que CI dans le Levier AB, & des Triangles semblables CLE, CKI, où l'on void que l'hypotenuse CE, contient autant de fois l'hypotenuse CI, que le côté CL contient le côté CK: & comme CE contient moins de fois CI du Levier DE, que BC égale à CE, ne contient CI du Levier AB, aussi CL contient moins de fois CK, que BC ne contient CI, ce qui fait que CL est moindre que le double de CK, & que par consequent la Puissance en E, a moins de force qu'en B, &c. Planche 3. 25. Fig.

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Si deux Puissances soûtiennent un Poids à l'aide d'un Levier parallele à l'Horizon, celle qui sera la plus proche de ce Poids, en soûtiendra une plus grande partie que celle qui en sera plus éloignée.

JE dis que si deux Puissances appliquées aux deux extremitez A, B, du Levier AB parallele à l'Horizon, soûtiennent le Poids EF, dont la Ligne de direction est CD, qui passe par son Centre de gravité D, la Puissance en A, qui est plus proche du Poids, supporte une plus grande partie de ce Poids, que la Puissance en B, qui en est plus éloignée. 26. Fig.

Planche 3. 26. Fig.

DEMONSTRATION.

La Puiſſance étant en A, le Point B peut être conſideré comme le Point d'appuy, & pareillement la Puiſſance étant en B, l'on doit conſiderer le Point A comme le Point fixe, & dans ce Levier de la ſeconde eſpece, l'on connoîtra *par Prop.* 1. que la Puiſſance en A, eſt au Poids EF, comme la diſtance BC du Poids, à la diſtance AB de la Puiſſance, & que pareillement la Puiſſance en B, eſt au Poids EF, comme la diſtance AC du Poids, à la diſtance AB de la Puiſſance. D'où il eſt aiſé de conclure en permutant dans ces deux Analogies, que la Puiſſance en A, eſt à la Puiſſance en B, comme BC, eſt à AC: & parce que BC eſt plus grande que AC, auſſi la Puiſſance en A ſera plus grande que la Puiſſance en B. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On tire de cette Propoſition la maniere de connoître la partie du Poids EF, que chaque Puiſſance ſoûtient, lorſque la peſanteur du Poids eſt connuë, & auſſi la longueur du Levier, & les diſtances AC, BC des Puiſſances: comme ſi la diſtance AC eſt de 2 pieds, & la diſtance BC de 3 pieds, en ſorte que la longueur du Levier AB ſoit de 5 pieds, & que le Poids EF ſoit par exemple de 60 livres; on conſiderera que puiſque la Puiſſance en A, eſt à la Puiſſance en B, comme BC eſt à AC, *en compoſant*, la ſomme des deux Puiſſances, ou le Poids EF, qui eſt de 60 livres, ſera à la Puiſſance en B, comme la longueur AB du Levier, que nous avons ſuppoſée de 5 pieds, eſt à la diſtance AC, qui a été ſuppoſée de 2 pieds: c'eſt pourquoy ſi à ces trois nombres 5,

2, 60, on trouve un quatriéme proportionnel, on aura 24 livres pour la Puiſſance en B, & en ôtant ces 24 livres de tout le Poids EF, ou de 60 livres, le reſte donnera 36 livres pour la Puiſſance en A. Planche 3. 26. Fig.

CHAPITRE III.

De la Poulie.

LA *Poulie* eſt une Roüe de bois ou de métal, comme AB, qui eſt mobile autour d'un petit aiſſieu qui la traverſe par le milieu, & que les Ouvriers appellent *Goujon*, auquel dans la Theorie on n'attribuë aucune épaiſſeur. Elle eſt enchaſſée dans une piece de bois ou de fer, ſemblable à CD, qu'on appelle *Echarpe*, & auſſi *Chape*, & encore *Mouſle* & *Palan*, que les Latins appellent *Trochlea*, quoique plus ordinairement on appelle *Mouſle*, pluſieurs Poulies enchaſſées ſur un même aiſſieu dans une même Echarpe, comme AB, qui ſert extrémement à multiplier les forces, par le moyen de la Corde qui paſſe par un Canal fait autour de chaque Poulie, pour l'empêcher lorſqu'on la tire de ſe détourner, & qui ſoûtient par un bout le fardeau qu'on veut enlever, la Puiſſance tirant la Corde par l'autre bout. 27. Fig. 28. Fig.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Lorſqu'une Puiſſance tire ou ſoûtient un Poids à l'aide de pluſieurs Poulies, chaque Poulie par deſſus laquelle paſſe la corde, eſt équivalente à un Levier de la premiere eſpece, & chaque Poulie par deſſous laquelle la Corde paſſe, repreſente un Levier de la ſeconde eſpece.

Planche 4. 29. Fig. SOit la Poulie BC attachée par ſon Echarpe au Point fixe A, & une Corde CD, qui paſſant par deſſus cette Poulie repaſſe par deſſous la Poulie EF, qui porte par l'extremité G de ſon Echarpe le Poids H. Que la même Corde aille paſſer enſuite par deſſus la Poulie IK, à laquelle elle eſt attachée en N, aprés qu'elle a repaſſé par deſſous la quatriéme Poulie LM. Cela étant, je dis que chacune des deux Poulies BC, IK, par deſſus leſquelles la Corde paſſe, eſt équivalente à un Levier de la premiere eſpece, & que chacune des deux autres Poulies EF, LM, par deſſous leſquelles paſſe la Corde, repreſente un Levier de la ſeconde eſpece.

DEMONSTRATION.

Parce que chacune des Poulies BC, IK, LM, EF, eſt mobile autour de ſon Centre O, & que chacune des deux plus hautes BC, IK, ſur leſquelles paſſe la Corde, la partie de la Corde qui eſt du côté de la Puiſſance, tire de haut en bas, en faiſant tourner la Poulie autour de ſon Centre O, ce Centre O peut être conſideré comme le Centre de Mouvement d'un Levier de la premiere eſpece, qui ſeroit la ligne droite BC, ou IK, qui paſſe par le Centre O,

& par les points où la Corde touche de part & d'autre la circonference de la Poulie, car il eſt évident qu'un ſemblable Levier auroit le même effet que la Poulie, la partie de la Corde qui eſt du côté de la Puiſſance, & qui tire de haut en bas, comme CD, & KF, pouvant paſſer pour la Puiſſance, & l'autre partie BE, & IL, qui s'oppoſe à ce Mouvement, à cauſe de la peſanteur du Poids H, pouvant paſſer pour un Poids, qui dans ce cas eſt égal à la Puiſſance, parce que la Puiſſance & le Poids ſont également éloignez du Centre de Mouvement O. Planche 4. 29. Fig.

De plus, la liaiſon qui eſt entre toutes ces Poulies par la Corde qui les embraſſe toutes, fait que la Puiſſance en D tirant cette Corde de haut en bas, pour ſoûtenir, ou pour enlever le Poids H, la partie BE de la Corde tire de bas en haut, ce qui rend la Poulie EF équivalente à un Levier de la ſeconde eſpece, comme la ligne droite EF, dont le Point fixe ſeroit en F, le Poids en O, & la Puiſſance en E, ſa Ligne de direction étant la ligne BE. Pareillement la partie IL de la même Corde tirant de bas en haut, fait que la Poulie LM eſt auſſi équivalente à un Levier de la ſeconde eſpece, comme la ligne droite LM, dont le Point fixe ſeroit en M, le Poids en O, & la Puiſſance en L, ſa Ligne de direction étant la droite IL. Ainſi l'on void que chacune des deux Poulies d'en haut BC, IK, ſur leſquelles la Corde paſſe, eſt un Levier de la premiere eſpece, & que chacune des Poulies d'en bas LM, EF, par deſſous leſquelles la corde paſſe, eſt un Levier de la ſeconde eſpece. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Puiſque les Poulies d'en haut ſont des Leviers de la premiere eſpece, où le Point fixe eſt au milieu,

Planche 4. 29. Fig. il eſt évident que la Puiſſance eſt égale au Poids, & qu'ainſi de ſemblables Poulies ne contribuent point à augmenter la force, mais ſeulement à faciliter le Mouvement, en évitant le frottement des Cordes. Mais parce que le Diametre de chaque Poulie d'en bas eſt comme un Levier appuyé ſur un bout, & levé de l'autre, il eſt aiſé de connoître que par une ſemblable Poulie on double la force, parce que la diſtance de la Puiſſance eſt double de celle du Poids, comme nous dirons plus particulierement dans la ſuite.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Lorſqu'une Puiſſance ſoûtient un Poids par le moyen de pluſieurs Poulies, toutes les parties de la Corde ſont également tenduës.

SUppoſons qu'une Puiſſance appliquée en D, ſoûtienne le Poids H, par le moyen des quatre Poulies BC, IK, LM, EF, dont les deux premieres BC, IK, ſont des Leviers de la premiere eſpece, & les deux autres LM, EF, ſont deux Leviers de la ſeconde eſpece, *par Prop.* 1. & dont la premiere & plus haute BC, qui eſt liée avec les autres par le moyen de la Corde qui les embraſſe toutes, eſt attachée à quelque choſe de fixe par ſon crochet A. Cela étant, je dis que toutes les parties de la Corde ſont également tenduës.

DEMONSTRATION.

Il eſt déja évident que les deux parties CD, BE, ſont tenduës également, parce que la Poulie BC étant un Levier de la premiere eſpece, dont le Point

fixe eſt au milieu O, la Puiſſance en C, & le Poids en D ſont égaux, ce qui fait que la partie CD de la Corde eſt tirée par la Puiſſance avec la même force que la partie BE par le Poids, & que par conſequent ces deux parties ſont également tenduës. Il en eſt de même des deux parties IL, KF, qui ſont attachées aux extremitez du Levier IK, qui eſt auſſi de la premiere eſpece. Planche 4. 29. Fig.

Il eſt auſſi évident que les deux parties BE, KF, qui ſont appliquées aux extremitez du Levier EF, par le moyen duquel elles portent le Poids H pendant du point G, qui répond au milieu O de ce Levier, ſont également tenduës, parce que ſi l'une, par exemple BE, qui tire de bas en haut, étoit plus tenduë que l'autre KF, qui tire de haut en bas, elle emporteroit le Poids H, & le mettroit en mouvement, ce qui eſt contre la ſuppoſition, parce que nous avons ſuppoſé que la Puiſſance ſoûtenoit le Poids, c'eſt à dire que la Puiſſance & le Poids étoient en Equilibre. On connoîtra par un ſemblable raiſonnement que les deux parties IL, MN, ſont également tenduës; d'où il eſt aiſé de conclure que toutes les parties de la Corde, ſont également tenduës. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On conclud aiſément de cette Propoſition, que puiſque toutes les parties de la Corde ſont également tenduës, celles qui ſont appliquées aux Poulies d'en bas, qui ſont des Leviers de la ſeconde eſpece, ſçavoir les quatre BE, KF, IL, MN, ſoûtiennent des parties égales du Poids H, qu'elles portent.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Lorſqu'une Puiſſance ſoûtient un Poids par le moyen de pluſieurs Poulies, elle eſt telle partie du Poids, que l'unité eſt du nombre des parties de la Corde, appliquées aux Poulies d'en bas.

Planche 4. 29. Fig.

JE dis que ſi une Puiſſance appliquée en D, ſoûtient le Poids H, par le moyen des quatre Poulies BC, IK, LM, EF, dont la premiere eſt acrochée au point A, cette Puiſſance eſt la quatriéme partie du Poids H, parce qu'il y a quatre parties de la Corde, ſçavoir BE, KF, IL, MN, qui ſont appliquées aux deux Poulies d'en bas, EF, LM, leſquelles ſont, comme vous avez vû, des Leviers de la ſeconde eſpece.

DEMONSTRATION.

Puiſque par le Corollaire de la Propoſition precedente, toutes les parties de la Corde, appliquées aux Poulies d'en bas, ſoûtiennent des parties égales du Poids, il s'enſuit à cauſe des quatre Cordes, que chacune ſoûtient la quatriéme partie du Poids, & que par conſequent la Corde CD, dont la force eſt égale à la reſiſtance qui ſe fait en B, par la peſanteur du Poids, eſt juſtement chargée de la quatriéme partie du même Poids, c'eſt à dire que la Puiſſance en D, eſt la quatriéme partie du Poids H. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que ſi le nombre des Cordes appliquées aux Poulies d'en

bas eſt donné, & auſſi le Poids H, la Puiſſance qui le ſoûtient à l'aide de ces Poulies, eſt auſſi donnée, comme ici elle eſt égale à la quatriéme partie du Poids, de ſorte que ſi ce Poids eſt par exemple de 200 livres, la Puiſſance ſera à peu prés de 50 livres: j'ay dit à peu prés, parce qu'elle doit être un peu plus grande, à cauſe du frotement de la Corde & des Pivots, de leur peſanteur, & de celle des Poulies, étant certain que toutes choſes augmentent la peſanteur du Poids, & diminuent la force de la Puiſſance, mais cela eſt peu à comparaiſon des forces qu'on gagne par le moyen des Poulies d'en bas. Planche 4. 29. Fig.

SCOLIE.

Comme les Poulies d'en haut, qui ſont immobiles, étant dans une même Mouffle immobile & acrochée, au point A, & qui ſont comme vous avez vû, des Leviers de la premiere eſpece, ne ſervent que pour empêcher les frotemens de la Corde, & la mouvoir plus facilement, ſans autrement multiplier les forces, on pourra ſeulement ſe ſervir des Poulies d'en bas, qui ſont mobiles, & qui ſont, comme vous avez auſſi vû, des Poulies de la ſeconde eſpece, comme vous voyez dans cette figure, qu'il ne faut que regarder pour la comprendre, car il eſt aiſé de voir que toutes les Cordes qui ſont attachées aux points C, D, E, F, de la Muraille AB, & qui ſoûtiennent les Poulies G, H, I, K, & par leur moyen le Poids L attaché à la plus baſſe G par le milieu, ſe rapportent à la Poulie immobile M fermement attachée par ſon crochet N, par deſſus laquelle paſſe la Corde qui eſt tirée de haut en bas par la Puiſſance appliquée en O, laquelle dans cette diſpoſition eſt la ſeiziéme partie du Poids, parce qu'il y 30. Fig.

Planche 4. 30. Fig. a quatre Poulies mobiles, & que dans chacune le Poids perd la moitié de ſa reſiſtance, puiſqu'elles ſont des Leviers de la ſeconde eſpece, &c.

31. Fig. On connoîtra de la même façon, que la Puiſſance en A, n'eſt que la huitiéme partie de la quantité compoſée des quatre Poids égaux B, C, D, E, qu'elle ſoûtient par le moyen des quatre Poulies mobiles F, G, H, I, & des quatre immobiles K, L, M, N, qui ſont liées avec les quatre premieres F, G, H, I, par le moyen de la Corde qui eſt attachée au Point fixe O.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Ce que la Puiſſance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide de pluſieurs Poulies, elle le perd en eſpace de temps & de lieu.

31. Fig. SUppoſons qu'une Puiſſance appliquée en A, & tirant la Corde de haut en bas vers R, faſſe mouvoir les Poids, B, C, D, E, ou la Chape PQ, à laquelle ils ſont attachez de bas en haut. Cela étant, je dis que la Puiſſance fera beaucoup de chemin, lorſque le Poids en parcourra un petit, c'eſt à dire que la Puiſſance tirera beaucoup de Corde, pour faire monter tant ſoit peu le Poids, de ſorte que pour faire monter le Poids par exemple d'un Pied, il faut dans cet exemple que la Puiſſance décende de huit pieds, parce qu'il y a huit parties de Corde appliquées aux Poulies d'en bas.

DEMONSTRATION.

Il arrive dans l'uſage des Poulies comme dans le Levier, que l'eſpace que parcourt le Poids, eſt à

l'eſpace que parcourt la Puiſſance, comme la Puiſſance eſt au Poids, ou comme l'unité eſt au double du nombre des Poulies d'en bas, parce que le Poids ne ſçauroit être élevé par exemple d'un Pied, que chacune des Cordes qui ſont appliquées aux Poulies d'en bas, ne ſoit racourcie auſſi d'un Pied, & par conſequent toutes ces Cordes de huit pieds, parce qu'il y en a huit, ce qui ne ſçauroit arriver ſans que la Puiſſance ne tire auſſi huit pieds de Corde depuis A vers R, *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 4. 32. Fig.

SCOLIE.

Ainſi vous voyez dans cette Machine, comme dans le Levier, que cette Loy generale de Mecanique s'obſerve, ſçavoir que plus la Puiſſance a de mouvement, plus elle a de force à proportion, ce qui s'obſerve auſſi dans la Rouë par ſon Aiſſieu, comme vous allez voir dans le Chapitre ſuivant.

CHAPITRE IV.

De la Rouë par ſon Aiſſieu.

LA *Rouë par ſon Aiſſieu*, que les Latins appellent *Axis in Peritrochio*; c'eſt à dire *Aiſſieu dans la Rouë*, & le commun le *Tour*, eſt une Rouë, comme AB, qui eſt traverſée à Angles droits par un Aiſſieu CD fait en Cylindre, qu'on appelle *Tympan*, ou *Tambour*, & qui eſt mobile autour de ſon Centre C, avec ſon Aiſſieu CD : qu'on appelle auſſi *Treüil*, autour duquel s'entortille une Corde qui y eſt attachée, & qui porte le Poids E, qu'elle tire quand on fait tourner l'Aiſſieu par le moyen de la Rouë, laquelle pour cette fin a de petites dents, Planche 5. 32. Fig.

Planche 5. 32. Fig. comme GF, qui ſervent à la faire mouvoir plus facilement, lorſque la Puiſſance agit ſur la circonfece de la Rouë.

Il eſt évident que cette Machine n'eſt autre choſe qu'un Levier perpetuel & retourné, qu'un des Rayons de la Rouë repreſente, comme CH. Elle prend le nom de *Tour* ſeulement quand ſon Aiſſieu CD, qui eſt appuyé ſur deux pieces de bois, tourne horizontalement, & la Rouë AB verticalement, comme il arrive lorſqu'on s'en ſert pour tirer les pierres des Carrieres, ou pour tirer de l'eau des Puits bien profonds : car l'Aiſſieu CD eſt quelquefois vertical, & alors la Rouë CD tourne horizontalement, comme quand on s'en ſert pour tirer l'eau des lieux où l'on veut bâtir, &c. Toutes les Machines, dont on ſe ſert pour élever hors de terre les Fardeaux par le moyen de la Rouë par ſon Aiſſieu, s'appellent *Guindas*.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si un Poids eſt ſoûtenu par le moyen d'une Rouë mobile avec ſon Aiſſieu autour de ſon Centre, par une Puiſſance, dont la Ligne de direction touche la circonference de cette Rouë; la Puiſſance ſera au Poids, comme le Rayon de l'Aiſſieu eſt au Rayon de la Rouë.

34. Fig. SOit la Rouë ABCD, fermement attachée autour de ſon Aiſſieu, dont le Profil eſt le Cercle EFG, avec lequel elle peut tourner autour de ſon Centre O. Que l'on applique la Puiſſance en tel point que l'on voudra de la circonference de cette Rouë, comme en A, en ſorte que ſa Ligne de direction AH

touche la circonference, & que par conſequent l'Angle HAO ſoit droit; & que tirant de haut en bas elle ſoûtienne le Poids I, qui pend au bout d'une Corde attachée par l'autre bout à la circonferen-ce EFG de l'Aiſſieu. Cela étant, je dis que la Puiſſance en A, ou en H, eſt au Poids I, comme le Rayon OG de l'Aiſſieu, eſt au Rayon AO de la Rouë. Planche 5. 34. Fig.

DEMONSTRATION.

Il eſt évident que ſi l'on ôte par penſée toutes les parties de la Rouë, excepté le Rayon AO, ce Rayon AO fera le même effet que la Rouë, pourvû que la Ligne de direction AH luy demeure toûjours perpendiculaire, & alors cette ligne ou Rayon inflexible AO, ou AOG, ne differera point d'un Levier de la premiere eſpece, dont le Point fixe eſt au Centre O, la Puiſſance eſt à l'extremité A, & le Poids eſt à l'autre extremité G: & dans ce cas il a été démontré dans la premiere Propoſition du Levier, que la Puiſſance en A, eſt au Poids I, en G, comme la diſtance OG du Poids, eſt à la diſtance AO de la Puiſſance, c'eſt à dire comme le Rayon de l'Aiſſieu, eſt au Rayon de la Rouë. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

On void aiſément par cette Propoſition, que plus le Rayon de la Rouë eſt grand à comparaiſon du Rayon de ſon Aiſſieu, plus la Puiſſance a de force, en ſuppoſant toûjours que la Ligne de direction de la Puiſſance touche la circonference de la Rouë, parce qu'ainſi la diſtance de la Puiſſance au Point fixe O, ſera toûjours la même, en quelque point de la circonference que la Puiſſance ſoit placée: car autrement il n'en ſera pas de même, comme ſi la

Plan-
che 5.
34. Fig.

Puiſſance eſt appliquée en L, & que ſa Ligne de direction LK ſoit perpendiculaire à l'Horizon, ſa diſtance au Point fixe O, ſera la droite KO qui luy eſt perpendiculaire, laquelle étant moindre que le Rayon AO, ou HO, diminuë la force de la Puiſſance, ou augmente la reſiſtance du Poids.

On démontrera de la même façon, que lorſque
35. Fig. la Rouë eſt horizontale : comme ABCD, en ſorte que ſon Aiſſieu ſoit perpendiculaire à l'Horizon, comme il arrive lorſqu'on veut s'en ſervir pour tirer le Poids I, qui eſt ſur le Plan de l'Horizon, ou bien ſur un Plan incliné; la Puiſſance eſt à ce Poids, comme le Rayon de l'Aiſſieu eſt au Rayon de la Rouë, en ſuppoſant toûjours que la Ligne de direction de la Puiſſance touche la circonference de cette Rouë, &c.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Ce que la Puiſſance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide d'une Rouë par ſon Aiſſieu, elle le perd en eſpace de temps & de lieu.

32. Fig. ON connoîtra auſſi dans cette Machine, comme dans les deux precedentes, que la Nature n'eſt point trompée, ni ſurmontée, c'eſt à dire qu'elle ne donne rien d'un côté qu'elle ne ſe recompenſe d'ailleurs, de ſorte que l'on ne gagne rien par le moyen de la Rouë ABCD, qu'on ne le perde en eſpace de temps & de lieu; parce que par la Propoſition precedente, ſi le Poids I a par exemple dix fois plus de reſiſtance que la Puiſſance, auſſi la diſtance AO de la Puiſſance eſt dix fois plus grande que la diſtance OG du Poids, afin que cette Puiſſance le puiſſe

soûtenir, ce qui fait que la circonference de la Rouë ABCD est dix fois plus grande que la circonference EFG de l'Aissieu, & que par consequent la Puissance a dix fois plus de mouvement que le Poids, lorsqu'elle est capable de le mouvoir, car quand elle aura fait un tour entier de la Rouë, le Poids aura aussi fait un tour entier du Cylindre, qui n'est que la dixiéme partie du chemin qu'aura fait la Puissance. Planche 5. 32. Fig.

SCOLIE.

Ainsi vous voyez que dans cette Machine la loy commune aux deux precedentes, est gardée sensiblement, sçavoir que la Puissance a plus de force à proportion qu'elle a plus de mouvement, de sorte que nous pouvons hardiment nous appuyer sur ce Principe de Mecanique comme infaillible, pour expliquer l'effet de la Vis & du Coin, qui sans ce Principe ne peut pas, à mon avis, être expliqué si clairement.

On connoît par cette Machine la raison pour laquelle dans les petites Horloges, ou Montres de poche, qui au lieu d'un Contrepoids ont un Ressort, comme AB, ont la Fusée CD plûtôt faite en Cone qu'en Cylindre, parce que quand le Ressort AB est tendu, auquel cas la Corde CE est à la pointe de la Fusée, il a plus de force qui se diminuë à mesure qu'il se lâche, & reciproquement la Corde CE a moins de force en C, qui s'augmente à mesure qu'elle décend vers D: & afin que la force soit par tout égale, il faut que la grande force du Ressort AB au commencement, soit diminuée par celle que la Corde a au commencement, ou à la pointe de la Fusée, & que la force du Ressort qui se diminuë sur la fin, soit recompensée par celle que la Corde Planche 6. 38. Fig.

acquiert quand elle eſt au bas de la Fuſée CD, où tirant a une plus grande diſtance, parce que la Fuſée étant plus large à cet endroit; elle a neceſſairement plus de force, &c.

CHAPITRE V.

Du Coin.

Planche 5. 33. Fig.

LE *Coin* eſt la Machine la plus ſimple de toutes, ayant la forme d'un Triangle ſolide, comme ABCD, qui eſt quelquefois de bois, & ordinairement de fer, afin qu'étant plus gliſſant, on puiſſe plus facilement s'en ſervir pour fendre des Corps, parce qu'il n'agit qu'en gliſſant contre les parties du Corps qu'il ſepare.

Pour connoître la force du Coin, on conſiderera l'une de ſes deux faces, qui ſont inclinées l'une à l'autre, comme un Plan incliné, & l'autre comme un Plan horizontal, en concevant que ce Plan incliné peut ſervir à une Puiſſance pour lever un fardeau, que ſans cette Machine elle ne pourroit pas ſeulement ſoûtenir.

Planche 6. 36. Fig.

Que le Triangle DBC rectangle en B, repreſente un Coin, dont le taillant ou la pointe ſoit en D, & la tête ſoit BC, & pour une plus grande facilité, ſuppoſons que la longueur DB de ce Coin ſoit double de ſa hauteur BC, & que la Baſe BD ſoit parfaitement polie, en ſorte qu'étant appliquée ſur la Surface horizontale AB, que je ſuppoſe auſſi entierement polie, le Coin DBC puiſſe gliſſer ſur ce Plan horizontal AB ſans aucune difficulté. Suppoſons encore que le Poids E, ſoit empêché d'aller vers A, par le Plan HIK perpendiculaire à l'Horizon, ſans que

que neanmoins ce Plan empêche que le Coin ne gliſſe ſur le Plan horizontal AB, lorſqu'il ſera tiré ou pouſſé de B vers A, par une Puiſſance, dont la Ligne de direction ſoit parallele à l'Horizon. Planche 6. 36. Fig.

Si donc la Puiſſance pouſſe le Coin DBC regulierement de B vers A, en le faiſant gliſſer ſur le Plan horizontal AB, elle fera monter le Poids E, par un mouvement ſi regulier, que ſon Centre de peſanteur E n'abandonnera jamais la ligne EF perpendiculaire à l'Horizon : de ſorte que quand le Point B ſera parvenu en D, le point C en F, & le point D en G, c'eſt à dire lorſque le Coin DBC aura pris la ſituation GDF, le Poids E, par la reſiſtance du Plan HIK, aura été contraint de monter par le Plan incliné CD, ou FG, qui l'aura pouſſé en haut juſqu'en F, de ſorte qu'il ſera monté de toute la ligne DF, lorſque la Puiſſance ſe ſera mûë de toute la ligne BD, ou DG, qui a été ſuppoſée double de DF.

Puiſque donc dans cette ſuppoſition, la Puiſſance a deux fois plus de mouvement que le Poids, elle doit avoir deux fois plus de force que ce Poids, c'eſt à dire qu'elle ne doit être que la moitié de la peſanteur relative de ce Poids ſur le Plan incliné CD, pour l'y pouvoir ſoûtenir, ſelon cette Loy generale des Mecaniques, que nous avons remarquée dans les Machines precedentes, ſçavoir que la force de la Puiſſance croît à proportion qu'elle a plus de mouvement. D'où il eſt aiſé de conclure, que *quand une Puiſſance, dont la Ligne de direction eſt parallele à l'Horizon, ſoûtient un Poids à l'aide d'un Coin, dont la Baſe eſt auſſi parallele à l'Horizon, cette Puiſſance eſt au Poids qu'elle ſoûtient comme la Hauteur du Coin eſt à ſa Baſe.*

COROLLAIRE.

Planche 6. 36. Fig. Il ſuit de ce qui vient d'être dit & démontré, que plus le Coin ſera aigu, plus ſon effet ſera conſiderable, parce que le mouvement GD de la Puiſſance ſera plus grand à comparaiſon du mouvement DF du Poids: & que quand ce Coin ſera appliqué pour fendre un Corps, comme ABCD, les Plans EFOI, 37. Fig. GFOH, qui compoſent ce Coin, étant plus inclinez l'un à l'autre, les parties E, G, peuvent gliſſer plus facilement; où vous remarquerez que le Plan EFOI étant pris pour un Plan horizontal, & l'autre Plan GFOH pour un Plan incliné, comme il eſt effectivement à l'égard du premier Plan, la reſiſtance que la partie ſuperieure du Corps ABCD oppoſe à ſa deſunion d'avec l'inferieure, peut paſſer pour un Poids, dont la Ligne de direction eſt perpendiculaire à la partie inferieure, ou horizontale.

SCOLIE.

Dans tout ce que nous avons dit touchant la Theorie du Coin, l'on en doit rabatre la force qu'il faut pour vaincre la rudeſſe & l'inégalité du Plan horizontal, ſur lequel on fait rouler tout le Plan incliné, & auſſi la force qu'il faut pour vaincre la rudeſſe du Plan incliné ſur lequel on fait monter le fardeau, & encore la rudeſſe du même fardeau, quand il n'eſt pas Spherique.

Ce frottement eſt peu de choſe dans les autres Machines, mais dans le Coin il eſt fort conſiderable, l'experience faiſant connoître qu'un Coin chargé d'un fardeau d'une peſanteur énorme, n'a preſque aucun effet, parce que les Surfaces tant du Coin que des parties du Corps que l'on veut fendre, ſont

toûjuors raboteuſes, & ſi ſerrées que leur frotement apporte neceſſairement un grand obſtacle au mouvement, que l'on tâche de vaincre par la percuſſion, qui fait ici des merveilles, car on a experimenté qu'en frapant ſur la tête d'un Coin, on le fait entrer facilement dans un Corps dur, ce qui vient, comme je crois, de ce que la percuſſion imprime un mouvement à toutes les parties du Coin, qui les fait trembler & deſunir, & en cette ſorte diminuë le frottement, & facilite le mouvement du Coin. Où l'on peut remarquer que l'effet de la percuſſion ſera d'autant plus grand, que le poids qui la produit ſera plus grand, & qu'il ſera mû avec plus de viteſſe. Planche 6. 37. Fig.

CHAPITRE VI.

De la Vis.

LA *Vis*, que les Grecs & les Latins appellent *Cochlea*, eſt un Cylindre taillé en pluſieurs Surfaces concaves, continuellement inclinées en forme de Spirale, ou c'eſt un Plan Spiral incliné & entortillé autour d'un *Arbre*, ou Aiſſieu, comme AB, ou CD, dont chaque tour, ou arête s'appelle *Pas de Vis*, ou *Helice*, dont on en void ici la moitié, comme BE, ou DE. On s'en ſert tres-utilement pour arrêter, pour faire mouvoir, & pour preſſer avec une tres-grande force. Planche 6. 39. Fig.

Pour connoître cette force, on conſiderera que ſi une Puiſſance pouſſoit le Poids E, pour le faire monter ſur le Plan incliné CD, dont la baſe DB eſt parallele à l'Horizon, depuis D juſqu'en C, par une Ligne de direction parallele à la longueur BC, le mou- 36. Fig.

Planche 6. 56. Fig. vement de la Puiſſance ſeroit repreſenté par la ligne DC, & le mouvement du Poids par la ligne BC perpendiculaire à l'Horizon, puiſque ce Poids ſeroit monté au deſſus de la Baſe DB, de toute la hauteur BC du Plan incliné CD : & dans ce cas on connoîtra par le Principe general des Mecaniques, que la Puiſſance auroit une force proportionnée à ſon mouvement, & qu'elle ſeroit au Poids qu'elle ſoûtiendroit ſur le Plan incliné CD, en le pouſſant ou en le tirant par une Ligne de direction parallele à la longueur CD, ou ce qui eſt la même choſe, la Peſanteur relative du Poids, ſeroit à ſa Peſanteur abſoluë, comme la hauteur BC, eſt à la longueur CD.

Au lieu d'imaginer que la Puiſſance tire le Poids E, pour le faire monter, c'eſt la même choſe que ſi elle pouſſoit le Triangle ſolide BCD ſelon ſa longueur CD, car ainſi le Poids E ſe trouvant ſoûtenu par le Plan perpendiculaire HIK, comme nous avons ſuppoſé en parlant du Coin, contraindroit par ſa peſanteur le Triangle ſolide BCD, de décendre au deſſous de ce Poids, ou bien ce qui eſt équivalent, le Poids E ſeroit contraint de monter ſur le Plan incliné CD, & de s'élever au deſſus de la Baſe BD, qui repreſente l'Horizon, en parcourant la longueur CD, ſans s'éloigner de la perpendiculaire DF, qui eſt ſa Ligne de direction, cette longueur CD étant l'eſpace que parcourt la Puiſſance, en pouſſant le Triangle ſolide BCD ſous le Poids E, juſqu'à ce que le point B ſoit venu en D.

D'où il ſuit que la nature de la Vis n'eſt autre choſe que le Triangle BCD, lequel étant pouſſé en avant ſelon ſa longueur CD, gliſſe ſur le Plan horizontal AB, & enleve le Poids : de ſorte que la longueur du Plan incliné repreſente la moitié BE, ou 59. Fig. DE d'une Helice, la hauteur repreſente la hauteur

EF de la même Helice, la Base du même Plan incliné repreſente le Plan horizontal, ou la Base de l'Arbre de la Vis, & le Poids tient lieu de l'*Ecroüe*, ou *Ecrou*, qui eſt un trou fait au *Colet* G de la Vis avec un Tareau, en forme de Spire, dans lequel tourne la Vis. On appelle auſſi *Ecroüe* le Colet mobile G de la Vis, ſur lequel s'appuye le fardeau qu'on veut lever par le moyen de cette Vis, en la faiſant tourner, ce qui fait monter l'Ecrou, & en même temps le fardeau qu'il ſoûtient, avec une facilité ſurprenante. Planche 6. 39. Fig.

C'eſt donc par le moyen du Triangle, ou Plan incliné, que la Vis a été inventée, & qu'on s'eſt aviſé d'environner le Cylindre ou Arbre HIPQ, du du même Triangle, afin de le reduire dans une Machine beaucoup moindre & plus commode. Pour cette fin l'on a donné la hauteur du Triangle à la hauteur IK du Cylindre, & l'inclinaiſon de l'hypotenuſe du même Triangle à l'Helice HK, & à toutes les autres qui ſuivent de bas en haut tout autour de l'Arbre de la Vis, & qui font le Plan Spiral continuel HKLMNOP, qu'on appelle ordinairement *Trait de la Vis*.

Ainſi l'on void, que *ſi une Puiſſance ſoûtient un Poids à l'aide d'une Vis, elle ſera à ce Poids, comme la hauteur de la Vis, eſt au Trait de la même Vis*, c'eſt à dire à la Ligne qui naît du dévelopement de ſes Pas, ou Helices. D'où il eſt aiſé de conclure, que dans la Vis la Puiſſance eſt d'autant plus forte, que les Helices ſont plus ſerrées, & plus couchées & inclinées à l'Horizon, le reſte étant égal, parce que la longueur des hypotenuſes des Triangles ſur leſquels elles ſont formées, ont une plus grande Raiſon à leur hauteur.

Neanmoins pour juger de la force d'une Vis pro-

Planche 6. 39. Fig

poſée, il n'eſt pas neceſſaire de meſurer la longueur de tout le Trait de la Vis, ni la hauteur entiere de l'Arbre, car il ſuffit de ſçavoir combien de fois la ligne égale au circuit d'une Helice, contient ſa hauteur, par exemple combien de fois la hauteur HL eſt contenuë dans le contour de l'Helice HKL, parce que la hauteur entiere HP du Cylindre eſt contenuë autant de fois dans tout le Trait de la Vis HKLMNOP, comme il eſt aiſé à démontrer.

SCOLIE.

Sans qu'il ſoit beſoin de recourir au Plan incliné, pour connoître la force de la Vis, il ſuffit de conſiderer que la Puiſſance qui aura fait un tour entier pour faire mouvoir un Poids depuis E par exemple en F, à la hauteur d'une Helice, elle aura parcouru un eſpace fort grand à comparaiſon de l'eſpace EF parcouru par le Poids, ce qui fait connoître par le Principe general des Mecaniques, qu'elle doit avoir une grande force par le moyen de cette Machine, de ſorte que ſi l'eſpace qu'elle a parcouru pour faire monter le Poids à la hauteur EF, eſt par exemple dix fois plus grand que cet eſpace, la dixiéme partie de la peſanteur du Poids ſera à peu prés capable de le ſoûtenir par le moyen de cette Machine, &c.

CHAPITRE VII.

Des Machines compoſées.

ON appelle *Machine compoſée*, celle qui eſt compoſée de pluſieurs Machines ſimples, leſquelles on peut employer en une infinité de manieres differentes, ſelon l'occaſion & la neceſſité, ce qui

fait qu'on ne ſçauroit faire un juſte dénombrement des Machines compoſées : c'eſt pourquoy nous parlerons ſeulement de celles qui ſont les plus faciles, & le plus en uſage.

De la Balance.

QUoique la Balance ſoit une Machine tres-ſimple, il ſemble neanmoins qu'on la peut mettre au nombre des Machines compoſées, lorſqu'on s'en ſert pour ſouffler, ce que l'on fera avec d'autant plus de facilité que plus la Puiſſance en A, qui tire de haut en bas par la Ligne de direction AB, ſera éloignée du Point fixe C, & que cette Ligne de direction AB approchera plus d'être perpendiculaire à la Verge BD, dont l'extremité D étant élevée, ouvre le ſoufflet EF, dont le Point F eſt comme le Centre de mouvement d'un Levier, qui ſe mouvra d'autant plus facilement que ſa longueur EF ſera plus grande : ce qui fait que cette Machine étant compoſées de deux Leviers, ou d'une Balance & d'un Levier peut être miſe au nombre des Machines compoſées. Planche 7. 41. Fig.

Du Levier.

LE Levier AB appliqué horizontalement au Treüil, ou Aiſſieu CD, perpendiculaire à l'Horizon, autour duquel s'entortille la Corde EF, qui eſt attachée par un bout au Fardeau G poſé ſur la terre, ſert merveilleuſement bien en faiſant tourner horizontalement l'Aiſſieu CD à force de bras, par pluſieurs Puiſſances appliquées aux extremitez des Leviers AB, pour faire mouvoir le Fardeau G, & le tirer vers H. Planche 7. 42. Fig.

Cette Machine qu'on appelle communément *Vin-*

Planche 7. *das*, & que les Latins appellent *Ergata*, & les Mariniers *Cabeſtan*, eſt tres-utile pour tirer les pierres des Bateaux, & celles qui ſont ſur le bord des Rivieres, & les Bateaux mêmes. Elle a ordinairement une forme ſemblable à celle de la *Fig.* 43. & l'on s'en ſert tres-commodément dans les Vaiſſeaux, pour tirer les Ancres, où il faut une grande force pour les déraciner de la terre.

43. Fig.

On ſe ſert auſſi du Cabeſtan dans les Vaiſſeaux pour lever les Mats de Hunes, & les grandes Vergues, & quand il ſe peut tranſporter d'un lieu à un autre, on le nomme *Cabeſtan volant*: mais on l'appelle *Cabeſtan ſimple*, ou *Petit Cabeſtan*, quand il eſt poſé ſur le ſecond Pont, & qu'il ne ſert que pour lever les Mats de Hunes, les Vergues, & les autres choſes qui ne demandent pas une ſi grande force que pour lever les Ancres: car celuy qui ſert pour lever les Ancres, s'appelle *Cabeſtan double*, ou *Grand Cabeſtan*, qui eſt poſé ſur le premier Pont, & ſert à deux Etages, parce qu'il peut s'élever de quatre à cinq pieds au deſſus du ſecond Pont.

Planche 8. 45. Fig

Quelquefois les Leviers AB ſont appliquez verticalement, pour faire tourner horizontalement le Treüil CD, & lever en même temps le Poids G attaché au bout de la Corde EF, qui s'entortille autour du Cylindre CD, à meſure que pluſieurs Puiſſances appliquées aux extremitez A, B, des Leviers le font tourner autour des deux points immobiles C, D.

Un ſemblable Aiſſieu ſans aucune Rouë eſt appellé *Moulinet*, & les Latins le nomment *Succula*, & les Mariniers qui s'en ſervent pour lever leurs Ancres, le nomment *Guindau*, & *Virevau*: & lorſque cet Aiſſieu eſt employé pour enlever un Fardeau bien

haut, en faiſſant paſſer la Corde par deſſus deux Poulies élevées, pour faciliter ſon mouvement, une telle Machine s'appelle *Engin*, qui eſt fort en uſage dans les Bâtimens, pour enlever des pierres. Planche 8. 46. Fig.

La piece de bois FK, contenant les deux Poulies qui ſont ordinairement de cuivre, s'appelle *Fauconneau*, & *Etourneau*, où l'on va pour y mettre la Corde, en montant par la piece de bois XT, qu'on appelle *Rancher* & *Echelier*, parce qu'il eſt garni de petites Chevilles de bois, appellées *Ranches*, & *Echelons*. Ce Rancher ſert d'appuy à l'Engin, & il eſt chevillé dans une mortaiſe faite en X ſur la *Fourchette* XI, & par une autre mortaiſe faite en T ſur le Poinçon ITV, au deſſous de la *Sellette* NQ, ſur laquelle s'appuyent les *Liens* R, S, qui ſoûtiennent le Fauconneau, ou Etourneau FK.

Le Poinçon IV eſt non-ſeulement appuyé par le Rancher XT, mais encore par les deux *Bras*, TL, TM, qu'on appelle auſſi *Liens en Contre-fiche*, qui s'appuyent par en bas ſur les deux extremitez de la *Sole* LM, qui eſt perpendiculaire à la Fourchette XI, & par en haut dans un *Boſſage*, ou avance de bois T : & qui ſont embraſſez avec le Poinçon IV, pour le mieux tenir en état, par des *Moiſes* OP, qui ſont des pieces de bois aſſemblées avec Tenons & Mortaiſes, ſur leſquelles il y a des pieces de bois paralleles à la Fourchette XI, qui eſt attachée à la Sole LM par des Liens. Ces pieces de bois paralleles ſervent à tenir & affermir le Rancher, & la piece ZH, qui leur eſt perpendiculaire, ſert à ſoûtenir le Treüil CD.

On appelle *Tenon*, le bout d'une piece de bois, qui entre dans une Mortaiſe : & *Mortaiſe* une ouverture ordinairement faite dans le bois en quarré, pour y aſſembler les Tenons qui ſont auſſi ordinairement coupez en quarré. Les Bras & le Rancher ſont

Planche 8. 46. Fig.

liez & arrêtez au Poinçon par des Moiſes aſſemblées avec Tenons & Mortaiſes, & des *Chevilles Couliſſes*, qui ſont des Chevilles de bois ou de fer, qui ſe mettent & s'ôtent quand on veut, pour pouvoir démonter l'Engin, lorſqu'on le veut tranſporter d'un lieu à un autre. La premiere & plus baſſe des deux Moiſes OP, qui embraſſent le Poinçon & ſes deux Bras, s'appelle *Grande Moiſe* : & la piece de bois ZH, qui ſert à ſoûtenir le Treüil CD, ſe nomme *Jambette*.

Lorſque le même Aiſſieu ou Moulinet eſt appuyé ſur deux pieces de bois miſes en croix de ſaint André, une ſemblable Machine s'appelle *Singe*, dont on ſe ſert auſſi dans les Bâtimens pour tirer de l'eau, ou pour lever & décendre des pierres, ou de groſſes pieces de bois, & encore dans les Batteaux pour décharger les Marchandiſes. On ſe ſert auſſi pour enlever les pierres & les pieces de Charpenterie d'une eſpece d'Engin, qu'on appelle *Gruau*, & *Eſcoperche*, dont le Fauconneau eſt fort long, & poſé de bas en haut.

De la Poulie.

LA Machine où il n'y a qu'une Poulie, ſoit pour augmenter la force de la Puiſſance, ou pour faciliter le mouvement, s'appelle *Monoſpaſte* : & celle qui a deux Poulies ſe nomme *Diſpaſte* : & *Triſpaſte* celle qui a trois Poulies, *Tetraſpaſte* celle qui en a quatre, *Pentaſpaſte* celle qui en a cinq, & generalement *Polyſpaſte* celle qui en a pluſieurs.

Preſque toutes les Machines augmentent la force de la Puiſſance, excepté celle que les Latins appellent *Fiſtuca*, & que nous appellons communément *Sonnette*, dont on ſe ſert dans les Bâtimens pour

enfoncer en terre des Pieux ou Pilotis, par le moyen d'un gros billot de bois A, qu'on appelle *Mouton*, quand la Machine eſt grande comme ici, & *Hie* quand la Machine eſt petite, de laquelle on ſe ſert ordinairement pour arracher les Pieux qui ont été plantez, lorſqu'ils ne peuvent plus ſervir, ce qui ſe fait en frapant mediocrement ſur la tête de ces Pieux, qui ſont tirés par une corde fortement roidie. Planche 9. 47. Fig.

Ce Mouton A eſt attaché par deux *Mains de fer*, ou Crampons B, attachez à deux Cordes qui paſſent ſur des Poulies D, & qui ont à leurs extremitez O, ordinairement ſeize bouts de Cordes N, fermement attachez, qui ſont tirez tous à la fois par autant d'Hommes, qui levent le Mouton vers D, & le laiſſent tomber tout d'un coup ſur la tête du Pilotis M, que l'on veut enfoncer, ce qui s'appelle *Battre le Mouton*.

Le même Mouton A, a deux Tenons arrêtez par derriere avec des *Clefs*, ou des *Clavettes*, qui ſont des Chevilles de bois, que l'on ôte quand on veut. Ces Tenons ſervent pour entretenir le Mouton en le hauſſant & en le baiſſant dans les Couliſſes, qui ſont pratiquées entre les deux *Montans* G, H, ou deux pieces de bois perpendiculaires à la Sole IK, & ſoûtenuës par deux bras ou Liens en Contre-fiche C, & auſſi par un Rancher EF, qui s'appuye en F ſur la Fourchete LF. Il eſt ordinairement ferré par en bas avec une *Frete*, ou grande Virole de fer, pour empécher qu'il ne ſe fende en frappant les Pieux, &c.

On peut mettre au rang des Machines compoſées la *Chevre*, dont on ſe ſert dans les Bâtimens pour lever de groſſes pieces à plomb, comme A, par le moyen des deux Poulies B, C, dont la plus baſſe B double la force de la Puiſſance, qui eſt encore mul- Planche 10. 50. Fig.

Planche 10. 50. Fig. tipliée par les Bras ou Leviers DE, appliquez au Treüil FG, au lieu de Rouë. Ce Treüil FG eſt appuyé ſur deux longues pieces de bois KL, MN, qui s'écartent l'une de l'autre par en bas, & ſe joignent en haut par une Clef, ou Clavette. Elles ſervent de Bras pour appuyer contre les Murailles quand il y en a, & quand il n'y en a point, on les ſoûtient par une troiſiéme piece HI, qu'on appelle *Bicoc*, & *Pied de Chevre*.

De l'Aiſſieu dans la Rouë.

Planche 11. 52. Fig. QUoique la *Gruë* ſoit tres-ſimple, n'ayant qu'une Rouë, qu'on appelle *Tympan*, comme A, que l'on fait tourner avec ſon Aiſſieu ou Treüil BC, en la tirant par le dehors, ou en marchant par le dedans, & mouvoir en même temps la Corde DE, qui luy eſt attachée, & qui paſſant par deſſus les Poulies F, M, N, leve le Poids H; neanmoins comme cette Machine eſt des plus conſiderables, & tres-utile dans les Bâtimens pour lever de groſſes pierres, & les tranſporter là où l'on veut, & qu'elle eſt compoſée de pluſieurs grandes pieces de bois, elle merite bien d'être miſe au nombre des Machines compoſées.

Cette Machine eſt ſi commune, qu'elle eſt preſque connuë de tout le monde, & il ne faut qu'en regarder la figure pour la comprendre. C'eſt pourquoy nous dirons ſeulement, que l'extremité C du Treüil BC, s'appelle *Lumiere*, & l'autre extremité B *Mammelon*. La piece K qui ſoûtient le Rancher FG, qui tourne avec la Rouë A, autour de l'extremité I du Poinçon, où il y a un pivot de fer, ſe nomme *Arbre de la Gruë*, qui ſert de Poinçon par en haut, & qui eſt poſé à Angles droits ſur huit pie-

ces de bois L miſes en croix, qu'on appelle *Embraſſures*, *Empatemens*, & *Racineaux*. La piece de bois O, qui ſert à ſoûtenir le Rancher FG, & le Tympan A, s'appelle *Soupente*, &c.

Par le moyen des Rouës à dents, on peut augmenter la force de la Puiſſance autant que l'on voudra, car ſi l'on n'a qu'une ſeule Rouë, dont le Rayon ſoit par exemple dix fois plus grand que celuy de ſon Aiſſieu, la Puiſſance appliquée à la circonference de cette Rouë, aura dix fois plus de force : & ſi l'on ajoûte une ſeconde Rouë, comme A, qu'on appelle *Pignon*, quand elle eſt petite, dont les dents engrainent avec celles de la plus grande, la force de la Puiſſance s'augmentera encore dans la même proportion que le Rayon de ce Pignon ſera plus grand que celuy de ſon Aiſſieu, comme ſi le Rayon eſt ſix fois plus grand que celuy de ſon Aiſſieu, la Puiſſance ſera ſoixante fois plus grande à l'aide de ce Pignon, & elle deviendra encore plus grande, ſi elle ſe ſert de la *Manivelle* DBC, qui luy donnera d'autant plus de force que la ligne BD ſera plus grande ; de ſorte que ſi le Poids E eſt par exemple de ſoixante livres, la Puiſſance appliquée en C, avec la force d'une Livre ſera capable de l'enlever. Planche 13. 54. Fig.

Si l'on multiplie le nombre des Rouës & le nombre des Pignons, comme dans la *Fig.* 53. on multipliera prodigieuſement la force de la Puiſſance, ce qui a fait que les Grecs & les Latins ont appellé cette Machine *Pancratium*, parce que par ſon moyen il n'y a point de fardeau ſi peſant qu'on ne puiſſe lever, & ce n'eſt pas ſans raiſon qu'Archimede ne demandoit qu'un point pour appuyer ſa Machine, afin de pouvoir enlever toute la Terre. *Da mihi punctum, & Terram movebo.* Mais ſi l'on multiplie les Rouës & les Pignons tant que l'on veût, pour aug- Planche 12. 53. Fig.

menter en cette façon la force de la Puiſſance, ainſi on eſt plus long-temps à lever le Poids A, attaché à la Rouë BC, qui tourne plus lentement.

Planche 9. 48. Fig. On augmente auſſi extrémement la force de la Puiſſance par le moyen du *Cric*, dont on ſe ſert ordinairement pour relever les Caroſſes & les Charettes verſées, par le moyen d'une Rouë dentelée AB, & d'une Manivelle CD, qui fait tourner le Pignon C, dont les dents s'engrainant à celles de la Rouë AB, fait auſſi tourner cette Rouë, & ſon Pignon à trois dents E, leſquelles s'engrainant auſſi avec les *Crans*, ou dents du Cric FG, le font lever avec le fardeau qui eſt appuyé ſur la Fourchette GH. La Figure IKL fait voir la forme exterieure du Cric, que l'on peut rendre ſi fort en multipliant les Rouës, qu'il pourra lever une maiſon toute entiere, mais ſon effet ſera plus lent.

Planche 13. 55. Fig. Il y a des Machines compoſées, où le Vent ſert de Puiſſance, comme dans le *Moulin à Vent*, où le Vent frappant contre les *Volans* AB, lorſque leur toile eſt tenduë, & que les Volans qui ſervent de Leviers, ſont tournez à côté du Vent, fait mouvoir ces Leviers, & tourner horizontalement l'Aſſieu CD, & verticalement la Rouë EF, dont les dents engrainant avec les Fuſeaux de la Lanterne GH, la font tourner, & en même temps la Rouë I, dont les dents engrainant pareillement avec les Fuſeaux de la Lanterne K, la font tourner, & avec elle la Meule L, qui ſert à moudre le Grain.

On appelle *Lanterne* une eſpece de Pignon, qui eſt compoſé de pluſieurs *Fuſeaux*, ou petites pieces de bois longues & fortes, qui acrochent ou ſont acrochées par les dents des autres Rouës, que dans ce cas on appelle *Heriſſons*, & *Rouëts*. Le Corps du Moulin, qui eſt garni de Planches & de Poteaux,

ſe nomme *Cage*, que l'on fait tourner comme l'on veut avec ſes Volans, pour leur faire prendre le Vent. Elle tourne avec l'Arbre du Moulin ſur une eſpece de gros Rouleau de fer au bout de cet Arbre, que les Meuniers appellent *Tourillon*: & ils appellent *Lates* les Echelons qui ſont aux Volans, ſur leſquels on tend les Voiles.

On ſe ſert encore tres-commodément de la force du Vent pour animer une Machine qu'on appelle *Anemoſcope*, où l'on void le Vent qui ſouffle par le moyen de l'Aiguille AB, avec ſon Cadran NOSE, ſur la circonference duquel ſont marquez les noms des Vents, comme dans les Bouſſoles ordinaires, & de la Giroüette CD, qui eſt attachée par l'extremité D d'en haut du long Aiſſieu DF, qui eſt perpendiculaire à l'Horizon, & qui s'appuye par ſon autre extremité F d'en bas ſur le Plan GH, laquelle ſe fait pointuë, afin qu'au moindre Vent il ſe puiſſe mouvoir plus facilement, & faire tourner en même temps le Pignon IK, qu'il traverſe, lequel a huit Aîles ou Canelures égales, pour les huit Vents premiers. Planche 14. 58. Fig.

Ces Canelures ſont acrochées par les huit dents égales du Rouët LM perpendiculaires à l'Horizon, & le font tourner avec ſon Aiſſieu, PE, & l'Aiguille AB, qui eſt attachée à l'extremité de cet Aiſſieu, & montre par ſa pointe B, ſur le bord du Cadran le Vent qui ſouffle. Le grand Aiſſieu DF paſſe par un trou fait en Q, ſur le Plan horizontal RS, afin qu'il puiſſe demeurer toûjours droit, ou perpendiculaire à l'Horizon : & l'Aiſſieu PE du Rouët LM traverſe une Muraille, & paſſe par le Centre T du Cadran, comme l'on void à Paris à la Biblioteque du Roy, & auſſi ſur le Pont-neuf à l'Horloge de la Samaritaine.

Planche 13. 56. Fig.

Au lieu du Vent, on ſe ſert quelquefois de la force de la fumée, pour faire tourner une Broche chargée de Viande avec une grande facilité, parce que bien que la fumée ait d'elle-même peu de force, neanmoins ſa force s'augmente beaucoup par le moyen des Rouës C, D, E, F, dont les dents engrainent les unes avec les autres : car la fumée en montant pouſſe la Rouë AB, & la fait tourner avec ſa Lanterne C, dont les Fuſeaux engrainant avec les Dents de la Rouë D, la font tourner avec ſa Lanterne E, dont les Fuſeaux engrainant pareillement avec les Dents de la Rouë F, la font auſſi tourner avec ſon Aiſſieu, ou Broche FG.

On ſe ſert auſſi tres-utilement de la force de l'Eau courante pour faire des Moulins à Eau, & d'autres Machines tres-propres pour élever les Eaux, & deſſécher un lieu rempli d'eau, où l'on veut bâtir : car l'Eau courante en pouſſant par ſa rapidité les Aîles d'une grande Rouë, qui entrent en partie dans l'Eau, a aſſez de force pour faire tourner la Rouë avec ſon Aiſſieu, & tout le reſte de la Machine.

Comme ces Machines ſont tres-communes, nous n'en parlerons pas davantage. On peut voir à Paris la Machine de la Samaritaine ſur le Pont-neuf, qui eſt aſſez belle : mais la plus belle de toutes les Machines que l'on puiſſe voir en Europe, eſt celle de Marly proche de Paris, qui ſert d'admiration à tous les Etrangers, & qui fera connoître à la Poſterité la grandeur & la magnificence de LOÜIS LE GRAND.

Du Coin.

LE Coin n'a aucune force de ſoy-même, comme vous avez vû, étant certain qu'il doit être pouſſé par quelque Puiſſance, dont la plus efficace eſt la percuſſion

percuſſion, principalement celle qui ſe fait par la chute de quelque Poids.

On rapporte à cette Machine qui eſt la plus ſimple de toutes, tous les Inſtrumens qui ſe terminent en pointe, & en taillant, qui ſervent à couper, à fendre, à tailler, à trancher, à piquer, à percer, à troüer, &c. comme ſont les Coûteaux, les Haches, les Cizeaux, les Epées, les Poinçons, &c.

De la Vis.

LA force de la Vis ſera d'autant plus grande, qu'elle ſera aidée d'un Levier plus long appliqué à ſon Colet G, pour la faire tourner. On en fait des *Verins*, dont on ſe ſert ordinairement pour charger de groſſes pierres dans des Charettes, ou à relever quelque Logis avec un *Pointal*, qui eſt une piece de bois comme HI, que l'on met debout ſur la piece d'en bas KL, dans laquelle il y a deux Ecrous, par où paſſent deux Vis, que l'on fait tourner par des Leviers attachez au Colet G de chaque Vis, ce qui donne une grande force à la Puiſſance, principalement ſi les filets de la Vis ſont bien ſerrez. Planche 6. 39. Fig.

Le Levier appliqué à une ſeule Vis, ſert auſſi à la conſtruction de la *Preſſe*, dont on ſe ſert dans les Imprimeries, pour imprimer ce que l'on veut ſur une feüille, & auſſi dans les Monnoyes, pour imprimer l'effigie du Prince ſur du Metal. On la fait auſſi avec deux Vis, ayant une forme à peu prés ſemblable à celle que vous voyez dans la *Fig.* 39. dont on ſe ſert pour preſſer du Linge & des Livres. On en fait une grande, qu'on appelle *Preſſoir*, pour preſſurer le Vin.

On fait auſſi une Vis qui engraine dans une Roüe à Dents, & c'eſt ce qu'on appelle *Vis ſans fin*, parce Planche 14. 57 Fig.

Planche 14. 57. Fig. qu'étant tournée avec une Manivelle, elle fait tourner continuellement la Rouë, & avec elle ſon Aiſſieu, & le Poids qui luy eſt attaché avec une Corde qui ſe devide autour de l'Aiſſieu : & cela a une tres-grande force, que l'on peut augmenter en multipliant le nombre des Vis & des Rouës.

Comme dans cette Figure, ſi l'on fait mouvoir l'Aiſſieu AB, qui contient les Vis C, D, E, avec la Manivelle ou Levier FG, les Vis engrainant avec la grande Rouë HI, la feront tourner, & avec elle ſon Aiſſieu PQ, qui levera le Poids K attaché à la Corde QR. Mais ſi l'on ajoûte un ſecond Aiſſieu LM avec ſes Vis qui engrainent avec les Dents de la ſeconde Rouë ST, en faiſant tourner cet Aiſſieu LM avec le Levier NO, la Rouë ST tournera en même temps avec ſon Aiſſieu AB, & la force redoublera, &c.

59. Fig. Nous parlerons ici par occaſion de la *Vis d'Archimede*, qu'on appelle *Limace*, dont l'effet eſt d'autant plus admirable que la cauſe ſemble plus éloignée de la raiſon, parce que par le moyen de cette Machine on fait monter l'Eau en décendant. C'eſt un Canal appliqué en forme de Vis autour d'un Cylindre, qu'on appelle *Noyau*, dont on ſe ſert pour faire monter l'Eau en plaçant l'une de ſes deux extremitez, comme A, dans l'Eau que l'on veut élever, car ainſi l'Eau entrant par l'ouverture A de ce Canal, trouvant de la pente, décendra vers B qui eſt plus bas, & la Machine tournant, qui doit être inclinée, la partie B montera vers C, & la partie C décendra vers D, ce qui fera couler l'Eau de B en C, & de C en D, & ainſi enſuite juſqu'à l'autre ouverture E d'en haut, par où l'Eau ſortira. On dit qu'Archimede donna autrefois l'invention de cette Machine aux Egyptiens, pour deſſécher leurs Marais cauſez par l'inondation du Nil.

Quoiqu'avec cette Machine l'on puiſſe puiſer beaucoup d'eau, on ne peut pas la faire monter bien haut, à cauſe de la pente qu'on donne à cette Limace, pour attirer par ſon moyen l'eau plus facilement: mais on la peut élever auſſi haut que l'on veut par le moyen d'une autre Machine qui eſt aſſez commune, & qu'on appelle *Chapelet*, parce qu'elle eſt faite comme un Chapelet, car elle eſt compoſée de pluſieurs *Godets*, ou petits Vaſes plus larges par le haut que par le fonds, qu'on attache à une Chaîne de fer, qui ſe meut ſur un Aiſſieu, que l'on fait tourner à l'aide d'une Roüe, que des hommes meuvent à force de bras, ou bien des Chevaux attachez à des Leviers, ou bien encore elle reçoit ſon mouvement par le coulant de l'eau, quand il y a une Riviere tout proche, ce qui fait monter ou décendre les Godets, dont ceux d'en bas puiſent l'eau, & l'élevent en haut, pour la décharger là où l'on veut. Planche 14. 59. Fig.

On ſe ſert quelquefois de Chapelets plus petits, que trois ou quatre hommes font tourner par le moyen d'une Manivelle, comme AB, qui eſt attachée au Cylindre CD, qu'on appelle *Tambour*, ce qui fait rouler ce Cylindre, & rouler en même temps la Chaîne DG, qui paſſe par deſſus, & qu'on appelle *Chaîne ſans fin*, parce qu'elle ſe meut continuellement dans le Tuyau EF, qui eſt dans l'eau, & par deſſous lequel paſſe la Chaîne avec des pieces de cuir faites en demi-Globes, qu'on met à la place des Godets pour élever l'eau par deſſus le Tambour CD: & pour empêcher que l'eau ne tombe en montant, on fait tourner le Chapelet un peu vîte. 60. Fig.

Une ſemblable Machine, & toutes les autres qui ſervent à lever l'eau par l'eau même, ou par quelqu'autre force mouvante, ſe nomme *Machine Hydraulique*, & l'on appelle *Machine Pneumatique*,

celle qui par l'impulsion de l'Air, imite le son des Instrumens que l'on touche, comme l'Orgue, ou bien la voix humaine, ou celle des Animaux, comme l'Horloge qui est en l'Eglise de saint Jean à Lyon, où l'on entend chanter un Cocq avant que de sonner les heures.

LIVRE SECOND.

DE LA STATIQUE.

COMME la Mecanique ne considere proprement que les Forces mouvantes, en tant qu'elles sont appliquées à des Machines, ce n'est pas sans raison que nous l'avons separée de la Statique, qui s'applique à la connoissance des Poids, des Centres de gravité, & de la décente des Corps pesans. Cette partie comprend plusieurs Questions Physiques qui ne sont point d'un Mathematicien, & que par consequent nous negligerons ici, pour ne nous point éloigner du dessein que nous nous sommes proposé, qui est de parler aux Gens de Guerre, qui aiment la Pratique, & qui sont ennemis de la dispute.

CHAPITRE I.

De la Décente libre des Corps peſans.

NOus entendons ici pour la Décente libre d'un Corps peſant, la chute de ce Corps dans l'air, lorſqu'il ne rencontre point d'autre Corps qui s'oppoſe à ſon mouvement. Nous avons remarqué au commencement du Livre precedent, que le Corps qui ſe meut dans l'air en tombant librement, acquiert en chacun des momens égaux de ſa chute des degrez égaux de Vîteſſe, & que les eſpaces parcourus par le mobile croiſſent à chaque moment, ſelon la ſuite des premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. qui ſont les differences des quarrez 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres arithmetiquement proportionnels 1, 2, 3, 4, 5, &c. & que par conſequent les eſpaces que les Corps peſans parcourent en tombant de haut en bas, depuis le commencement de leur chute ſont en Raiſon doublée, ou comme les quarrez des temps ou momens : & nous n'avons que la ſeule experience pour rendre raiſon de cette proportion, qui nous ſervira de fondement pour une bonne partie de ce que nous avons à dire dans la ſuite.

PROPOSITION I.

Probleme.

Etant connu l'eſpace qu'un Corps peſant parcourt en un temps déterminé, trouver l'eſpace qu'il parcourra dans un temps donné.

SUppoſons qu'en une Minute de temps un Mobile ait parcouru en décendant l'eſpace de 24 pieds ;

Pour trouver l'eſpace que le même Mobile doit parcourir dans le même Milieu, par exemple dans trois Minutes de temps, cherchez à ces trois nombres 1, 9, 24, dont les deux premiers 1, 9, ſont les quarrez des temps donnez 1, 3, & le troiſiéme 24 eſt l'eſpace parcouru dans le premier temps, un quatriéme proportionnel, qui donnera 216 pieds, pour l'eſpace que le Mobile parcourra dans le ſecond temps, c'eſt à dire dans trois Minutes.

DEMONSTRATION.

Parce que les eſpaces parcourus ſont comme les quarrez des temps, & que dans cet exemple les temps ſont 1, 3, & leurs quarrez 1, 9, il eſt évident que puiſqu'il y a même Raiſon du premier quarré 1, au ſecond 9, que de l'eſpace 24 parcouru au premier temps, à l'eſpace qui doit être parcouru dans le ſecond temps, cet eſpace ſe doit trouver en cherchant aux trois nombres 1, 9, 24, un quatriéme proportionnel, comme il a été fait.

PROPOSITION II.

PROBLEME.

Etant connu le temps qu'un Corps peſant employe pour décendre d'un eſpace déterminé, trouver le temps qu'il doit employer pour décendre d'un autre eſpace donné.

SUppoſons qu'un Corps peſant ait employé une Minute de temps pour décendre de 24 pieds; Pour trouver le temps qu'il doit employer pour décendre dans le même Milieu, par exemple de 216 pieds, cherchez à ces trois nombres 24, 216, 1, dont les deux premiers 24, 216, ſont le premier &

le ſecond eſpace donné, & le troiſiéme 1, eſt le quarré du temps donné, un quatriéme proportionnel, qui donnera 9 minutes quarrées pour le quarré du temps qu'on cherche, lequel par conſequent ſera de 3 minutes, comme l'on connoît en tirant la Racine quarrée du quatriéme nombre trouvé 9.

Demonstration.

Parce que les eſpaces parcourus ſont comme les quarrez des temps, & que dans cet exemple les eſpaces ſont 24, 216, il eſt évident que puiſqu'il y a même Raiſon du premier temps 24, au ſecond 216, que du quarré 1 du premier temps qui répond au premier eſpace 24, au quarré du ſecond temps qui répond au ſecond eſpace 216, le quarré de ce ſecond temps ſe doit trouver en cherchant aux trois nombres 24, 216, 1, un quatriéme proportionnel, comme il a été fait.

Proposition III.

Theoreme.

La force qui porte un Corps perpendiculairement en haut, ſe diminuë également.

Je dis que ſi l'on pouſſe perpendiculairement un Corps peſant en haut, en luy imprimant une force perpendiculaire qui ſoit continuë, ce mouvement ſe diminuëra peu à peu.

Demonstration.

Parce que la peſanteur du Corps jetté en haut, le porte en bas, ſon mouvement doit diminuer continuellement, & il doit entierement ſe détruire,

lorſque la force de l'impreſſion qui le porte en haut, cauſée par la Puiſſance qui l'a jetté, eſt égale à celle qu'il a par ſa gravité, de ſe porter en bas, c'eſt à dire que le Corps jetté en haut doit ceſſer de monter au moment que les deux impreſſions ſont égales, aprés quoy il doit immediatement décendre, parce qu'alors celle de la peſanteur commence à prevaloir à celle de la projection. Puiſque donc la peſanteur empêche que le mouvement imprimé de bas en haut, n'ait autant de vîteſſe, & que par cet effet contraire elle détruit la force du mouvement de bas en haut, autant que ſeroit celuy qu'elle produiroit de haut en bas, qui croît également, la force qui pouſſe en haut, doit auſſi décroître également. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

On void aiſément, que comme un Corps tombant acquiert en temps égaux des degrez égaux de vîteſſe, & qu'au contraire en montant il perd en temps égaux des degrez égaux de vîteſſe, c'eſt à dire que les vîteſſes diminuent en montant en la même proportion inverſe qu'elles augmentent en décendant; ce Corps paſſe par les mêmes eſpaces dans des temps égaux en montant & en décendant. D'où il ſuit que les eſpaces parcourus par le mobile jetté vers le haut ſont les mêmes dans un ordre renverſé que ceux qui ſont parcourus dans le même temps par le mobile tombant : de ſorte que ſi le Corps employe cinq ſecondes de temps à monter à la hauteur de 25 pieds, & que l'eſpace qu'il parcourt à la premiere Seconde, ſoit par exemple de neuf pieds, celuy de la deuxiéme Seconde ſera de ſept, celuy de la troiſiéme de cinq, celuy de la quatriéme de trois, & celuy de la cinquiéme & derniere d'un pied; juſ-

qu'au moment où il ſe trouve en équilibre ſans monter ni décendre ; aprés quoy il commençera d'abord à décendre en parcourant dans la même proportion inverſe les mêmes eſpaces dans le même temps ; de ſorte qu'à la premiere Seconde de temps il décendra d'un pied, à la deuxiéme de trois, à la troiſiéme de cinq, à la quatriéme de ſept, & à la cinquiéme & derniere de neuf, mettant en cette façon cinq Secondes de temps à décendre de 25 pieds, comme il en a demeuré à monter auſſi de 25 pieds.

PROPOSITION IV.

Probleme.

Etant connu le temps qu'un Corps peſant demeure à décendre d'une hauteur connuë, trouver de combien il décendra à chaque partie de ce temps.

SUppoſons qu'un Corps peſant ait demeuré cinq Secondes de temps pour décendre de 125 toiſes ; Pour trouver de combien de toiſes il décendra à chaque Seconde de temps, mettez x pour le nombre des toiſes qu'il doit parcourir à la premiere Seconde, & alors parce que les eſpaces que le Mobile parcourt en temps égaux, croiſſent ſelon la progreſſion des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. l'eſpace parcouru en la deuxiéme Seconde ſera $3x$, l'eſpace parcouru en la troiſiéme Seconde ſera $5x$, l'eſpace parcouru en la quatriéme Seconde ſera $7x$, & l'eſpace parcouru en la cinquiéme & derniere Seconde ſera $9x$: & comme tous ces eſpaces font enſemble $25x$, & qu'on les ſuppoſe égaux à 125, on aura cette Equation $25x \backsim 125$, laquelle étant diviſée par 25, on aura $x \backsim 5$, ce qui fait connoître qu'à la premiere Seconde le Mobile ſera décendu de 5 toiſes,

& que par conſequent il aura parcouru en décendant 15 toiſes pendant la deuxiéme Seconde, à cauſe de $3x$, & 25 toiſes pendant la troiſiéme Seconde, à cauſe de $5x$, & 35 toiſes pendant la quatriéme Seconde, à cauſe de $7x$, & enfin 45 toiſes pendant la derniere & cinquiéme Seconde, à cauſe de $9x$. *Ce qu'il falloit faire.*

SCOLIE.

Ce Problême eſt ſi facile, qu'il n'eſt pas beſoin d'Algebre pour le reſoudre : car il eſt évident que pour le reſoudre, il n'y a qu'à partager le nombre donné 125 en cinq autres qui ſoient proportionnels à ces cinq 1, 3, 5, 7, 9, ce qui ſe peut aiſément faire par la Regle de Compagnie. Mais pour venir à la pratique, multipliez chacun de ces nombres 1, 3, 5, 7, 9, par le nombre donné 125, & diviſez chacun des produits 125, 375, 625, 875, 1125, par la ſomme 25 des mêmes nombres 1, 3, 5, 7, 9, & les quotiens 5, 15, 25, 35, 45, ſeront les eſpaces parcourus par le Mobile dans la premiere, la ſeconde, la troiſiéme, la quatriéme, & la cinquiéme & derniere Seconde de temps.

LEMME.

Dans une Progreſſion arithmetique, toutes les ſommes de deux termes également éloignez des deux extrémes ſont égales chacune à la ſomme des deux extrémes.

PRopoſons une Progreſſion arithmetique compoſée de ces ſept termes, a, $a+b$, $a+2b$, $a+3b$, $a+4b$, $a+5b$, $a+6b$. On void que la ſomme $2a+6b$ des deux termes $a+b$, $a+5b$, ou des

deux $a+2b$, $a+4b$, également éloignez des deux extrémes a, $a+6b$, eſt égale à la ſomme des deux mêmes extrémes, & que par conſequent toutes ces ſommes ſont égales entre elles. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire.

Il ſuit de cette Propoſition, que quand le nombre des termes eſt impair, comme ici, la même ſomme $2a+6b$ eſt double du terme moyen $a+3b$.

PROPOSITION V.

Theoreme.

La force qui pouſſe de bas en haut un Corps peſant à une certaine hauteur, le porteroit dans le même temps à une hauteur double, ſi elle ne ſe diminuoit point.

SUppoſons qu'avec une certaine force on pouſſe un Corps peſant à la hauteur par exemple de ſept toiſes dans une Minute de temps; je dis que ſi cette force demeuroit là même ſans ſe diminuer, elle porteroit ſon Mobile à une hauteur double, c'eſt à dire à quatorze toiſes dans la même Minute de temps.

Demonstration.

Si l'on diviſe le temps par exemple en ſept Momens, & pareillement la force en ſept degrez, on connoîtra aiſément, que puiſque *par Prop.* 3. cette force décroît également, & que l'on ſuppoſe qu'au commencement du premier Moment elle avoit ſept degrez de vîteſſe, à la fin de ce premier Moment elle n'aura que ſix degrez de vîteſſe, à la fin du ſecond elle en aura cinq, à la fin du troiſiéme elle en aura quatre, à la fin du quatriéme elle en aura trois, à la

fin du cinquiéme elle en aura deux, à la fin du ſixiéme elle en aura un, & à la fin du ſeptiéme & dernier Moment, elle n'aura plus aucun degré de vîteſſe. Ainſi nous avons une Progreſſion arithmetique compoſée de ces huit termes, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, où la ſomme des deux extrémes, & auſſi celle de deux quelconques également éloignez de ces extrémes, eſt *par Lem. prec.* par tout la même, ſçavoir 7; ce qui fait en tout quatre fois 7, ou 28. Or ſi la force ne ſe fût point diminuée, elle auroit produit en chaque Moment ſept degrez de mouvement, & comme elle doit faire parcourir au Mobile un eſpace proportionné à ſes forces, & qu'il y auroit en tout huit fois 7 degrez, ou 56 degrez de vîteſſe, qui ſont le double de 28, elle auroit auſſi porté ſon Mobile à une hauteur double. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Deux Puiſſances pouſſent un même Corps peſant de bas en haut, à des hauteurs, qui ſont entre elles comme les quarrez des deux nombres qui expriment la Raiſon de ces deux Puiſſances.

JE dis que ſi par exemple une Puiſſance eſt triple d'une autre Puiſſance, en ſorte que ces deux Puiſſances ſoient dans la Raiſon de ces deux nombres 3, 1, elle élevera en pouſſant ſelon ſa force triple un Corps peſant à une hauteur qui ſera noncuple de celle à laquelle la petite Puiſſance peut élever avec ſa force le même Corps peſant, de ſorte que ces deux hauteurs ſeront comme ces deux nombres 1, 9, qui ſont les quarrez des deux 1, 3, qui expriment la Raiſon des deux Puiſſances.

Demonstration.

Parce que c'eſt le même Corps, ou la même peſanteur qui fait diminuer la force dans ces deux Puiſſances, elle ſe doit diminuer dans chacune par des degrez égaux, & celle qui eſt triple de l'autre, doit par conſequent employer le triple du temps à décroître; ſi donc elle employe par exemple trois Minutes de temps, & la moindre une Minute, la plus grande doit faire parcourir à ſon Mobile dans la derniere & troiſiéme Minute, un eſpace égal à celuy que la petite a fait parcourir au même Mobile dans la premiere Minute, & dans la ſeconde Minute elle doit faire parcourir au Mobile un eſpace trois fois plus grand, & un eſpace cinq fois plus grand dans la premiere Minute, parce que ces eſpaces décroiſſent en montant, ou croiſſent en décendant ſelon la proportion des nombres impairs, comme nous avons remarqué dans la *Prop.* 3. De ſorte que ſi dans la premiere Minute la plus petite Puiſſance pouſſe le Mobile à la hauteur par exemple d'une toiſe, la plus grande Puiſſance qui eſt triple, aura fait parcourir au même Mobile, dans la troiſiéme Minute, auſſi l'eſpace d'une toiſe, & de trois toiſes dans la ſeconde Minute, & enfin de cinq toiſes dans la premiere Minute, ce qui fait en tout neuf toiſes. Ainſi l'on void que quand la plus petite Puiſſance a pouſſé ſon Mobile à la hauteur d'une toiſe, la Puiſſance triple la fait monter à la hauteur de neuf toiſes, & que par conſequent ces hauteurs ſont entre elles comme 1 à 9, qui ſont les quarrez de ces deux nombres 1, 3, qui expriment la Raiſon des deux Puiſſances. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On conclud évidemment de cette Propoſition, que ſi la force qui pouſſe droit en haut, eſt double, l'eſpace ſera quadruple, & que par conſequent un Arc double en force d'un autre Arc, doit pouſſer une fléche quatre fois plus haut.

PROPOSITION VII.

THEOREME.

La force qu'un Corps peſant acquiert en tombant, le fait remonter à la même hauteur.

CEtte Propoſition eſt évidente premierement par l'experience, ſecondement parce que le Corps peſant en tombant acquiert une vîteſſe, qui l'oblige à remonter en le pouſſant de bas en haut, lorſqu'il a trouvé le lieu le plus bas, où il a pû décendre, & que rien ne l'empêche de tomber : & ſi cette force ou vîteſſe acquiſe demeuroit là même, elle pouſſeroit le Corps à une hauteur double, *par Prop.* 5. mais comme la peſanteur du Corps la fait continuellement diminuer par les mêmes degrez qu'elle étoit crûë, elle ne peut porter ce Corps & le faire remonter qu'à la même hauteur, de laquelle il a décendu. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Dans tout ce que nous avons dit, il faut faire abſtraction de la peſanteur & de la reſiſtance de l'Air qui eſt la cauſe que toutes les Propoſitions precedentes ne s'accordent pas exactement avec l'experience, ſur tout celle-cy, car nous voyons que les Pendules ne

retournent pas tout-à-fait à la même hauteur, de laquelle ils étoient décendus, autrement ils auroient un mouvement perpetuel,& cependant nous voyons qu'ils s'arrêtent en peu de temps.

De la peſanteur & de la reſiſtance de l'air, on tire pluſieurs conſequences qui ſe confirment par l'experience. La premiere eſt, que le *mouvement d'un Corps peſant ne s'accelere pas toûjours, mais à une certaine hauteur il devient égal & uniforme dedans l'air*, parce que la reſiſtance de l'air croiſſant comme les eſpaces, & par conſequent en raiſon doublée des vîteſſes ou des temps, cette reſiſtance peut devenir ſi grande qu'elle détruira autant de la vîteſſe qu'il s'en devroit produire, & par ce moyen le mouvement n'augmentera plus en vîteſſe.

La ſeconde eſt, que *Divers Corps dans le même milieu n'ont pas un mouvement acceleré de la même façon*, à cauſe de la difference de leurs volumes, contre leſquels l'air fait plus ou moins de reſiſtance au mouvement, parce que ceux qui ont un plus grand volume, chaſſent plus d'air en haut que ceux qui en ont un plus petit.

La troiſiéme eſt, que *le mouvement des Corps peſans s'accelere diverſement dans des Milieux differens, & dans le Milieu le plus épais, il arrive plûtôt à l'égalité*, parce que ce Milieu plus épais fait ſes circulations avec plus de difficulté, & reſiſte par conſequent plus facilement au mouvement.

La quatriéme eſt, que *les Corps les plus petits de même matiere homogéne tombent avec moins de vîteſſe, & arrivent plûtôt à l'égalité*, parce que le Corps qui a plus de Surface trouve plus de reſiſtance que celuy qui en a moins, & que les plus petits Corps ont plus de Surface que les grands à proportion de leur ſolidité ou peſanteur, car la Geometrie

nous enſeigne qu'un Cube qui a par exemple un pied de Surface, un Cube huit fois plus peſant n'aura que quatre pieds de Surface. C'eſt par ce principe que les grains de pouſſiere élevez en l'air tombent fort lentement, & que les Oiſeaux étendent leurs aîles pour ſe ſoûtenir dans l'air, & qu'enfin une Pique jettée en l'air, ou dans l'eau, tombe ſur ſa pointe, &c.

La cinquiéme eſt, *qu'il y a une hauteur qui produit dans un Corps peſant la plus grande viteſſe qu'il puiſſe acquerir en tombant*, de ſorte que quand il tomberoit de plus haut, il n'auroit pas plus de vîteſſe, ce qui eſt évident par la premiere conſequence, où nous avons reconnu que le mouvement du Corps peſant ne s'accelere pas continuellement, & qu'à une certaine hauteur il devient égal.

La ſixiéme eſt, *qu'il y a une hauteur la plus grande de toutes, à laquelle la force acquiſe par la chute d'un Corps peſant, le peut faire remonter*, parce que par la conſequence precedente, il y a une hauteur qui produit la plus grande vîteſſe que le Corps puiſſe acquerir en tombant, & que cette vîteſſe ne le peut faire remonter qu'environ à la même hauteur.

La ſeptiéme eſt, qu'*un Corps peſant pouſſé en haut par une force qui ſurpaſſe la plus grande qu'il peut acquerir en tombant, doit employer plus de temps à décendre qu'à monter*, parce que la vîteſſe du Corps jetté à quelque hauteur que ce ſoit, diminuë continuellement, au lieu que la vîteſſe du même Corps en tombant n'augmente qu'à une certaine hauteur, étant certain que ſi elle augmentoit continuellement, le Mobile demeureroit autant de temps à décendre qu'à monter.

La huitiéme eſt, que *ſi un Corps peſant eſt pouſſé en*

en bas par une force qui surpasse la plus grande qu'il peut acquerir en tombant, a un mouvement retardé, parce que par la premiere consequence le Corps qui tombe par la plus grande vîtesse qu'il peut avoir en tombant, l'air luy fait une resistance égale à la force de sa pesanteur, & que quand il est pousſé par une plus grande force, l'air luy fait une resistance qui surpasse la force de sa pesanteur, ce qui doit détruire une partie du mouvement, lequel en cette façon sera ralenti & retardé.

Par cette derniere consequence on void la raison, par laquelle un Boulet de Canon tiré de haut en bas retarde son mouvement; car ce Boulet est pousſé par l'effort de la Poudre, qui luy donne une plus grande vîtesse que celle qu'il auroit acquise en tombant librement par sa pesanteur absoluë: & par la septiéme consequence on void aussi la raison de cette experience, que le P. Mersenne rapporte dans sa *Balistique*, ou l'art de jetter les Corps pesans, *Prop.* 13.

Cet Auteur dit qu'il a experimenté plusieurs fois, qu'une fléche qui avoit employé trois secondes de temps à monter, en a demeuré cinq à décendre: & quoy qu'il ajoûte qu'il a experimenté qu'un Boulet de fer pesant trois livres, ayant été pousſé perpendiculairement en haut par un Mortier long d'un Pied, a demeuré autant de temps à décendre qu'à monter, sçavoir six Secondes de temps; il ne faut pas croire pour cela que la chose doive toûjours arriver ainsi, la difference n'étant pas si considerable dans le Boulet d'un Mortier que dans une fléche, dont le mouvement arrive plûtôt à l'égalité, à cause de sa legereté.

PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Si une Puiſſance pouſſe horizontalement un Corps peſant de bas en haut, elle luy fera parcourir en montant & en décendant, une Ligne Parabolique.

LA projection perpendiculaire de bas en haut, ou bien de haut en bas, dont nous avons parlé dans les Propoſitions precedentes, ſe fait toûjours à nôtre égard par une ligne droite perpendiculaire à l'Horizon, de laquelle la direction n'eſt point alterée par la peſanteur du Mobile, qui racourcit ſeulement la ligne droite vers le haut, & l'alonge vers le bas.

Il n'en eſt pas de même du mouvement des Corps jettez horizontalement, ou bien à côté, dont la Ligne de direction ſe trouve alterée par la peſanteur, qui empêche que cette Ligne ne demeure droite, à cauſe du mouvement horizontal, ou oblique qui ſe mêle avec le perpendiculaire, ce qui fait changer de route au Corps jetté horizontalement, ou à côté, & luy fait parcourir une ligne courbe, qui eſt la circonference d'une Parabole, comme nous allons premierement démontrer dans la Projection horizontale, en ſuppoſant que l'air ne fait aucune reſiſtance au mouvement, & que les Lignes de direction des Corps peſans ſont paralleles entre elles.

DEMONSTRATION.

Planche 10. 51. Fig. Suppoſons donc par exemple, que le Boulet A de matiere uniforme, tres-dure, & parfaitement ronde, ſoit pouſſé par quelque cauſe externe, comme ſeroit la force de la Poudre, avec un certain degré

de vîteſſe, qui le dirige vers D, ſelon la ligne horizontale AD, dont il parcourroit les eſpaces égaux AB, BC, CD, en des temps égaux, s'il n'avoit aucune peſanteur, où s'il étoit pouſſé ſur le Plan horizontal AD; mais en ôtant ce Plan horizontal, & en laiſſant le Boulet A dans une entiere liberté de ſe mouvoir ſelon la force qui luy a été imprimée par l'effort de la Poudre, elle continueroit ſon mouvement vers D, ſans une nouvelle impreſſion qu'elle reçoit par ſa propre gravité, qui l'obligera de ſe détourner de ſa droiture AD, & de parcourir dans ſon paſſage la ligne courbe AEFG, formée par deux mouvemens, dont l'un eſt égal & uniforme qui luy vient de l'impreſſion de la Poudre, & l'autre eſt uniformement acceleré qui luy eſt communiqué par ſa propre peſanteur. De ſorte que ſi dans le premier Moment le Boulet A a parcouru ſelon ſa Ligne de direction AD, l'eſpace AB par le mouvement égal de l'impulſion, & l'eſpace BE par le mouvement acceleré de ſa peſanteur, dans le ſecond Moment l'eſpace BC égal au premier AB, par le mouvement égal, & l'eſpace CF quadruple du premier BE, ou AH, par le mouvement acceleré, & au troiſiéme Moment l'eſpace CD égal au premier AB, par le mouvement égal, & l'eſpace DG noncuple de BE, par le mouvement acceleré, & ainſi enſuite ſelon les quarrez des temps, leſquels temps ſont repreſentez par les lignes AB, AC, AD, ou leurs égales HE, IF, KG, paralleles à l'Horizon, & terminées par la ligne AK perpendiculaire à l'Horizon, comme les lignes BE, CF, DG, ou leurs égales AH, AI, AK, repreſentent les chutes du Boulet A, à chaque temps: & comme ces lignes ſont comme les quarrez 1, 4, 9, des lignes HE, IF, KG, il eſt aiſé de conclure par la Définition de la Parabole, que la courbe

Planche 10. 51. fig.

AEFG, eſt une ligne Parabolique, dont l'Axe eſt AK, & les ordonnées ſont HE, IF, KG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION IX.

THEOREME.

Les lignes des projections obliques ſont auſſi Paraboliques.

Planche 9. 49. Fig. JE dis que la Ligne courbe AEFG, que le Boulet A a parcouru étant pouſſé obliquement, c'eſt à dire ſuivant la direction entre l'horizontale & la verticale, eſt auſſi la circonference d'une Parabole.

DEMONSTRATION.

Parce que comme nous avons remarqué dans la *Prop.* 3. un Corps étant pouſſé de bas en haut, les vîteſſes diminuent en montant dans la même proportion qu'elles augmentent en décendant, les temps égaux étant repreſentez comme auparavant, par les trois parties égales AB, BC, CD, de la ligne horizontale AD, qui repreſente le temps que le Boulet A a employé pour parvenir au point G le plus élevé, ſi dans le premier Moment AB, ce Boulet a monté en E par exemple de cinq pieds, au ſecond Moment BC il ſera monté en F de trois pieds de plus qu'au premier, & au troiſiéme & dernier Moment CD, il ſera monté en G d'un pied de plus qu'au ſecond, de ſorte qu'il aura monté en tout de neuf pieds. Ainſi la perpendiculaire DG ſera 9, lorſque la ligne AD eſt 3, Racine quarrée de 9, la ligne GH ſera 4, lorſque la ligne EH égale à BD ſera 2, Racine quarrée de 4, & la ligne GI ſera 1, lorſque la ligne FI égale à CD ſera 1, Racine quarrée de 1; où

l'on void que les quarrez des ordonnées AD, EH, FI, à l'Axe GD, ſont comme les parties correſpondantes GD, GH, GI, & que par conſequent la courbe AEFG eſt Parabolique. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 9. 49. Fig.

Scolie.

Il eſt évident que la Ligne de direction AK, par laquelle le Boulet A, eſt pouſſé en haut par la force de la Poudre, touche la Parabole au point A, parce qu'au moment que la force pouſſe le Boulet A, ſelon cette Ligne de direction AK, ſa peſanteur le fait tant ſoit peu décendre, en le détournant de la ligne droite AK, & en luy faiſant parcourir la courbe Parabolique AEFG. L'Angle DAK, que fait la Ligne de direction AK, avec l'horizontale AD, s'appelle *Angle d'inclination*, & la largeur de la Parabole, qui ſe termine ſur la ligne horizontale AD prolongée, ſe nomme *Amplitude de la Parabole*, dont AD en eſt ici la moitié.

Chapitre II.

De la Décente des Corps peſans ſur les Plans inclinez.

QUand un Corps peſant roule ſur un Plan incliné, pour aller dans le lieu le plus bas, où il peut, il y va avec moins de vîteſſe que s'il tomboit librement dans l'air, parce que ſa peſanteur relative eſt moindre que ſa peſanteur abſoluë, à cauſe de l'obſtacle que le Plan incliné fait à ſa décente perpendiculaire, & qu'il le ſoûtient en partie. D'où il eſt aiſé de conclure, que cette peſanteur relative eſt

d'autant plus petite, que moins le Plan eſt incliné, de ſorte qu'elle ſe reduit à rien, lorſque le Plan n'eſt point incliné, & qu'il eſt horizontal. Il y a pluſieurs remarques curieuſes & utiles à faire touchant la Peſanteur relative, dont nous allons parler dans les Propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si une Puiſſance ſoûtient un Poids ſpherique, qui tend à rouler ſur un Plan incliné, dont la Baſe eſt parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui paſſant par le Centre de gravité du Poids ſoit parallele à l'hypotenuſe du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaiſon du Plan; cette Puiſſance ſera à la partie du Poids, qui preſſe le Plan, comme la hauteur du Triangle rectangle, eſt à l'hypotenuſe.

Planche 15. 61. Fig.

JE dis que ſi une Puiſſance, dont la Ligne de direction ED paſſe par le Centre de peſanteur D du Poids Spherique FGH, qui tend à rouler ſûr le Plan incliné BC, & eſt parallele à l'hypotenuſe BC du Triangle rectangle ABC, dont la Baſe AB eſt parallele à l'Horizon, ſoûtient le Poids FGH, il y aura même Raiſon de la Puiſſance au Poids, ou de ce que la Puiſſance porte à ce que porte le Plan, que de la hauteur AC, à l'hypotenuſe BC.

PREPARATION.

Tirez du point F, où le Corps Spherique FGH touche le Plan BC, par ſon centre D, le Diametre FH, qui *par* 18 3. ſera perpendiculaire à l'hypotenuſe BC, & par conſequent à ſa parallele ED. Tirez

encore du centre D, la ligne DK perpendiculaire à l'Horizon, & par conſequent à la Baſe AB, qui ſera la Ligne de direction du Poids FGH. Enfin tirez du point F, la ligne FI parallele à l'Horizon ou à la Baſe AB, qui ſera perpendiculaire à la ligne DK, de ſorte que le Triangle rectangle DFO ſera *par* 8. 6. diviſé en deux Triangles rectangles FID, FIO, ſemblables entre eux, & au Triangle OKB, ou à ſon ſemblable ABC. Planche 15. 61. Fig.

Demonstration.

Cette preparation étant faite, on connoîtra aiſément, que la ligne ED étant la Ligne de direction de la Puiſſance, & DK la Ligne de direction du Poids, c'eſt comme ſi la Puiſſance étoit appliquée en D, & que le Poids fût ſuſpendu au point I, & qu'ainſi DFI peut être conſideré comme un Levier recourbé, dont le Point fixe eſt F, la diſtance de la Puiſſance eſt FD, & la diſtance du Poids eſt FI, & dans ce cas il a été démontré ailleurs, que la Puiſſance eſt au Poids, comme la diſtance FI du Poids, à la diſtance FD de la Puiſſance : c'eſt pourquoy ſi à la place des deux derniers termes FI, FD, on met les deux AC, BC, qui ſont en même Raiſon, à cauſe des Triangles ſemblables FDI, ABC, on connoîtra que la Puiſſance eſt à la partie du Poids qui peſe ſur le Plan, comme la hauteur AC, à l'hypotenuſe BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Scolie.

On void aiſément par cette Propoſition, que ſi au lieu d'imaginer que la Puiſſance ſoûtient le Poids FGH, par le moyen de la Corde ED attachée à ſon centre D, & parallele au Plan BC, on l'arrête par le Plan LM perpendiculaire au Plan BC, la Peſanteur

Planche 15. 61. Fig. relative, dont le Poids preſſera le Plan LM, eſt à celle, par laquelle il preſſe le Plan BC, comme la hauteur AC, à l'hypotenuſe BC.

On void auſſi, que ſi au lieu de la Puiſſance appliquée en E, on avoit un Poids N attaché à une Corde, qui paſſant par deſſus une Poulie tellement diſpoſée, que la partie ED de cette Corde fût parallele à l'hypotenuſe BC, & que ce Poids N tinſt le Poids D en Equilibre, ce même Poids N ſeroit au Poids D, comme la hauteur AC, à l'hypotenuſe BC: & reciproquement ſi la hauteur AC, étoit à l'hypotenuſe BC, comme le Poids N eſt au Poids D, ces deux Poids N, D, ſeroient en équilibre.

Enfin l'on void aiſément, que la Puiſſance ainſi appliquée eſt toûjours moindre que la partie du Poids qui peſe ſur le Plan, parce que la ligne AC eſt eſſentiellement moindre que l'hypotenuſe BC. On entend ici par le Poids D, non pas ſa Peſanteur abſoluë, mais la partie qu'en porte le Plan BC, & par la Puiſſance qui eſt égale au Poids N, le reſte du Poids D, qui porte en l'air, & que le Plan BC ne porte pas. Que ſi l'on conſidere la Peſanteur abſoluë du Poids D, on démontrera dans la *Prop.* 5. qu'elle eſt à celle du Poids N, comme AC eſt à BC.

PROPOSITION II.

Theoreme.

Si une Puiſſance ſoûtient un Poids Spherique qui tend à rouler ſur un Plan incliné, dont la Baſe eſt parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui étant parallele à cette Baſe, paſſe par le Centre de gravité du même Poids, la Puiſſance ſera au Poids, comme la hauteur du Plan incliné à la longueur de ſa Baſe.

JE dis que ſi une Puiſſance, dont la Ligne de direction DL paſſe par le Centre de peſanteur D du Poids Spherique EFG, qui tend à rouler ſur le Plan incliné BC, & eſt parallele à la Baſe AB, que je ſuppoſe parallele à l'Horizon, ſoûtient ce Poids EFG, il y aura même Raiſon de la Puiſſance au Poids, que de la hauteur AC, à la longueur AB. Planche 7. 44. Fig.

Preparation.

Tirez du point E, où le Corps Spherique EFG touche le Plan BC, par ſon Centre D, le Rayon DE, qui *par* 18. 3. ſera perpendiculaire à l'hypotenuſe BC du Triangle rectangle ABC. Tirez encore du Centre D, la ligne DH perpendiculaire à l'Horizon, & par conſequent à la Baſe AB, qui ſera la Ligne de direction du Poids EFG. Enfin tirez du point d'attouchement E la ligne EI perpendiculaire à la Ligne de direction DH du Poids, à laquelle la Ligne de direction de la Puiſſance eſt auſſi perpendiculaire; de ſorte que le Triangle rectangle DEO ſera diviſé *par* 8. 6. en deux Triangles rectangles EID, EIO, ſemblables entre eux, & au Triangle OHB, ou à ſon ſemblable ABC.

Planche 7. 44. Fig.

DEMONSTRATION.

Cette Preparation étant faite, on connoîtra *par Ax.* 9. que la Puiſſance étant appliquée en L, c'eſt comme ſi elle étoit appliquée en M, où ſa Ligne de direction DE ſe trouve coupée à angles droits par la droite EM parallele à la Ligne de direction DH du Poids, & comme ſi le Poids étoit ſuſpendu du point I, où ſa Ligne de direction DH ſe trouve coupée à angles droits par la ligne EI parallele à la Ligne de direction DL de la Puiſſance, & qu'ainſi MEI peut être conſideré comme un Levier recourbé, dont le Point fixe eſt E, la diſtance de la Puiſſance eſt EM, & la diſtance du Poids eſt EI, & dans ce cas, il a été démontré ailleurs, que la Puiſſance eſt au Poids, comme EI eſt à EM, ou DI ſon égale : c'eſt pourquoy ſi à la place des deux derniers termes EI, DI, on met les deux AC, AB, qui ſont en même Raiſon, à cauſe des Triangles ſemblables ABC, EDI, on connoîtra que la Puiſſance eſt au Poids, comme AC, eſt à AB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Il eſt évident par ce qui vient d'être démontré, que lorſque l'Angle d'inclination B ſera demi-droit, auquel cas l'Angle C ſera auſſi demi-droit, la Puiſſance ſera égale au Poids, parce que dans cette ſuppoſition, les lignes AB, AC, ſeront égales entre elles : & que lorſque l'Angle d'inclination B ſera moindre qu'un demi-droit, auquel cas l'Angle C ſera plus grand qu'un demi-droit, la Puiſſance ſera moindre que le Poids, parce que dans ce cas le côté AB ſera plus grand que le côté AC : & enfin que lorſque l'Angle d'inclination B ſera plus grand qu'un de-

mi-droit, auquel cas l'Angle C ſera moindre qu'un demi-droit, la Puiſſance ſera plus grande que le Poids, parce que dans cette ſuppoſition le côté AB ſera plus petit que le côté AC. Planche 7. 44. Fig.

Il eſt auſſi évident que ſi au lieu d'appliquer la Puiſſance en L, pour ſoûtenir le Poids EFG, par le moyen de la Corde DL attachée à ſon Centre D, & parallele à l'Horizon, ou à la Baſe AB, on faiſoit paſſer cette Corde par deſſus la Poulie N, pour y pendre un Poids K, qui tinſt le Poids D en équilibre, ce Poids K, qui dans ce cas tiendroit lieu de Puiſſance, ſeroit au Poids D, comme AC eſt à AB, & reciproquement ſi le Poids K étoit au Poids D, comme AC eſt à AB, ces deux Poids K, D, ſeroient en équilibre, puiſque le Poids K produit le même effet que la Puiſſance.

Enfin il eſt évident, que ſi au lieu de la Puiſſance en L, ou d'un Poids en K, on appliquoit la Surface PG perpendiculaire à l'Horizon, ou à la Baſe AB, qui touchant le Poids EFG au point G, l'empêcheroit de tomber, la Peſanteur relative du Poids EFG, par laquelle il pouſſeroit la Surface PG, ſeroit à celle, par laquelle il preſſeroit le Plan BC, comme AC eſt à AB.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Si deux Poids Spheriques attachez avec une Corde parallele à l'Horizon, par leurs Centres de gravité, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre ſur deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs baſes poſées ſur un même Plan parallele à l'Horizon, ils ſeront entre eux comme les longueurs de ces Baſes.

Planche 6. 40. Fig.

LE Triangle ABC, dont la perpendiculaire eſt CD, eſt le Profil de deux Plans inclinez AC, BC, dont la hauteur commune eſt CD, & dont les Baſes AD, BD, ſont ſituées ſur un même Plan AB parallele à l'Horizon : & il y a ſur ces deux Plans inclinez AC, BC, les deux Poids E, F, qui s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre par le moyen de la Corde EF, qui paſſant par leurs Centres de gravité eſt parallele à l'Horizon, ou au Plan AB. Cela étant, je dis que le Poids E eſt au Poids F, comme AD eſt à BD.

DEMONSTRATION.

Puiſque les deux Poids E, F, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre, de ſorte que chacun ne tire pas ſa Corde plus d'un côté que d'autre, la même Puiſſance qui pourroit ſoûtenir le Poids E ſur le Plan incliné AC, par la Ligne de direction EF, pourroit auſſi ſoûtenir le Poids F ſur le Plan incliné BC, par la même Ligne de direction EF ; & comme *par Prop.* 2. la Puiſſance qui ſoûtiendroit le Poids E ſur le Plan incliné AC, ſeroit à ce Poids E, comme CD eſt à AD, & que la même Puiſſance qui ſoûtiendroit

le Poids F, ſur le Plan incliné BC, ſeroit à ce Poids F, comme CD eſt à BD, on conclurra *par Egalité*, que le Poids E eſt au Poids F, comme AD eſt à BD. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 6. 40. Fig.

Scolie.

Il faut bien ici remarquer, que quand on parle d'un Poids poſé ſur un Plan incliné, comme du Poids E, pour le comparer à un autre Poids, ou à quelque Puiſſance qui le pourroit ſoûtenir, on n'entend pas parler de ſa Peſanteur abſoluë, par laquelle il tend au Centre de la terre, mais de celle par laquelle il preſſe le Plan AC, qui eſt neceſſairement moindre que la premiere, parce qu'il n'y a qu'une partie de ce Corps peſant qui peſe ſur le Plan, à cauſe qu'il tend à rouler ſur ce Plan.

PROPOSITION IV.

Theoreme.

Si deux Poids Spheriques attachez par leurs Centres de gravité avec une Corde, qui paſſant par deſſus une Poulie ſe replie de telle ſorte que ſes deux parties ſoient paralleles à deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs Baſes poſées ſur un même Plan parallele à l'Horizon, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre ſur les deux Plans inclinez, ils ſeront entre eux comme les longueurs de ces Plans inclinez.

LE Triangle ABC, dont la perpendiculaire eſt CD, eſt le Profil de deux Plans inclinez AC, BC, dont la hauteur commune eſt CD, & dont les Baſes AD, BD, ſont ſituées ſur un même Plan AB parallele à l'Horizon, & il y a ſur ces deux Plans in- Planche 15. 62. Fig.

Planche 15. 62. Fig. clinez AC, BC, les deux Poids E, F, qui s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre par le moyen de la Corde EGF, qui paſſant au deſſus de la Poulie G, & par leurs Centres de gravité, ſe plie tellement que la partie EG eſt parallele au Plan incliné AC, & la partie FG parallele au Plan incliné BC. Cela étant, je dis que le Poids E, eſt au Poids F, comme AC eſt à BC.

DEMONSTRATION.

Puiſque les deux Poids E, F, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre, de ſorte que chacun fait un égal effort pour décendre ſur ſon Plan incliné, tirant également ſa Corde, la même Puiſſance qui pourroit ſoûtenir le Poids E, ſur le Plan incliné AC, par la Ligne de direction EG, pourroit auſſi ſoûtenir le Poids F ſur le Plan incliné BC, par la Ligne de direction FG; & comme *par Prop.* 1. la Puiſſance qui ſoûtiendroit le Poids E ſur le Plan incliné AC, ſeroit à ce Poids E, comme CD eſt à AC, & que la même Puiſſance qui ſoûtiendroit le Poids F, ſur le Plan incliné BC, ſeroit à ce Poids F, comme CD eſt à BC, on conclurra *par Egalité*, que le Poids E, eſt au Poids F, comme AC eſt à BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

La Propoſition inverſe eſt auſſi veritable, ſçavoir que ſi les deux Poids E, F, ſont entre eux comme les longueurs AC, BC, ils ſeront en Equilibre, ce qui eſt auſſi vray des Priſmes qui ſeront placez perpendiculairement ſur les Plans inclinez, & attachez par leurs Centres de gravité.

PROPOSITION V.

Theoreme.

Si la Peſanteur abſoluë d'un Poids poſé ſur un Plan incliné, eſt à celle d'un autre Corps peſant qui tombe perpendiculairement, comme la hauteur du Plan incliné eſt à ſa longueur, ces deux Poids ſeront en Equilibre.

JE dis que ſi la Peſanteur abſoluë du Poids D poſé ſur le Plan incliné BC, eſt à celle du Poids N, qui tombe perpendiculairement, comme la hauteur AC eſt à la longueur BC, ces deux Poids N, D, ſeront en Equilibre, c'eſt à dire que chacun tendra à décendre avec une égale force, de ſorte que ſi on les joint par une Corde, comme dans la *Prop.* 1. afin que l'un ſe meuve autant que l'autre, chacun tirera également ſa partie de la Corde qui paſſe par deſſus la Poulie E. Planche 15. 61. Fig.

Demonstration.

Si l'on prend ſur la longueur BC, la partie BP égale à la hauteur AC, & que du Point P on tire la ligne PQ perpendiculaire à AB, en plaçant le Poids N en C, & le Poids D en B, & en faiſant enſuite décendre le Poids N de C en A, le Poids D montera d'autant ſur le Plan incliné BC, depuis B en P, parce que l'on a fait BP égale à AC, de ſorte qu'il ſe ſera élevé à la hauteur PQ, comme le Poids N s'eſt abaiſſé de la hauteur AC. Ainſi la ligne AC, qui eſt le mouvement du Poids N, ſera à la ligne PQ, qui eſt le mouvement du Poids D, reciproquement comme le Poids D eſt au Poids N, par cette Regle generale de Mecanique, que nous avons remarquée dans

Planche 15. 61. Fig. le Levier, & dans les autres Machines, ſçavoir que les Poids ſont reciproquement proportionnels à leurs mouvemens. C'eſt pourquoy ſi à la place des deux premiers termes AC, PQ, on met les deux BC, AC, qui ſont en même Raiſon, *par* 4. 6. à cauſes des Triangles ſemblables ABC, QBP, il ſera vray de dire que BC eſt à AC, comme le Poids N, eſt au Poids D, quand ces deux Poids ſont en Equilibre, & que par conſequent, ſi le Poids D, eſt au Poids N, comme la hauteur AC, à la longueur BC, ces deux Poids N, D, ſont en Equilibre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Si de deux Poids égaux l'un décend perpendiculairement, & l'autre ſur un Plan incliné, leurs Peſanteurs relatives ſeront reciproquement proportionnelles à la longueur du Plan, & à ſa hauteur.

JE dis que ſi le Poids D, qui eſt ſur le Plan incliné BC, eſt égal au Poids N, qui décend perpendiculairement, la force avec laquelle le Poids D tend à décendre ſur le Plan incliné BC, eſt à la force par laquelle le Poids N tend à décendre perpendiculairement, comme la hauteur AC, eſt à la longueur BC.

DEMONSTRATION.

Si l'on fait une conſtruction ſemblable à la precedente, & que l'on faſſe décendre le Poids N, de C en A, le Poids D parviendra de B en P, & il ſera ſeulement monté à la hauteur PQ moindre que la hauteur AC, ce qui fait que le Poids N ayant plus de mouvement que le Poids D, il aura auſſi à proportion

tion plus de force pour décendre que le Poids D, par la Regle generale de Mecanique, c'eſt à dire que la Peſanteur relative du Poids D, ſera à celle du Poids N, comme la hauteur PQ, à la hauteur AC, ou comme AC eſt à BC. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 15. 61. Fig.

Corollaire I.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que la force qu'un Corps peſant a par ſa propre peſanteur de tomber en bas, c'eſt à dire ſa Peſanteur abſoluë, ſe diminuë ſur un Plan incliné, dans la Proportion de la longueur de ce Plan à ſa hauteur, ou du Sinus Total au Sinus de l'Angle d'inclination : de ſorte que ſi la longueur BC étoit par exemple double de la hauteur AC, ce qui arrivera lorſque l'Angle d'inclination B ſera preciſément de 30 degrez, la Peſanteur abſoluë du Poids N, ſera double de ſa Peſanteur relative ſur le Plan incliné BC.

D'où il ſuit, que ſi un cheval tire une charette chargée ſur un Plan incliné, comme ſur une Montagne, outre la peine qu'il a de tirer cette charette dans la Plaine, il reſſent la Peſanteur relative du fardeau qu'il tire ſur le Plan incliné, qui eſt telle partie de la Peſanteur abſoluë du fardeau, que la hauteur du Plan incliné eſt de ſa longueur. Comme ſi la longueur de la Montagne eſt double de ſa hauteur, & que le fardeau peſe 2000 livres, le cheval en reſſentira 1000. De ſorte que ſi le cheval ne pouvoit tirer que 1000 livres, ſur le penchant de cette Montagne, il faudra deux chevaux pour tirer 2000 livres ſur le penchant de la même Montagne.

Corollaire II.

Il s'enſuit auſſi, que la vîteſſe du Mobile D ſur le

Plan-che 15. 61. Fig. Plan incliné BC, ſe diminuë auſſi à proportion que la longueur BC de ce Plan eſt plus grande que ſa hauteur AC, c'eſt à dire que la vîteſſe de ce Mobile D ſur le Plan incliné BC, eſt à celle qu'il a quand il ſe meut perpendiculairement, comme la hauteur AC du Plan eſt à ſa longueur BC, parce que les vîteſſes d'un même Corps doivent avoir la même Raiſon que leurs Peſanteurs relatives, étant certain que le Mobile qui a des forces doubles par exemple, doit avoir auſſi une double vîteſſe, &c.

PROPOSITION VII.

THEOREME.

Si de deux Poids égaux l'un décend ſur un Plan incliné, & l'autre ſur un autre Plan incliné de même hauteur, leurs Peſanteurs relatives ſeront reciproquement proportionnelles aux longueurs de ces deux Plans.

Plan-che 15. 63. Fig. JE dis que ſi le Poids E, qui eſt ſur le Plan incliné AC, eſt égal au Poids F, qui eſt ſur le Plan incliné BC de même hauteur, la force que le Poids E a de décendre ſur ſon Plan incliné AC, eſt à la force que le Poids F a de décendre ſur ſon Plan incliné BC, reciproquement comme la longueur BC de ce Plan, eſt à la longueur AC du premier Plan.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine un troiſiéme Poids égal au Poids E, ou au Poids F, qui tombe perpendiculairement le long de la hauteur commune CD, la force de ce Poids ſera à celle du Poids E, comme AC eſt à CD, & à celle du Poids F, comme BC eſt à CD, *par Prop. 6.* c'eſt pourquoy *par Egalité*, la force du

Poids E ſera à celle du Poids F, comme BC eſt à AC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VIII.

Theoreme.

Les Peſanteurs relatives de deux Poids égaux poſez ſur deux Plans inclinez de même hauteur, ſont entre elles comme les hauteurs qui répondent à des parties égales de leurs Plans inclinez.

JE dis que ſi le Poids E poſé ſur le Plan incliné AC, eſt égal au Poids F poſé ſur le Plan incliné BC, & qu'ayant pris à volonté ſur les longueurs AC, BC, les deux parties égales AG, BH, & tiré des deux points G, H, les droites GI, HK, perpendiculaires aux Baſes AD, BD, ou paralleles à la hauteur commune CD; la force que le Poids E a de décendre ſur ſon Plan incliné AC, eſt à celle que le Poids F a de décendre ſur ſon Plan incliné BC, comme la hauteur GI, eſt à la hauteur HK. Planche 15. Fig. 63.

Demonstration.

Si l'on imagine un troiſiéme Poids égal au Poids E, ou au Poids F, qui tombe perpendiculairement des hauteurs GI, HK, la Peſanteur relative de ce Poids ſera à celle du Poids E, comme AG eſt à GI, & à la Peſanteur relative du Poids F, comme BH ou AG eſt HK, *par Prop.* 6. C'eſt pourquoy *par Egalité*, la Peſanteur relative du Poids E, ſera à celle du Poids F, comme la hauteur GI, eſt à la hauteur HK. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Planche 15. 63. Fig.

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que les Peſanteurs relatives de deux Poids égaux poſez ſur deux Plans inclinez de même hauteur, ſont proportionnelles aux Sinus des Angles d'inclination de ces deux Plans, parce que la perpendiculaire GI eſt le Sinus de l'Angle A, à l'égard du Sinus Total AG, ou BH, & que la perpendiculaire HK eſt le Sinus de l'Angle B, à l'égard du même Sinus Total BH.

PROPOSITION IX.

THEOREME.

Si une Puiſſance ſoûtient un Poids Spherique qui tend à rouler ſur un Plan incliné, dont la Baſe eſt parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui paſſant par le Centre de gravité du Poids, rencontre en un point l'hypotenuſe du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaiſon du Plan; cette Puiſſance ſera au Poids, comme le Sinus de l'Angle d'inclination, au Sinus du Complement de l'Angle de traction.

Planche 15. 64. Fig.

JE dis que ſi une Puiſſance dont la Ligne de direction DE paſſe par le Centre de peſanteur du Poids Spherique D, qui tend à rouler ſur le Plan incliné BC, & étant prolongée rencontre en M l'hypotenuſe BC du Triangle rectangle ABC, dont la Baſe AB eſt parallele à l'Horizon, ſoûtient ce Poids D, il y aura même Raiſon de la Puiſſance au Poids, que du Sinus de l'Angle GDH, égal à l'*Angle d'inclination* B, au Sinus du Complement de l'Angle CME, qu'on appelle *Angle de traction*.

Planche 15. 64. Fig.

Preparation.

Tirez par le point G, où le Poids D touche le Plan BC, au Centre D, le Rayon DG, qui *par* 18. 3. ſera perpendiculaire à l'hypotenuſe BC : & à la Ligne de direction EM la perpendiculaire GL, & l'Angle DGL ſera *par* 8. 6. égal à l'Angle de traction CME, dont le Sinus ſera DL, & le Sinus de ſon Complement ſera GL, à l'égard du Sinus Total DG, comme à l'égard du même Sinus Total DG, la Ligne GH eſt le Sinus de l'Angle GDH égal à l'Angle d'inclination B. Tirez du Centre D, la ligne DI perpendiculaire à la Baſe AB, qui ſera la Ligne de direction du Poids D, & la ligne DF parallele à l'hypotenuſe BC, que vous prendrez pour la Ligne de direction d'une autre Puiſſance tellement appliquée en F, ou en D, qu'elle ſoûtienne auſſi le Poids D ſur le Plan incliné BC. Tirez encore du point G, la ligne GH parallele à l'Horizon, ou perpendiculaire à la Ligne de direction DI du Poids, & le Triangle DGH ſera ſemblable au Triangle ABC, comme nous avons reconnu dans la *Prop.* 1.

Demonstration.

Cette Preparation étant faite, on connoîtra comme dans la *Prop.* 1. que DE, DF, étant les Lignes de direction de deux Puiſſances qui ſoûtiennent ſeparement le Poids D, dont la Ligne de direction eſt DI, c'eſt comme ſi ces deux Puiſſances étoient appliquées à l'extremité D du Levier recourbé DGH, dont le Point fixe eſt G, & comme ſi la Peſanteur relative du Poids D, par laquelle il preſſe le Plan BC, étoit reduite au point H, & qu'ainſi GH eſt la diſtance du Poids, GL la diſtance de la Puiſſance en

Planche 15. 64. Fig. E, & GD la distance de la Puissance en F, parce qu'elle est perpendiculaire à la Ligne de direction DE, comme DE est perpendiculaire à la Ligne de direction DP, & DH perpendiculaire à la Ligne de direction DN.

Cela étant supposé, on considerera que puisque la Puissance en E soûtient le Poids D par la Ligne de direction DE, par le moyen du Levier recourbé DGH, où G est le Point fixe, GH la distance du Poids, & GL la distance de la Puissance, cette Puissance sera au Poids, comme la distance GH du Poids, est à la distance GL de la Puissance: & pareillement puisque la Puissance en F soûtient le même Poids D, par la Ligne de direction DF, par le moyen du même Levier recourbé DGH, où G est le Point fixe, GH la distance, & GD la distance de la Puissance, cette Puissance sera au Poids, comme la distance GH du Poids est à la distance GD de la Puissance. C'est pourquoy *par Egalité* la Puissance en E, sera à la Puissance en F, comme GD est à GL: & parce que GD est à GH, comme BC est à AC, à cause des Triangles semblables DGH, ABC, ou *par Prop.* 1. comme le Poids D, est à la Puissance en F, on conclurra *par Egalité*, que la Puissance en E est au Poids D, comme GH est à GL, ou comme le Sinus de l'Angle d'inclination, est au Sinus du Complement de l'Angle de traction. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il suit évidemment de cette Proposition, que la Puissance en F, dont la Ligne de direction est parallele au Plan incliné BC, est la moindre de toutes, c'est à dire qu'il faut moins de force pour soûtenir le Poids D sur le Plan incliné BC, en tirant ce Poids

par une Ligne parallele au Plan incliné, telle qu'eſt DF, que par quelqu'autre Ligne, comme ſeroit DE; de ſorte que la Puiſſance en E eſt plus grande que la Puiſſance en F, & elle ſera toûjours plus grande à meſure que l'Angle de traction deviendra plus grand, parce qu'il a été démontré, que la Puiſſance en E, eſt à la Puiſſance en F, comme GD eſt à GL, ou comme le Sinus Total eſt au Sinus du Complement de l'Angle de traction, ce Sinus du Complement GL devenant toûjours plus petit à meſure que l'Angle de traction devient plus grand. Planche 15. 64. Fig.

D'où il eſt aiſé de conclure, que la Puiſſance eſt la plus grande, qu'elle puiſſe être, & qu'elle eſt égale preciſément au Poids, lorſque l'Angle de traction eſt égal au Complement de l'Angle d'inclination, ce qui arrivera lorſque la Ligne de direction DE ſera perpendiculaire à l'Horizon, comme DK, parce que dans ce cas les lignes GH, GL, ſeront égales entre elles, ce qui égale la Puiſſance au Poids, puiſque cette Puiſſance eſt au Poids, comme GH, eſt à GL. Ainſi l'on connoît que la Puiſſance eſt la moindre de toutes, lorſqu'elle tire par une Ligne de direction parallele au Plan incliné, & qu'elle eſt la plus grande de toutes, lorſqu'elle tire par une Ligne de direction perpendiculaire à l'Horizon; où l'on void que ſi un cheval tire un fardeau par le moyen d'une charette, ou de quelqu'autre Machine roulante, il aura d'autant moins de peine à tirer, que la Ligne de direction par laquelle il tirera ce fardeau, approchera plus d'être parallele au penchant de cette Montagne.

Corollaire II.

Il s'enſuit auſſi que ſi la Ligne de direction, comme DN, fait avec DF parallele à BC, un Angle FDN

Planche 15. 64. Fig. égal à l'Angle EDF, la Puiſſance appliquée en N, ſera égale à la Puiſſance appliquée en E, parce que dans ce cas les Angles de traction DMO, DOM, ſeront égaux, puiſque *par* 29. 1. l'Angle de traction DMO eſt égal à ſon externe oppoſé EDF, que l'on ſuppoſe égal à l'Angle FDN, & par conſequent à ſon alterne DOM, &c.

D'où il ſuit que ſi la Ligne de direction, comme DP, fait avec la ligne DG perpendiculaire à la ligne BC, un Angle GDP égal à l'Angle d'inclination B, la Puiſſance appliquée en P ſera égale au Poids, *par Coroll.* 1. parce que dans ce cas l'Angle de traction DPM eſt égal au Complement de l'Angle d'inclination B.

COROLLAIRE III.

Enfin il s'enſuit, que ſi la Ligne de direction, comme DQ, eſt perpendiculaire au Plan incliné BC, en ſorte que l'Angle de traction QGB ſoit droit, la Puiſſance appliquée en Q, ou en tel autre point que l'on voudra, de ſa Ligne de direction DQ, pour ſoûtenir le Poids D, doit être infinie, c'eſt à dire qu'une Puiſſance qui tireroit ce Poids D, par la Ligne de direction DQ, ne ſeroit pas capable de le ſoûtenir, quelque force qu'elle pût avoir, parce que le Sinus du Complement de l'Angle de traction ſe reduit à rien, étant infiniment petit, ce qui rend infiniment grande la Puiſſance appliquée en Q, puiſque cette Puiſſance eſt au Poids, comme le Sinus de l'Angle d'inclination, eſt au Sinus du Complement de l'Angle de traction.

PROPOSITION X.

Theoreme.

Si deux Puiſſances ſoûtiennent un Poids par le moyen d'une Corde, qui ſe repliant par la peſanteur de ce Poids placé entre les deux Puiſſances, faſſe un Angle droit, elles ſeront reciproquement proportionnelles au parties de la Corde.

JE dis que ſi les deux Puiſſances A, B, ſoûtiennent le Poids C, par le moyen de la Corde DGE, qui ſe repliant au point G, où le Poids C eſt ſuſpendu, y faſſe un Angle droit; la Puiſſance A eſt à la Puiſſance B, comme la partie EG, eſt à la partie DG. Planche 16. 65. Fig.

Preparation.

Tirez à la Ligne de direction GC du Poids C, les deux perpendiculaires DF, EF, & alors le Poids C, qui eſt ſuſpendu du point G, peut être conſideré comme ſuſpendu du point F, la Puiſſance A, qui tire par la Ligne de direction DG, comme appliquée en G, auſſi-bien que la Puiſſance B, qui tire par la Ligne de direction EG: de ſorte que GEF peut être conſideré comme un Levier recourbé, où le Point fixe eſt E, la diſtance du Poids C eſt EF, & la diſtance de la Puiſſance A eſt EG: & pareillement GDF peut être conſideré comme un Levier recourbé, où le Point fixe eſt D, la diſtance du Poids C eſt DF, & la diſtance de la Puiſſance B eſt DG.

Demonstration.

Parce que dans le Levier recourbé GEF, la Puiſſance A eſt au Poids C, comme la diſtance EF du

Planche 16. 64. Fig. Poids, eſt à la diſtance EG de la Puiſſance, ou comme EG eſt à DE, à cauſe des Triangles ſemblables DGE, FGE, *par* 8. 6. & que pareillement dans le Levier recourbé GDF, la Puiſſance B eſt au Poids C, comme la diſtance DF du Poids, eſt à la diſtance DG de la Puiſſance, ou comme DG eſt à DE, à cauſe des Triangles ſemblables DGE, DGF, *par* 8. 6. on connoîtra *par Egalité*, que la Puiſſance A, eſt à la Puiſſance B, comme EG, eſt à DG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

On void par cette Propoſition, que ſi les trois Poids A, B, C, ſe tiennent en Equilibre par le moyen de la Corde DGE, en ſorte que comme nous avons ſuppoſé dans la Démonſtration precedente, la ligne DE ſoit parallele à l'Horizon; ces Poids ſont proportionnels aux Sinus des Angles deſquels ils ſont ſuſpendus, c'eſt à dire que le Poids A ſera au Sinus de l'Angle EDG, comme le Poids C eſt au Sinus de l'Angle DGE, & comme le Poids B eſt au Sinus de l'Angle DEG: car il a été démontré que la Puiſſance A qui tient lieu de Poids, eſt au Poids C, comme EG eſt à DE, ou comme le Sinus de l'Angle EDG, au Sinus de l'Angle DGE: & il a été auſſi demontré, que la Puiſſance B, qui tient lieu de Poids, eſt au Poids C, comme DG eſt à DE, ou comme le Sinus de l'Angle DEG, au Sinus de l'Angle DGE: & enfin que le Poids A eſt au Poids B, comme EG eſt à DG, ou comme le Sinus de l'Angle EDG, au Sinus de l'Angle DEG.

Si du point F, l'on tire aux deux côtez DG, EG, les paralleles FH, FI, on connoîtra que la Puiſſance A, eſt à la Puiſſance B, comme FH eſt à FI, parce que ces deux lignes FH, FI, ou GH, ſont propor-

tionnelles aux deux EG, DG, auſquelles les deux Puiſſances A & B ſont proportionnelles, à cauſe des Triangles ſemblables GFH, DGE, cela eſt encore vray lorſque l'Angle G eſt oblique, mais il le faut démontrer. Planche 16. 67. Fig.

Preparation.

Tirez du point D, à la Corde EG, la perpendiculaire DL, qui ſera la diſtance de la Puiſſance B, à l'égard du Point fixe D du Levier recourbé GDF : & du point E, à la Corde DG, la perpendiculaire EK, qui ſera la diſtance de la Puiſſance A, à l'égard du Point fixe E du Levier recourbé GEF. Menez encore les droites FK, FL, & alors le Triangle FEK ſera équiangle au Triangle FGI, comme l'on connoîtra en décrivant autour de EG, le Demi-cercle EFKG, qui *par* 31. 3. paſſera par les deux points F, K : car on connoîtra *par* 21. 3. que l'Angle FGI, qui s'appuye ſur l'arc FK, eſt égal à l'Angle FEK, qui s'appuye ſur le même arc FK : & pareillement que l'Angle FKE, qui s'appuye ſur l'arc EF, eſt égal à l'Angle FGE, qui s'appuye ſur le même arc EF, & *par* 29. 1. à ſon alterne GFI ; c'eſt pourquoy *par* 32. 1. le troiſiéme Angle EFK ſera égal au troiſiéme FIG. Le Triangle DLF eſt auſſi équiangle au Triangle GFH, comme l'on connoîtra en décrivant autour de GD le Demi-cercle DFLG, qui *par* 31. 3. paſſera par les deux points F, L ; car on connoîtra *par* 21. 3. que l'Angle FDL, qui s'appuye ſur l'arc FL, eſt égal à l'Angle FGH, qui s'appuye ſur le même arc FL ; & que pareillement l'Angle DLF, qui s'appuye ſur l'arc DF, eſt égal à l'Angle DGF, qui s'appuye ſur le même arc DF, ou *par* 29. 1. à ſon alterne GFH ; c'eſt pourquoy *par* 32. 1. le troiſiéme Angle FHG eſt égal au troiſiéme DFL.

Planche 16. 67. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que dans le Levier recourbé GEF, la Puiſſance A, eſt au Poids C, comme la diſtance EF du Poids, eſt à la diſtance EK de la Puiſſance, ou comme GI eſt à GF, à cauſe des Triangles ſemblables FEK, FGI: & que dans le Levier recourbé GDF, la Puiſſance B eſt au Poids C, comme la diſtance DF du Poids, eſt à la diſtance DL de la Puiſſance, ou comme GH eſt à GF, à cauſe des Triangles ſemblables DLF, GFH; on conclurra *par Egalité*, que la Puiſſance A eſt à la Puiſſance B, comme GI eſt à GH, ou comme FH eſt à FI. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il ſuit de la démonſtration precedente, que les trois Poids A, C, B, ſont proportionnels aux trois lignes GI, GF, GH, parce qu'il a été démontré que A eſt à C, comme GH eſt à GF, & que C eſt à B, comme GF eſt à GH. D'où il eſt aiſé de conclure, que les trois Poids A, C, B, ſont proportionnels aux Sinus des trois Angles du Triangle FGI, ou du Triangle FGH, ſçavoir des trois Angles GFI, GIF, FGI, parce que la ligne GI eſt le Sinus de l'Angle GFI, la ligne GF le Sinus de l'Angle I, & la ligne GH, ou FI, le Sinus de l'Angle FGI: ou bien des trois Angles qui ſe forment au point G, ſçavoir de l'Angle FGE égal à l'Angle GFI, de l'Angle DGE, qui a un même Sinus que l'Angle GIF, & de l'Angle FGI.

COROLLAIRE II.

Il s'enſuit auſſi que le Poids A eſt au Poids C,

comme EF eſt au Sinus de l'Angle EDG, à l'égard du Sinus Total ED, & que le Poids B eſt au Poids C, comme DF eſt au Sinus de l'Angle DEG, à l'égard du même Sinus Total ED, parce qu'il a été démontré que le Poids A eſt au Poids C, comme EF eſt à EK, qui eſt le Sinus de ſon Angle oppoſé EDG, à l'égard du Sinus Total ED : & que le Poids B eſt au Poids C, comme DF eſt à DL, qui eſt le Sinus de l'Angle oppoſé DEG, à l'égard du même Sinus Total ED. D'où il ſuit que connoiſſant les trois Poids A, B, C, & les lignes DF, EF, & par conſequent toute la ligne DE, on pourra connoître par la Trigonometrie les trois Angles du Triangle DGE. Planche 16. 67. Fig.

Corollaire III.

Enfin il s'enſuit, que puiſque le Poids C, pour petit qu'il ſoit, fait replier la Corde, où il eſt ſuſpendu, quelques prodigieuſes que ſoient les Puiſſances A, B, qui la tirent, une Corde ne ſçauroit jamais être parfaitement tenduë, quand elle ſeroit tirée par la plus grande force que l'on pût imaginer, parce que cette force, quelque grande qu'elle puiſſe être, ſe peut toûjours repreſenter par les grands Poids A, B, qui ne pourront pas empêcher que la Corde ne ſe recourbe, quand même le Poids C, n'y ſeroit pas, la ſeule peſanteur de la Corde étant ſuffiſante pour la faire tant ſoit peu recourber, & pour élever un peu les Poids A, B.

L'Angle G des deux Cordes EG, DG, eſt icy aigu, & il peut être obtus, auquel cas les perpendiculaires DL, EK, tomberont au dehors du Triangle DGE, mais cela n'ôtera rien à la démonſtration qui vient d'être faite. Il peut auſſi arriver que les deux points D, E, ne ſeront pas d'une même hauteur, c'eſt à dire que les deux lignes EF, DF, qui

Planche 16. 67. Fig. ont été tirées perpendiculaires à la Ligne de direction FG du Poids C, ne feront pas une même ligne droite, mais cela n'ôtera rien à la verité du Theorême, étant libre de tirer les deux paralleles FH, FI, de celuy qu'on voudra des deux points, où la Ligne de direction FG du Poids C, ſe trouvera coupée par l'une de ſes deux perpendiculaires EF, DF, &c.

PROPOSITION XI.

THEOREME.

Si une Corde lâche eſt attachée par ſes deux bouts, elle ſe ployera en ligne courbe.

69. Fig. VOus avez vû au Theorême precedent qu'une Corde chargée d'un Poids, ſe replie par deux lignes droites qui font un Angle : mais il ne faut pas croire que la Corde ſe ploye en Angle, lorſqu'elle n'eſt chargée que de ſa propre peſanteur, & qu'elle eſt un peu lâche, car dans ce cas étant attachée par ſes deux bouts, la peſanteur de chacune de ſes parties la fera décendre, & ployer en ligne courbe, ce qui arrive à tous les Corps longs & flexibles; comme ſi les deux bouts ſont D, E, la peſanteur fera baiſſer le point G du milieu au deſſous de la ligne droite DE, & pareillement le point A s'abaiſſera au deſſous de la ligne droite GE, le point B au deſſous de la ligne droite AE, le point F au deſſous de la ligne droite GD, & ainſi de tous les autres points, qui en ſe baiſſant feront la ligne courbe DFGABE.

SCOLIE.

Il eſt évident que cette Corde ainſi recourbée demeurera dans la même ſituation, ſi au lieu d'être attachée par les deux bouts D, E, elle eſt ſuſpenduë

des points H, K, des deux lignes inflexibles HI, KL, qui touchent la Corde aux deux points D, E, pourvû que l'on n'attribuë aucune peſanteur à ces deux touchantes HI, KL. Mais la ſituation de cette Corde ainſi ſuſpenduë, ſera telle que ſon Centre de gravité G ſe rencontrera dans la ligne droite tirée du Centre de la terre par le point où ces deux touchantes HI, KL, étant continuées ſe rencontreront, comme il eſt évident par ce que nous allons dire dans la Planche 16. 69. Fig.

PROPOSITION XII.

Theoreme.

Si un Corps peſant eſt ſuſpendu par deux Cordes qui étant prolongées ſe rencontrent, ſon Centre de gravité ſe mettra dans la ligne droite tirée du centre de la Terre par le point où ces deux Cordes ſe rencontreront.

JE dis que ſi le Corps AB eſt ſuſpendu par les deux Cordes CA, DB, qui étant continuées ſe rencontrent au point E, par lequel ſoit tirée la ligne à plomb EF, ce Corps AB prendra une telle ſituation, que ſon Centre de gravité G ſe rencontrera dans cette ligne EF; parce que comme nous avons remarqué ailleurs, le Centre de gravité décent autant qu'il peut, & qu'il monteroit, s'il étoit tant ſoit peu hors de la ligne EF, laquelle par conſequent ſera la Ligne de direction du Corps AB. 66. Fig.

Scolie.

Si du point F pris à diſcretion ſur la Ligne de direction EF du Corps AB, l'on tire la droite FH parallele à la Corde AE, & la droite FI parallele à la Cor-

Planche 16. 66. Fig. de BE, on connoîtra *par Prop.* 10. que la force du Poids AB étant exprimée par la ligne EF, la ligne EH exprimera la force dont la Corde BD eſt tirée, & la ligne EI celle de la Corde AC.

Il eſt évident que bien que le Corps AB ſoit ſuſpendu par les deux Cordes attachées aux points C, D, c'eſt comme s'il étoit ſuſpendu par deux Cordes attachées au ſeul point E: & comme ces deux Cordes s'inclinent toûjours en telle ſorte, qu'étant continuées elles ſe croiſent dans la Ligne de direction EF, ou ce qui eſt la même choſe, le Centre de gravité ſe place dans la ligne droite EF, tirée à plomb du point E, où les Cordes ſe coupent, cela nous fournit une Methode aiſée pour trouver le Centre de peſanteur d'un Plan regulier ou irregulier, ſçavoir en ſuſpendant cette Figure de deux points differens, c'eſt à dire en deux manieres differentes, car ſi de chacun de ces deux points on tire à plomb ſur cette figure une ligne droite, le point où ces deux lignes droites ſe couperont, ſera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME.

Connoiſſant la Peſanteur abſoluë d'un Corps Spherique poſé ſur un Plan incliné, dont on connoît la longueur & la hauteur, trouver la partie de ce Poids, qui peſe ſur ce Plan.

Planche 15. 61. Fig. SUppoſons que la peſanteur abſoluë du Poids Spherique D poſé ſur le Plan incliné BC, ſoit de 1000 livres, & que la longueur du Plan incliné BC, ſoit de 6 pieds, & ſa hauteur AC de 4; pour trouver la partie du Poids D, dont le Plan BC eſt chargé, cherchez

cherchez à ces trois nombres 10, 6, 1000, qui ſont BC+AC, BC, D, un quatriéme proportionnel qui donnera 600 livres pour la partie du Poids, qui porte ſur le Plan BC. Planche 15. 61. Fig.

Demonstration.

Puiſque *par Prop.* 1. il y a même Raiſon de AC à BC, que de la partie du Poids D, qui porte en l'air à la partie du même Poids D, que porte le Plan, on connoîtra *en compoſant*, que AC+BC eſt à BC, comme la Peſanteur entiere du Poids D, eſt à la partie de ce Poids qui preſſe le Plan BC, & qu'ainſi pour trouver cette partie, on doit trouver à ces trois quantitez AC+BC, BC, D, une quatriéme proportionnelle, comme il a été fait.

PROPOSITION XIV.

Probleme.

Un Poids Spherique, dont la peſanteur eſt connuë, étant poſé ſur un Plan incliné, dont la longueur & la hauteur ſont connuës, trouver la quantité de la Puiſſance qui le peut ſoûtenir, en le tirant par une Ligne de direction, qui étant parallele au Plan incliné, paſſe par le Centre de cette Sphere.

POur trouver le degré de la Puiſſance N, qui peut ſoûtenir la Sphere D, en la tirant par la Ligne de direction ED, qui paſſant par le Centre D, ſoit parallele au Plan incliné BC, nous ſuppoſerons que la Peſanteur de la Sphere D eſt de 1000 livres, que la longueur BC du Plan incliné eſt de 6 pieds, & ſa hauteur AC de 4, aprés quoy il n'y aura qu'à chercher à ces trois nombres 10, 4, 1000, qui ſont AC+BC, AC, D, un quatriéme proportionnel, 61. Fig.

Planche 15. 61. Fig. qui donnera 400 livres pour la quantité de la Puiſſance ou du Poids N, qui peut ſoûtenir la Sphere D ſur le Plan incliné BC.

DEMONSTRATION.

Puiſque *par Prop.* 1. il y a même Raiſon de BC à AC, que de la partie du Poids D, que porte le Plan incliné BC, à la partie du même Poids D, qui porte en l'air, ou à la Puiſſance, on connoîtra *en compoſant*, que AC+BC, eſt à AC, comme la peſanteur entiere du Poids D, eſt à la partie de ce Poids qui porte en l'air, & qu'ainſi pour trouver cette Puiſſance, ou la Puiſſance qui peut ſoûtenir le Poids D ſur le Plan incliné BC, on doit trouver à ces trois quantitez AC+BC, AC, D, une quatriéme proportionnelle, comme il a été fait.

PROPOSITION XV.

THEOREME.

Les Viteſſes d'un même Mobile ſur deux Plans diverſement inclinez, ſont entre elles comme les Peſanteurs relatives ſur les mêmes Plans : & reciproquement comme les longueurs de ces Plans, quand ils ont une même hauteur.

63. Fig. LA premiere partie de cette Propoſition eſt évidente, *par Coroll.* 2. *Prop.* 6. ſçavoir que la viteſſe du Mobile dans le Plan incliné AC, eſt à celle du même Mobile dans l'autre Plan incliné BC, comme la force avec laquelle le Mobile tend à rouler ſur le Plan incliné AC, eſt à celle par laquelle le même Mobile tend à rouler ſur l'autre Plan incliné BC; parce que la force que le Mobile a de décendre ſur le Plan incliné AC, étant à celle qu'il a de dé-

cendre ſur le Plan perpendiculaire CD, comme la vîteſſe dans le Plan incliné AC, eſt à la vîteſſe dans le Plan perpendiculaire CD : & pareillement la force que le même Mobile a de rouler ſur le Plan incliné BC, étant à celle qu'il a de décendre ſur le Plan perpendiculaire CD, comme la vîteſſe dans le Plan incliné BC, eſt à la vîteſſe dans le Plan perpendiculaire CD; il s'enſuit *par Egalité*, que la vîteſſe du Mobile dans le Plan incliné AC, eſt à la vîteſſe du même Mobile ſur l'autre Plan incliné BC, comme la force qu'il a de décendre ſur le Plan incliné AC, à celle qu'il a de rouler ſur l'autre Plan incliné BC. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 15. 63. Fig.

La ſeconde partie eſt auſſi évidente, ſçavoir que la vîteſſe du Mobile ſur le Plan incliné AC, eſt à celle du même Mobile ſur l'autre Plan incliné BC, reciproquement comme la longueur de ce Plan BC, eſt à la longueur du premier Plan AC de même hauteur ; parce que *par Prop.* 7. ces longueurs ſont reciproquement proportionnelles aux Peſanteurs relatives, ou à la force que le Mobile a de rouler ſur chaque Plan, & que *par Coroll.* 2. *Prop.* 6. ces Peſanteurs relatives ſont proportionnelles aux longueurs des Plans inclinez.

PROPOSITION XVI.

Probleme.

Trouver l'eſpace qu'un Corps peſant doit parcourir ſur un Plan incliné dans le même temps qu'il employeroit a parcourir un eſpace déterminé ſur un Plan vertical.

POur déterminer l'eſpace qu'un Corps peſant doit parcourir ſur le Plan incliné AC, dont la Baſe Planche 16. 68. Fig.

Planche 16. 68. Fig. AB eſt toûjours ſuppoſée parallele à l'Horizon, en autant de temps qu'il luy faudroit à parcourir l'eſpace déterminé BC, en tombant perpendiculairement depuis C en B; Tirez de l'Angle droit B, la ligne BD perpendiculaire à l'hypotenuſe AC du Triangle rectangle ABC, & l'eſpace CD ſera celuy qu'on cherche, c'eſt à dire que le Mobile étant en C, demeurera autant de temps à parcourir l'eſpace CD en roulant ſur le Plan incliné AC, qu'à parcourir l'eſpace BC, en tombant perpendiculairement.

DEMONSTRATION.

Il eſt certain que l'eſpace que le Mobile parcourt ſur le Plan incliné AC, eſt à celuy qu'il parcourt en temps égal ſur le Plan perpendiculaire BC comme ſa vîteſſe en AC, eſt à ſa vîteſſe en BC, ou *par Coroll. 2. Prop. 6.* comme la hauteur BC du Plan incliné, eſt à ſa longueur AC : c'eſt pourquoy ſi à la place des deux derniers termes BC, AC, on met les deux lignes CD, BC, qui ſont en même Raiſon, *par* 4. 6. à cauſe des Triangles ſemblables ABC, BDC, *par* 8. 6. on connoîtra que l'eſpace parcouru par le Mobile ſur le Plan incliné AC, eſt à celuy que le même Mobile parcourt ſur le Plan perpendiculaire BC, en temps égal, comme CD eſt à BC. Puiſque donc ces deux eſpaces en AC, & en BC, ſont proportionnels aux deux lignes CD, BC, il eſt aiſé de conclure, que ſi le Mobile parcourt l'eſpace BC en tombant perpendiculairement en un certain temps, il doit employer autant de temps à parcourir l'eſpace CD ſur le Plan incliné AC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Nous avons ſuppoſé dans la démonſtration, que

les eſpaces parcourus par le Mobile ſur divers Plans inclinez ſont en temps égal ; proportionnels aux vîteſſes qu'il a dans ces Plans, en commençant depuis le point de repos, parce que le mouvement d'un Corps peſant s'accelere ſur un Plan incliné, non pas également, mais à même proportion que quand il tombe perpendiculairement, comme l'experience le fait connoître, & que ſelon que ſa vîteſſe eſt plus grande ou plus petite, il doit parcourir en temps égaux des eſpaces à proportion plus grands ou plus petits, en conſiderant ces vîteſſes dans le même état, c'eſt à dire celles que la Peſanteur du Corps produit au commencement de ſon mouvement. Planche 16. 68. Fig.

On démontrera de la même façon, que ſi l'on a un autre Plan incliné, comme CE, & qu'on luy tire de l'Angle droit B, la perpendiculaire BF, l'eſpace CF ſera parcouru par le Mobile ſur ce Plan CE, dans le même temps que l'eſpace perpendiculaire BC : & que pareillement s'il y a un troiſiéme Plan, comme CH, en luy tirant du même point B, la perpendiculaire BG, l'eſpace CG ſera parcouru par le Mobile ſur ce Plan CH, dans le même temps que l'eſpace perpendiculaire BC, & ainſi des autres.

Corollaire I.

D'où il ſuit, que comme *par* 31. 3. tous les points F, D, G, ſont dans la circonference d'un Cercle, dont le Diametre BC eſt perpendiculaire à l'Horizon, toutes les Cordes CF, CD, CG, qui commencent depuis le ſommet C, ſont parcouruës par le Mobile dans un égal eſpace de temps, c'eſt à dire que ſi CF, CD, CG, repreſentent des Plans diverſement inclinez, trois Corps également peſans, qui commenceront à ſe mouvoir depuis le ſommet C, parcourront en même temps ces Plans CF, CD,

Planche 16. 68 Fig.. CG, parce qu'il a été démontré qu'ils les doivent parcourir dans le même temps que le Plan perpendiculaire CB.

COROLLAIRE II.

Il s'enſuit auſſi que toutes les Cordes du même Cercle, qui aboutiſſent au point le plus bas du Cercle, ſont parcouruës dans le même temps, comme BL, BM : car ſi l'on joint les deux Cordes CL, CM, & qu'on leur tire les deux Cordes paralleles BF, BD, qui leurs ſeront égales, auquel cas les deux Cordes CF, CD, ſeront auſſi égales & paralleles aux deux BL, BM; la Corde CD étant parallele & égale à BM, elle ſera également inclinée, & par conſequent ces deux Cordes CD, BM, ſeront parcouruës en même temps : & pareillement la Corde CF étant parallele & égale à BL, elle eſt également inclinée, & par conſequent parcouruë en même temps; & comme il a été démontré que les deux CF, CD, ſont parcouruës en même temps, il eſt de neceſſité que les deux BL, BM, ſoient auſſi parcouruës en même temps.

COROLLAIRE III.

Par là on void la raiſon pour laquelle les Vibrations d'un même Pendule, grandes ou petites, ſont ſenſiblement iſochrones, c'eſt à dire d'une même durée : car le Pendule qui parcourt l'arc BD, ne s'écarte pas ſenſiblement de ſa Corde quand cet arc eſt petit, & il s'en écartera encore moins ſenſiblement, quand il en parcourra un plus petit, comme BG; & comme s'il parcourroit les Cordes BG, BD, il employeroit autant de temps dans l'une que dans l'autre, en parcourant les arcs BG, BD, il doit employer

environ autant de temps dans l'un que dans l'autre. J'ay dit environ, parce que le Pendule doit employer un peu moins de temps à parcourir l'arc que la Corde, quoique plus courte, à cauſe que l'arc eſt plus incliné vers le commencement, & parce que ces Cordes ne croiſſent pas à même proportion que les arcs, ce qui fait qu'on trouve un peu de difference entre les durées de deux Vibrations conſiderablement inégales; auſſi le P. de Chales aſſure qu'il a ſouvent experimenté qu'en comparant deux Pendules égaux en longueur, l'un deſquels faiſoit de petites Vibrations, & l'autre de grandes, le premier en faiſoit 101, pendant que l'autre n'en faiſoit que 100. D'où il eſt aiſé de conclure, que les Pendules les plus juſtes ſont ceux dont les Vibrations ſont plus petites. Planche 16. 68. Fig.

Corollaire IV.

Enfin il s'enſuit de cette Propoſition qu'un Corps peſant demeure plus de temps à parcourir un Plan incliné qu'un Plan moins incliné de même hauteur, c'eſt à dire qu'il luy faut plus de temps pour parcourir le Plan incliné CA, que le Plan CH, qui eſt moins incliné, puiſqu'en temps égaux il parcourt une moindre partie CD du Plan incliné CA que du Plan incliné CH, car il en parcourt la partie CG plus grande que CD. Neanmoins il n'acquiert pas plus de vîteſſe ſur un Plan que ſur l'autre, parce que dans chacun il acquiert une vîteſſe égale à celle qu'il acquiert en parcourant la perpendiculaire CB, ce que nous pourrions ici démontrer, & pluſieurs autres Propoſitions qui ſont plus curieuſes qu'utiles, ſi nous n'avions deſſein de finir ce Chapitre, pour venir plûtôt au ſuivant.

CHAPITRE III.

Du Centre de Gravité.

NOus enſeignerons dans ce Chapitre la maniere de trouver le Centre de gravité des Lignes, des Plans, & des Solides : mais avant que de venir à la pratique, nous parlerons ici en paſſant d'une proprieté remarquable du Centre de gravité, qui peut ſervir pour l'invention du Centre de gravité d'une Figure, quand on ſçait la Quadrature de cette Figure, ou pour l'invention de la Quadrature, c'eſt à dire du contenu d'une Figure, quand on ſçait le Centre de gravité de cette Figure, comme vous verrez dans la ſuite.

Planche 17. 70. Fig. Si l'on fait mouvoir par la penſée le Rectangle ABCD, dont le Centre de Peſanteur eſt E, autour du côté immobile BC, le Cylindre qui eſt produit par ce mouvement, & qui a pour Baſe le Cercle dont le Rayon eſt AB, & pour hauteur le côté immobile BC, eſt égal au Priſme, qui a pour Baſe le Plan propoſé ABCD, & pour hauteur une ligne égale à la circonference EGHI, décrite par la circonvolution du Centre de Peſanteur E, & dont le Rayon EF eſt égal à la moitié du côté AB, parce que le Centre de peſanteur E dans un Parallelogramme eſt le même que ſon Centre de grandeur, comme il ſera démontré dans la ſuite.

Pour la démonſtration mettez *a* pour AB, *b* pour BC, & *c* pour la circonference EGHI, dont le Rayon EF n'étant que la moitié de AB, la circonference dont le Rayon eſt AB, ſera 2*c* : & alors l'aire du Plan ABCD ſera *ab*, & le Solide qui a pour Baſe ce

Plan ABCD, ou *ab*, & pour hauteur la circonference EGHI, ou *c*, ſera *abc*, lequel eſt bien égal au Cylindre décrit par le mouvement du Plan ABCD autour de ſon côté BC, parce que ſa Baſe eſt *ac*, que l'on a en multipliant le Rayon AB, ou *a*, par la moitié de ſa circonference ou *c*, & que ſa hauteur eſt BC, ou *b*. Planche 171

Pareillement ſi l'on fait mouvoir le Triangle équilateral ABC, dont le Centre de peſanteur eſt E, autour du côté immobile AB, le Rhombe ſolide qui eſt produit par ce mouvement, & qui eſt compoſé de deux Cones égaux, dont les hauteurs égales ſont AD, BD, & la Baſe commune un Cercle qui a CD pour Rayon, eſt égal au Priſme qui a pour baſe le Plan ABC, & pour hauteur une ligne droite égale à la circonference EFGH décrite par la circonvolution du Centre de peſanteur E, & ayant pour Rayon DE le tiers de la perpendiculaire CD, comme il ſera démontré dans la ſuite. 71. Fig.

Pour la démonſtration, mettez *a* pour AD, ou pour BD, *b* pour CD, & *c* pour la circonference EFGH, dont le Rayon DE n'étant que le tiers du Rayon DC du Cercle qui ſert de baſe commune aux deux Cones, dont le Rhombe ſolide eſt compoſé, la circonference de ce ſecond Cercle ſera $3c$: & alors l'aire du Plan ABC ſera *ab*, & le Solide qui a pour baſe ce Plan ABC, ou *ab*, & pour hauteur la circonference EFGH, ou *c*, ſera *abc*, lequel eſt bien égal au Rhombe ſolide qui eſt compoſé de deux Cones, dont la hauteur commune eſt *a*, & la baſe commune le Cercle dont le Rayon eſt CD, ou *b*: car ſi l'on multiplie ce Rayon CD, ou *b* par la moitié $\frac{3c}{2}$ de ſa circonference, on aura $\frac{3bc}{2}$ pour cette baſe commu-

Planche 17. 71. Fig. ne, laquelle étant multipliée par le tiers de AB, ou par $\frac{2a}{3}$, on aura *abc* pour le Rhombe ſolide. Ainſi des autres.

SECTION I.

Du Centre de Gravité des Lignes.

QUoiqu'il n'y ait aucune Ligne qui ne ſoit jointe à quelque Surface, ni aucune Surface détachée du Corps, cela n'empêche pas qu'on ne puiſſe conſiderer un Corps long, homogéne, également épais par tout, & extrémement mince & délié, comme une Ligne, & luy attribuer une Peſanteur, & un Centre de gravité, que nous trouverons par le moyen des Propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Le Centre de gravité de deux grandeurs priſes enſemble, eſt dans la ligne droite qui paſſe par leurs Centres de gravité.

72. Fig. SUppoſons deux grandeurs quelconques, comme les deux Lignes AB, CD, dont les points de milieu E, F, ſont les Centres de peſanteurs. Cela étant, je dis que le Centre de peſanteur de ces deux Lignes AB, CD, conſiderées comme une ſeule grandeur, ou comme unies enſemble par la droite EF, qui paſſe par leurs Centres de gravité, eſt dans quelque point de cette Ligne EF, comme en G.

DEMONSTRATION.

Car ſi le Centre de gravité commun aux deux Li-

gnes AB, CD, étoit ailleurs que dans la Ligne E, F, comme en H, ayant mené la droite EHI, on conſiderera que puiſque les deux grandeurs AB, CD, ſont en équilibre autour du point H, & auſſi AE, EB, autour du point E, il faut auſſi que les deux CI, DI, demeurent en équilibre autour du point I, ce qui étant impoſſible, parce que l'on ſuppoſe que les deux CF, DF, ſont en équilibre autour du point F, il eſt impoſſible auſſi que les deux AB, CD, ſoient en équilibre autour du point H. D'où il ſuit évidemment que leur Centre commun de gravité ne peut pas être hors de la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 17. 72. Fig.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Le Centre commun de gravité de deux grandeurs, diviſe la ligne droite qui joint leurs Centres de peſanteur, en deux parties qui leurs ſont reciproquement proportionnelles.

SUppoſons deux grandeurs quelconques, comme les deux Lignes AB, CD, dont les Centres de peſanteur ſoient E, F, & dont le Centre commun de gravité ſoit G. Cela étant, je dis que EG eſt à FG, comme CD eſt à AB. 72. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on reduit la peſanteur de AB à ſon Centre de peſanteur E, & pareillement la peſanteur de CD à ſon Centre de gravité F, on peut conſiderer la ligne EGF, comme une Balance, dont le Point fixe eſt G, & des extremitez de laquelle il pend des Poids égaux aux grandeurs AB, CD, qui demeurent en

Planche 17. 72. Fig. équilibre autour du point G : & comme dans ce cas les Poids ſeroient en Raiſon reciproque de leurs diſtances EG, FG, il s'enſuit que les grandeurs AB, CD, ſont auſſi en Raiſon reciproque des parties EG, FG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que ſi les grandeurs AB, CD, étoient égales en peſanteur, auſſi les parties EG, FG, ſeroient égales entre elles, c'eſt à dire que le Centre commun de gravité G des deux grandeurs égales AB, CD, ſera preciſément au milieu de la ligne droite qui joint leurs Centres de peſanteur E, F.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Si pluſieurs grandeurs égales en peſanteur, & également éloignées entre elles, ſont tellement diſpoſées, que leurs Centres de gravité ſoient en droite ligne; leur Centre commun de gravité ſera au milieu de cette ligne droite.

73. Fig. PRopoſons les grandeurs égales & également éloignées AB, CD, EF, GH, dont les Centres de peſanteur I, K, L, M, ſoient placez dans la ligne droite IM. Cela étant, je dis, que le point O milieu de cette ligne IM, eſt le Centre commun de gravité de toutes ces grandeurs priſes enſemble.

DEMONSTRATION.

Parce que par le Corollaire de la Propoſition precedente, le point N milieu de IK, eſt le Centre

commun de gravité des deux grandeurs égales AB, CD, & que pareillement le point P milieu de LM, eſt le Centre commun de gravité des deux grandeurs égales EF, GH, en reduiſant toute la Peſanteur des deux grandeurs égales AB, CD, à leur Centre commun de peſanteur N, & toute la peſanteur des deux grandeurs égales EF, GH, à leur Centre commun de gravité P, on pourra conſiderer NP comme une Balance chargée par ſes deux extremitez N, P, de Poids égaux, dont le Point de milieu O ſera par conſequent le Centre commun de peſanteur. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 17. 73. Fig.

Corollaire.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que ſi les grandeurs propoſées ſont en nombre impair, leur Centre commun de peſanteur eſt le même que celuy de la moyenne.

PROPOSITION IV.

Theoreme.

Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs eſt dans la ligne droite tirée par leurs Centres de peſanteur.

PRopoſons les grandeurs AB, AD, dont la difference eſt CD, & dont les Centres de gravité ſont F, E. Cela étant, je dis, que le Centre de gravité de la difference CD conſiderée comme détachée de la grandeur AB, eſt dans quelque point de la ligne EF prolongée, par exemple en G. 74. Fig.

Demonstration.

Car ſi ce Centre de peſanteur étoit en un point de

Planche 17. 74. Fig. quelqu'autre ligne, comme au point H de la ligne FH, le Centre de peſanteur E de toute la grandeur AD ne ſe trouveroit pas dans la ligne droite FH, qui paſſe par les Centres de gravité F, H, des deux grandeurs AB, CD, qui la compoſent, contre ce qui a été démontré dans la *Prop.* 1. D'où il ſuit que le Centre de gravité G de la difference CD des deux grandeurs propoſées AB, AD, ne peut pas être hors de la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION V.

THEOREME.

Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs diviſe la ligne droite tirée par leurs Centres de peſanteur, en deux parties reciproquement proportionnelles aux parties de la plus grande de ces deux quantitez.

74. Fig. PRopoſons les deux quantitez AB, AD, dont les Centres de gravité ſoient E, F, & le Centre de gravité de leur difference CD ſoit G. Cela étant, je dis que GE eſt à EF, comme AB eſt à CD.

DEMONSTRATION.

Car puiſque les grandeurs AB, CD, ſont en équilibre autour du point E, ſi l'on reduit la peſanteur de la premiere AB à ſon Centre de gravité F, & la peſanteur de la ſeconde CD à ſon Centre de gravité G, on pourra conſiderer la ligne FEG comme une Balance, dont le Point fixe eſt E, & des extremitez de laquelle il pend des Poids égaux aux grandeurs AB, CD; & comme ces Poids ſont en équilibre autour du point E, ils doivent être en Raiſon reciproque de leurs diſtances, c'eſt à dire que AB doit être à

CD, comme EG eſt à EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

Probleme.

Trouver le Centre commun de gravité de deux grandeurs données, dont les Centres de peſanteur ſont connus.

POur trouver le Centre commun de gravité des deux grandeurs données AB, CD; ou le Centre de gravité de leur ſomme AD, par le moyen de leurs Centres particuliers de peſanteur F, G, menez la droite FG, & la coupez au point E, en ſorte que la grandeur totale AD ſoit à ſa partie AB, comme la ligne FG eſt à ſa partie GE, ce qui ſe fera en cherchant aux deux grandeurs AD, AB, & à la ligne FG, une quatriéme proportionnelle GE, & le point E ſera le Centre de gravité des deux grandeurs propoſées AB, CD. Planche 17. 74. Fig.

Demonstration.

Car puiſque *par conſtr.* les quatre quantitez AD, AB, FG, EG, ſont proportionnelles, on connoîtra *en diviſant*, que ces quatre CD, AB, EF, EG, ſont auſſi proportionnelles, c'eſt à dire que les deux grandeurs AB, CD, ſont en Raiſon reciproque de leurs diſtances EF, EG, & que par conſequent le point E eſt le Centre commun des deux grandeurs propoſées AB, CD, ou le Centre de gravité de leur ſomme AD. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs données, dont les Centres de peſanteur ſont connus.

Planche 17. 74. Fig. POur trouver le Centre de gravité de la difference CD des deux grandeurs propoſées AB, AD, dont on connoît les Centres de peſanteur F, E, menez la droite EF, & la continuez vers G, en ſorte que CD ſoit à AB, comme EF eſt à EG, & le point G ſera le Centre de gravité de la difference CD, puiſque les grandeurs AB, CD, ſont en Raiſon reciproque des lignes EF, EG.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Ligne droite.

72. Fig. POur trouver le Centre de gravité de la Ligne droite AB, on la diviſera en deux également au point E, & ce point de milieu E ſera ſon Centre de gravité.

DEMONSTRATION.

Car comme nous conſiderons une Ligne droite comme une grandeur homogéne & également épaiſſe par tout, il faut que ſon Centre de grandeur ſoit le même que celuy de peſanteur. Ainſi le point de milieu E ſera le Centre de gravité de la ligne propoſée AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION

PROPOSITION IX.

Probleme.

Trouver le Centre commun de gravité de deux Lignes droites.

IL peut arriver pluſieurs cas differens, par la differente diſpoſition des deux Lignes propoſées. Planche 17. 80. Fig.

Premierement ſi les deux Lignes droites données ſe touchent directement, comme AB, BC, on les conſiderera comme une ſeule AC, & l'on diviſera leur ſomme AC en deux également au point H, qui *par Prop.* 8. ſera ſon Centre de gravité, & par conſequent le Centre commun de peſanteur des deux Lignes propoſées AB, BC.

Secondement, ſi les deux Lignes propoſées ne ſe touchent point, & qu'elles ſoient poſées en Ligne droite, comme AB, CD, diviſez les chacune en deux également aux points E, F, qui *par Prop.* 8. ſeront leurs Centres de gravité, & ayant mené la droite BC, cherchez aux trois lignes AB+CD, CD, EF, une quatriéme proportionnelle EO, & le point O ſera *par Prop.* 6. le Centre commun de gravité des deux Lignes propoſées AB, CD, conſiderées comme liées enſemble par la droite BC, à laquelle on ne doit attribuer aucune peſanteur.

En quelqu'autre poſition que les deux Lignes propoſées ſe rencontrent, on en pourra toûjours trouver le Centre commun de peſanteur *par Prop.* 6. & la Regle generale eſt telle. Ayant trouvé *par Prop.* 8. les Centres de peſanteur E, F, des deux Lignes propoſées AB, AC, & les ayant joint par la droite EF, diviſez-la en O, en telle ſorte que les quatre lignes AB, AC, OF, OE, ſoient proportionnelles, 75. Fig.

ce qui ſe fera en cherchant aux trois lignes AB+AC, AC, EF, une quatriéme proportionnelle EO, ou bien aux trois AB+AC, AB, EF, une quatriéme proportionnelle FO, & le point O ſera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION X.

PROBLEME.

Trouver le Centre commun de peſanteur de pluſieurs Lignes droites données.

Planche 17. 75. Fig.

PAr le moyen du Problême precedent, il eſt aiſé de trouver le Centre commun de peſanteur de tant de Lignes droites que l'on voudra. Comme ſi l'on propoſe les trois AB, AC, CD, trouvez premierement le Centre commun de peſanteur O des deux premieres AB, AC, comme il vient d'être enſeigné: & cherchez le Centre commun de peſanteur I de la troiſiéme CD, & de la ſomme des deux premieres AB, AC, lequel par conſequent ſera le Centre commun de peſanteur des trois lignes propoſées AB, AC, CD.

S'il y avoit une quatriéme Ligne, il faudroit chercher le Centre commun de cette quatriéme Ligne, & de la ſomme des trois premieres, qui ſera le Centre commun de gravité des quatre Lignes propoſées. Ainſi des autres.

Mais pour venir à la pratique, diviſez les Lignes données AB, AC, CD, chacune en deux également aux points E, F, G, & ayant mené la droite EF, cherchez aux trois lignes AB+AC, AB, EF, une quatriéme proportionnelle FO. Aprés cela joignez la droite GO, & cherchez encore aux trois lignes AB+AC+CD, CD, GQ, une quatriéme propor-

tionnelle OI, pour avoir en I le Centre commun de gravité des trois Lignes données AB, AC, CD, consideréees comme liées enſemble par les deux lignes EF, GO, qui n'ont aucune peſanteur. Planche 17. 75. Fig.

Scolie.

La differente diſpoſition & proportion des Lignes données peut fournir des abregez : comme ſi la Ligne CD étoit égale à la ſomme des deux autres AB, AC, il n'y auroit qu'à diviſer en deux également au point I, la ligne GO. Voilà un abregé qui vient de la Raiſon des Lignes, & dans le Problême ſuivant, vous en aurez un qui proviendra de la diſpoſition des Lignes.

PROPOSITION XI.

Probleme.

Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Triangle.

POur trouver le Centre commun de gravité des trois côtez du Triangle propoſé ABC, on travaillera, comme il vient d'être enſeigné dans la *Prop.* 10. d'où nous avons tiré cet abregé. 76. Fig.

Diviſez les côtez AB, AC, BC, chacun en deux également aux points E, D, F, & faites le Triangle EDF. Diviſez deux des Angles de ce nouveau Triangle DEF, comme D, F, chacun en deux également par les droites DH, FG, & le point I, où ces deux lignes s'entre-coupent, ſera le Centre commun de Peſanteur des trois Lignes propoſées AB, AC, BC, qui renferment le Triangle ABC.

Planche 17. 76. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que CD eſt à ſon double CA, comme CF eſt à ſon double CB, il s'enſuit *par* 6. 6. que les Triangles ABC, DFC, ſont ſemblables, & *par* 4. 6. que AB eſt à DF, comme BC eſt à CF : & parce que BC eſt double de CF, il faut que AB ſoit auſſi double de DF, & que par conſequent DF ſoit égale à AE, ou BE. On démontrera de la même façon, que AD & EF ſont deux lignes égales, & cela s'enſuit encore *par* 33. 1. De plus la Raiſon de GD à GE, eſt égale à celle de DF à EF, *par* 3. 6. ou de AE à AD, ou de AB à AC, à cauſe des Triangles ſemblables ABC, AED. D'où il ſuit que le point G eſt le Centre de gravité des deux Lignes AB, AC, leſquelles étant conſiderées comme une, on connoîtra *par Prop.* 1. que le Centre commun de gravité de cette ſomme & de la troiſiéme Ligne BC, c'eſt à dire le Centre commun de peſanteur des trois lignes AB, AC, BC, eſt en quelque point de la ligne FG : & l'on démontrera de la même façon, qu'il eſt en quelque point de la ligne DH, & que par conſequent il eſt dans la commune Section I de ces deux lignes FG, DH. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION XII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Quadrilatere.

77. Fig. SI le Quadrilatere propoſé eſt un Parallelogramme, comme ABCD, il eſt évident que le Centre de gravité de ſon Contour eſt le point I de Section de ſes deux Diagonales AC, BD.

Mais si la figure proposée est un Trapeze, comme ABCD, la *Prop.* 10. nous a fourni cet abregé pour trouver le Centre de gravité du Contour ABCD. Planche 17. 78. Fig.

Divisez les quatre côtez AB, BC, CD, AD, chacun en deux également aux points E, F, G, H, & les quatre Angles A, B, C, D, aussi en deux également par les droites AI, BK, CL, DM, & faites le Quadrilatere EFGH. Aprés cela portez HI en EN, FK en EO, FL en GP, & HM en GQ, & menez les droites NP, OQ: dont le point R de Section sera le Centre de gravité qu'on cherche.

Demonstration.

Parce que la ligne AI divise l'Angle A en deux également, la Raison de AH à AE, est *par* 3. 6. égale à celle de IH, IE, ou NE, NH, ce qui fait que le point N est le Centre commun de pesanteur des deux lignes AB, AD, on démontrera de la même façon, que le point O est le Centre de gravité des deux lignes AB, BC, que le point P est le Centre de gravité des deux lignes BC, CD, & que le point M est le Centre de gravité des deux lignes AD, CD. Or il a été démontré dans la *Prop.* 1. que si l'on considere les deux lignes AB, AD, dont le Centre de gravité est N, comme une, & les deux BC, CD, dont le Centre de pesanteur est P, aussi comme une, le Centre commun de pesanteur de ces deux sommes, ou du Contour ABCD, est dans quelque point de la ligne NP: & que pareillement il est dans quelque point de la ligne OQ, & que par consequent il est au point de leur commune Section R. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION XIII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de Peſanteur du Contour d'un Polygone.

SI le Polygone eſt regulier, il eſt évident que le Centre de peſanteur de ſon contour eſt le même que celuy de la Figure, ou du Cercle inſcrit, ou circonſcrit.

Mais ſi le Polygone eſt irregulier, il ſera facile *par Prop.* 10. de trouver le Centre de peſanteur de ſon contour, d'où l'on pourra toûjours tirer quelque abregé, comme vous avez vû dans les deux Propoſitions precedentes.

PROPOSITION XIV.

THEOREME.

Si l'on diviſe un arc de Cercle en autant d'arcs égaux que l'on voudra, en nombre pairement pair, la Raiſon de la ſomme des cordes de tous ces arcs, à la moitié de la corde du grand arc, ſera égale à celle du Sinus du complement de la moitié de l'un des petits arcs, à la diſtance du Centre du Cercle, & du Centre commun de gravité des cordes de tous ces petits arcs.

Planche 17. 79. Fig.

DIviſons premierement l'arc ABC, dont le Centre eſt D, & la Corde eſt AC, en deux arcs égaux AB, BC, dont les Cordes ſont BA, BC, que nous diviſerons en deux également aux points E, F, qui ſeront leurs Centres de gravité, *par Prop.* 8. & menons la droite EF, qui ſera coupée par le Rayon

DB à angles droits & en deux également au point G, qui ſera le Centre commun de peſanteur des deux Lignes égales BA, BC, *par Prop.* 2. Menons encore la droite DF, qui ſera le Sinus du complement de la moitié de l'arc BC. Cela étant fait & ſuppoſé, je dis que la Raiſon de la moitié de la ſomme des Cordes BA, BC, à la moitié de la Corde AC, ou la Raiſon de BC à CH, eſt égale à celle de DF à DG, ce qui eſt évident à cauſe des deux Triangles rectangles ſemblables BCH, DGF. Planche 17. 79. Fig.

Diviſons maintenant chacun des deux arcs égaux AB, BC, encore en deux également, en ſorte que tout l'arc ABC ſoit diviſé en quatre parties égales aux points E, B, F, & tirons les quatre Cordes égales AE, EB, BF, FC, que nous diviſerons en deux également aux points I, K, L, M, qui ſeront leurs Centres de gravité *par Prop.* 8. & nous menerons les droites IK, LM, pour les diviſer encore en deux également aux points N, O, que nous joindrons par la droite NO, qui ſera coupée par le Rayon DB à angles droits, & en deux également au point G, qui *par Prop.* 10. ſera le Centre commun de peſanteur des quatre lignes AE, EB, BF, FC. Menons encore le Rayon DF, qui paſſera par le point O, & coupera à angles droits & en deux également la Corde BC au point P: & la droite DM, qui ſera le Sinus du complement de la moitié de l'arc FC. Cela étant fait & ſuppoſé, je dis encore que la Raiſon de la moitié de la ſomme des Cordes AE, EB, BF, FC, à la moitié de la Corde AC, ou de BF + CF à CH, eſt égale à celle de DM à DG. Planche 18. 81. Fig.

Demonstration.

Car il eſt évident que les deux Triangles rectangles DOM, CPF, ſont ſemblables, & *par* 4. 6. que

Planche 18. 81. Fig. la Raiſon de DM à DO, eſt égale de CF à CP, ou de 2CF à 2CP, c'eſt à dire de CF+BF à CB. Il eſt évident auſſi que les deux Triangles rectangles DGO, BHC, ſont ſemblables, & que par conſequent la Raiſon de CB à CH, eſt égale à celle de DO à DG. D'où il ſuit *par Egalité*, que la Raiſon de CF+BF à CH, eſt égale à celle de DM à DG. *Ce qu'il falloit démontrer.* La démonſtration ſe fera de la même façon dans un plus grand nombre de ſoûdiviſions. D'où il eſt aiſé de conclure, que la ſomme des Cordes de ces arcs qui naiſſent de la ſoûdiviſion du grand arc ABC, eſt à ſa Corde AC, comme le Sinus du complement de la moitié d'un de ces arcs, à la diſtance du Centre du Cercle, au Centre commun de peſanteur des Cordes de tous les petits arcs. *Ce qui reſtoit à démontrer.*

SCOLIE.

Il eſt évident que le Sinus du complement DM approchera d'autant plus du Rayon du Cercle, & les Cordes de tous les petits arcs d'autant plus de la circonference ABC, que plus il y aura de ſoûdiviſions: tellement que ſi l'on conçoit que l'arc ABC eſt diviſé en une infinité de petits arcs, le Sinus du complement DM ſera égal au Rayon ou Sinus Total, & la ſomme des Cordes de tous ces petits arcs ſera preciſément égale à l'arc ABC. D'où il eſt aiſé de conclure, que la Raiſon de l'arc ABC, à ſa Corde AC, eſt égale à celle du Rayon DB, à la diſtance DG du Centre D au Centre de gravité G de l'arc propoſé ABC. D'où il eſt auſſi aiſé de conclure, que *le Rayon d'un Cercle eſt moyen proportionnel entre le quart de ſa circonference, & la diſtance de ſon Centre au Centre de gravité de la demi-circonference.*

Digitized by Google

PROPOSITION XV.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un arc de Cercle donné

POur trouver le Centre de gravité de l'arc de Cercle ABC, dont le Centre eſt D, diviſez-le en deux également au point B, par le Rayon DB, qui diviſera auſſi en deux également & à Angles droits au point H, la Corde AC : & cherchez à l'arc ABC, à ſa Corde AC, & au Rayon DB, une quatriéme proportionnelle DI, pour avoir en I, le Centre de peſanteur de l'arc propoſé ABC, comme il eſt évident par ce qui a été démontré dans la Propoſition precedente. Planche 17. 79. Fig.

SCOLIE.

Il eſt évident, que ſi l'arc ABC étoit un Demi-cercle, il faudroit trouver à la circonference ABC, au Diametre AC, & au Rayon DB, une quatriéme proportionnelle DI, ou bien en prenant les moitiez des deux premieres lignes, il faudroit trouver au quart AB, ou BC, de toute la circonference du Cercle, & au Rayon DB, une troiſiéme proportionnelle DI, pour avoir en I, le Centre de gravité de la circonference du Demi-cercle propoſé ABC. Planche 18. 84. Fig.

D'où il ſuit que ce Centre I appartient à la *Ligne quadratrice*, qui paſſeroit par le point A, car la principale proprieté de cette Ligne eſt, que la Raiſon du quart AB de la circonference entiere du Cercle, au Rayon AD, eſt égale à celle du même Rayon AD, ou BD, à la ligne DI, comme nous démontrerons ſur la fin de cette Section. Si donc l'on décrit

par le point A, la Ligne quadratrice AI, on aura en I, le Centre de gravité de la circonference du Demi-cercle. Nous ne parlons pas du Centre de gravité de la circonference entiere du Cercle, parce qu'il eſt aſſez évident que ce Centre de peſanteur eſt le même que le Centre du Cercle.

PROPOSITION XVI.

PROBLEME.

Connoiſſant le Centre de gravité d'un Arc de cercle, trouver celuy d'un Arc double.

Planche 18. 84. Fig.

ON donne l'Arc de cercle AB, avec ſon Centre D, & ſon Centre de graviré G ſur le Rayon DE, qui diviſe l'Arc AB en deux également au point E, & il eſt propoſé de trouver le Centre de gravité de l'Arc double ABC, ſur le Rayon DB, qui le diviſe en deux également au point B.

Ayant porté BE en BF, & tiré le Rayon DF, faites DH égale à DG, pour avoir en G le Centre de gravité de l'Arc BC : & comme le point G, eſt le Centre de gravité de l'Arc AB, la ligne GH contiendra le Centre de peſanteur commun aux deux Arcs BA, BC, *par Prop.* 1. leſquels étant égaux, le point de milieu I ſera leur Centre commun de gravité, & par conſequent le Centre de peſanteur de l'Arc double ABC.

SCOLIE.

Connoiſſant le Centre de gravité d'un Arc de cercle, on peut par une operation contraire à la precedente, trouver celuy de ſa moitié ; car ſi l'on a le Centre de peſanteur I, de l'Arc de cercle ABC, pour trouver celuy de ſa moitié AB, il n'y a qu'à le

diviſer en deux également par le Rayon DE, & tirer du point I, au Rayon DB, la perpendiculaire IG, qui donnera ſur le Rayon DE le Centre de gravité G, qu'on cherche.

PROPOSITION XVII.

Probleme.

Trouver le Centre commun de gravité d'un Arc de cercle donné, & de ſa Corde.

POur trouver le Centre commun de gravité de l'Arc ABC, & de ſa Corde AC, on trouvera premierement le Centre de peſanteur I de l'arc ABC, & le Centre de peſanteur H de la Corde AC, aprés quoy il eſt évident *par Prop.* 1. que leur Centre commun de gravité eſt en quelque point de la ligne HI; c'eſt pourquoy on diviſera la ligne HI en L, en ſorte que la Raiſon de l'arc ABC à la Corde AC, ou de la ligne DF à la ligne DI, ſoit égale à celle de HL à LI; or cette diviſion ſe fera en cherchant aux trois lignes DF+DI, DF, HI, une quatriéme proportionnelle HL: & le point L ſera le Centre de gravité qu'on cherche. Planche 17. 79. Fig.

Si l'Arc ABC eſt un Demi-cercle, ayant trouvé le Centre de peſanteur I, du Demi-cercle ABC; on cherchera aux trois lignes DB+DI, DI, DB, une quatriéme proportionnelle DL, ou aux deux DB+DI, DI, une troiſiéme proportionnelle IL, pour avoir en L, le Centre commun de peſanteur de la circonference du Demi-cercle ABC, & du Diametre AC. Planche 18. 84. Fig.

De la Ligne Quadratrice.

Cette Ligne a été ainſi appellée, parce qu'elle

Planche 18. contribuë à la Quadrature du Cercle, comme nous dirons aprés avoir expliqué la generation & la deſcription de cette Ligne courbe, comme vous allez voir.

Soit au dedans du Quarré ABCD, le Quart de Cercle ABFD, ayant pour Centre la pointe A de l'un des Angles droits de ce Quarré. Faites mouvoir par
86. Fig. la penſée le côté ou Rayon AD, autour du Centre A, depuis D vers B, d'un mouvement égal & uniforme par tous les points de la circonference BFD : & faites mouvoir en même temps le côté CD, depuis D vers A, toûjours parallelement à ſon côté oppoſé AB, d'un mouvement auſſi égal & uniforme par tous les points du côté AD, en concevant le côté AD, diviſé en autant de parties égales que la circonference BFD; & alors ce côté CD en ſe mouvant ainſi parallelement à luy-même, & le Rayon AD en ſe mouvant dans le même temps autour du Centre A, s'entrecouperont ſucceſſivement en des points, qui compoſeront la Ligne Quadratrice DIE, dont le Centre eſt A, le Sommet eſt D, l'Axe eſt AD, & la Baſe eſt AE, dont l'extremité E ne ſçauroit ſe terminer qu'à peu prés, parce que le côté CD étant parvenu ſur le côté AB par ſon mouvement égal & uniforme, le côté AD eſt auſſi parvenu ſur le même côté AB par ſon mouvement uniforme, ce qui fait que ces deux lignes tombent l'une ſur l'autre ſans ſe couper.

Voilà pour la generation de cette Ligne courbe, de laquelle il eſt aiſé de tirer la maniere de la décrire ſur le papier avec le Compas & la Regle, ce qui ſe peut faire ſi l'on en trouve pluſieurs points, pour les joindre enſuite par une ligne courbe, qui ſe décrira d'autant plus facilement que ces points ſe trouveront plus proches les uns des autres. Voici le moyen d'en trouver autant que l'on voudra.

Ayant tiré à volonté les deux lignes perpendiculaires AB, AD, décrivez à diſcretion de l'Angle droit A, l'Arc de Cercle BFD, & le diviſez en autant de parties égales qu'il vous plaira, comme en ſix, & ſon Rayon AD auſſi en ſix parties égales, en des points par leſquels vous tirerez autant de lignes droites paralleles à l'autre Rayon AB. Tirez auſſi du Centre A par les points de diviſion de l'Arc BD, autant de lignes droites, ou Rayons, qui couperont les premieres en des points, que vous joindrez adroitement par une Ligne courbe DIE, qui ſera la Ligne Quadratrice de Dinoſtrate, que l'on décrira d'autant plus exactement que plus on en trouvera de points, c'eſt à dire qu'en plus de parties égales on diviſera l'Arc BD, & ſon Rayon AD, mais on ne peut pas déterminer le point E, où la Baſe AE ſe termine, parce qu'il ne s'y fait point de Section de lignes, autrement on auroit la Quadrature du Cercle, parce que ſi l'on avoit le point E, on pourroit trouver geometriquement une ligne droite égale à l'Arc BFD, à cauſe que cette circonference eſt troiſiéme proportionnelle à la Baſe AE, & au Rayon AB; mais il le faut démontrer. Planche 18. 86. Fig.

Preparation.

Pour démontrer que l'Arc BD eſt troiſiéme proportionnel aux deux lignes AE, AB, ou la Baſe AE troiſiéme proportionnelle à l'Arc BD, & à ſon Rayon AB, il ſuffit de démontrer, qu'une ligne plus grande que la Baſe AE, comme AG, ou plus petite, comme AL, ne peut pas être troiſiéme proportionnelle à l'Arc BD, & à ſon Rayon AB. Pour cette fin, décrivez du Centre A, par les deux points L, G, les Arcs de Cercle LM, GH, & par le point I, où la Quadratrice ſe trouve coupée par l'Arc GH, tirez le 87. Fig.

Planche 18. 87. Fig. Rayon AF, & la ligne IK perpendiculaire au Rayon AD. Tirez encore du point L, la droite LI perpendiculaire au Rayon AB, & par le point I, où elle coupe la Quadratrice DE, tirez le Rayon AF, & la droite IK parallele au Rayon AB. Décrivez du Centre A, par le point I, l'Arc de Cercle GH.

DEMONSTRATION.

Si les trois lignes BD, AB, AG, étoient proportionnelles, c'eſt à dire ſi l'on avoit cette Analogie, BD, AB::AB, AG, en mettant à la place des deux derniers termes AB, AG, les Arcs BD, GH, qui ſont en même Raiſon, parce qu'ils ſont ſemblables, on auroit cette autre Analogie, BD, AB::BD, GH, où les Antecedens étant égaux, les Conſequens devroient auſſi être égaux, c'eſt à dire que la ligne AB ſeroit égale à l'Arc GH. Cela étant ſuppoſé, on conſiderera que les Arcs BD, GH, étant ſemblables, auſſi-bien que les deux BF, GI, on aura cette Analogie, BD, BF::GH, GI, & ſi à la place des deux premiers termes BD, BF, on met les lignes AD, AK, qui ſont en même Raiſon, *par la generation de la Quadratrice*, on aura cette autre Analogie, AD, AK::GH, GI, & parce que nous avons reconnu que l'Antecedent AD, ou AB, doit être égal à l'Antecedent GH, le Conſequent AK, ou LI, doit auſſi être égal au Conſequent GI, ce qui étant impoſſible, il eſt impoſſible auſſi que les trois lignes BD, AB, AG, ſoient proportionnelles. *Ce qui eſt l'une des deux choſes qu'il falloit démontrer.*

Si les trois lignes BD, AB, AL, étoient proportionnelles, en ſorte qu'on eût cette Analogie, BD, AB::AB, AL, en mettant à la place des deux premiers termes AB, AL, les deux Arcs ſemblables BD, LM, qui ſont en même Raiſon que leurs Rayons, on

auroit cette autre Analogie, BD, AB::BD, LM, où l'on void comme auparavant, que l'Arc LM ſeroit égal à la ligne AB, ou AD. Cela étant ſuppoſé, on conſiderera que les deux Arcs BD, LM, étant ſemblables, auſſi-bien que les deux BF, LO, on aura cette Analogie, LM, LO::BD, BF, & ſi à la place des deux derniers termes BD, BF, on met les deux AD, AK, qui ſont en même Raiſon, *par la generation de la Quadratrice*, on aura cette autre Analogie, LM, LO::AD, AK, où l'Antecedent LM a été démontré égal à l'Antecedent AD, ce qui fait que le Conſequent LO doit auſſi être égal au Conſequent AK, ou LI, ce qui étant impoſſible, il eſt impoſſible auſſi que les trois lignes BD, AB, AL, ſoient proportionnelles. *Ce qui reſtoit à démontrer.* Planche 18. 87. Fig.

Scolie.

Comme nous ne parlons de cette Ligne Quadratrice, qu'on appelle ſimplement *Quadratrice*, que par occaſion, nous ne devons pas nous étendre davantage ſur ſes differentes proprietez : c'eſt pourquoy nous nous contenterons de dire ici en paſſant, qu'on peut par ſon moyen diviſer un Arc de Cercle donné en autant de parties égales qu'on voudra; comme ſi l'on veut diviſer l'Arc DF en trois parties égales, on tirera le Rayon AF, & par le point I, où il coupe la Quadratrice DE, on tirera la ligne IK parallele au Rayon AB, ou perpendiculaire au Rayon AD, aprés quoy ayant diviſé la ligne DK en trois parties égales aux points L, M, on tirera par ces points L, M, à la ligne IK, les deux paralleles LH, MG, qui donneront ſur la Quadratrice DE, les deux points H, G, par où l'on tirera du Centre A, les droites AN, AO, qui diviſeront l'Arc propoſé DF en trois parties égales. 86. Fig.

Mais l'on peut faire cette diviſion avec la même facilité par le moyen d'une autre Ligne courbe, qui eſt de l'invention de Monſieur Tſchirnhaus Gentilhomme Allemand, dont nous enſeignerons ici la deſcription, avec la démonſtration de deux beaux Theorêmes qu'il nous a donnez ſur cette Ligne, dont le dernier a été mal énoncé, lorſque nous en avons parlé dans nôtre *Dictionnaire Mathematique*, où par mégarde nous avons pris un Rayon pour l'autre : & c'eſt à cauſe de cela que pour faire ſatisfaction à ce ſçavant Mathematicien, nous donnerons ici la démonſtration de ſes deux Theorêmes, aprés avoir enſeigné la deſcription de ſa Ligne courbe, qui eſt telle.

Planche 19. 91. Fig.

Soit donc le Quart de Cercle ABCD, décrit comme auparavant au dedans du Quarré ABLD. Ayant diviſé la circonference BCD, & ſon Rayon AD, chacun en un nombre égal de parties égales tel que l'on voudra, comme en ſix, tirez par les points de diviſion de l'Arc BD, des lignes paralleles au Rayon AD, & par les points de diviſion du Rayon AD des lignes paralleles à l'autre Rayon AB, & alors les points de Section de ces paralleles, en les prenant également depuis le point D, formeront la Courbe BED, par le moyen de laquelle on pourra diviſer un Arc de Cercle en autant de parties égales qu'on voudra, en cette ſorte.

Pour diviſer par exemple en trois parties égales l'Arc de Cercle CD, tirez par le point C, la ligne CE parallele au Rayon AD, & par le point E, où cette parallele CE coupe la Courbe BED, tirez la ligne EF parallele à l'autre Rayon AB. Diviſez la ligne DF en trois parties égales aux points G, H, & tirez par ces points G, H, les lignes GK, HI, paralleles à la ligne EF, pour avoir ſur la Courbe BED, les deux

deux points I, K, par leſquels vous tirerez au Rayon AD, les paralleles IN, KM, qui diviſeront l'Arc propoſé CD en trois parties égales aux points M, N. Planche 19. 91. Fig.

Pour venir maintenant aux deux Theorêmes que nous vous avons promis, j'ay crû que pour rendre juſtice au R. P. Nicolas Jeſuite, & pour faire voir l'excellence de ſon genie, & ſa grande penetration dans la Geometrie, je devois vous faire part d'une Lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire ſur ce ſujet.

Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jeſus à l'Auteur.

De Toulouſe le 14. Avril 1691.

MONSIEUR,

Quoique je n'aye pas l'honneur d'être connu de « vous, j'ay crû que vous ne ſeriez pas marri que je « vous envoyaſſe quelques démonſtrations que j'ay « trouvées ſur une matiere où vous m'avez donné « vous-même occaſion de travailler ; voici ce que c'eſt. « Il y a une quinzaine de jours que vôtre beau Diction- « naire m'eſt tombé entre les mains ; je l'ay parcouru « avec beaucoup de plaiſir, il falloit un homme com- « me vous, c'eſt à dire extrémement habile pour faire « un Ouvrage de cette nature. Comme j'aime particu- « lierement la Geometrie, à laquelle je me ſuis fort ap- « pliqué, & dont mêmes j'ay compoſé divers Traitez « qui pourront voir le jour dans peu de temps ; j'ay « pris un plaiſir particulier à voir ce que vous dites ſur « la Geometrie Speculative : Vous y parlez de diverſes « ſortes de Lignes courbes en peu de mots, mais toû- « jours fort bien. Entre autres vous faites mention «

» pag. 99. & 100. d'une nouvelle Courbe propre à
» diviſer un Angle donné ſelon une Raiſon donnée, &
» que vous dites être de l'invention de M. Tſchirn-
» haus; je vous avouë que je n'avois point oüi parler
» de cette Courbe, & cela m'a donné la curioſité de
» l'examiner : ce qui a ſervi encore à m'y engager, eſt
» que vous dites que M. Tſchirnhaus a avancé ſur cette
» Courbe deux Theorêmes qu'il n'a point démontré;
Plan- » le premier eſt, que *quand ABCD eſt un Quart de*
che » *Cercle, l'eſpace ABED eſt au Quarré ABLD,*
19. 91. » *comme le Rayon AB, eſt à la circonference BCD* : &
Fig. » l'autre, que *le Solide qui eſt produit par la circon-*
» *volution de la Figure ABED à l'entour de l'Axe*
» *AB, eſt au Cylindre circonſcrit, comme* 1 *eſt à* 2.
» Là-deſſus vous dites que ce ſecond Theorême ſeroit
» vray, & le premier approcheroit d'être vray, ſi la
» Courbe BED étoit une Parabole. Or comme BED de
» M. Tſchirnhaus approche fort d'une Parabole, il
» s'enſuit que ſes deux Theorêmes ſont à peu prés ve-
» ritables. Voyant donc que vous doutiez de la verité
» entiere de ces deux Theorêmes, & vous aviez raiſon
» d'en douter, puiſqu'ils n'étoient pas démontrez,
» j'ay voulu m'éclaircir entierement là-deſſus, & voir
» ſi ce qu'avance M. Tſchirnhaus, eſt vray ou faux dans
» la rigueur geometrique. J'ay trouvé que le premier
» Theorême eſt vray, & le ſecond faux : & comme cela
» m'a obligé d'examiner à fonds cette Courbe, j'en ay,
» ce me ſemble, découvert & démontré tout ce qu'il y
» a de plus beau, ſoit pour la dimenſion de l'eſpace
» ABED, ou de ſes parties, ſoit pour les Solides qui
» ſe peuvent faire en roulant cette Figure à l'entour de
» AB, ou de AD, ſoit pour le Centre de gravité de la
» même Figure. J'ay encore trouvé les Touchantes en
» quelque point de la Courbe BED que ce ſoit; pour
» le point B, il ne faut que tirer de B, une ligne pa-

rallele à AD, mais pour les autres points C, D, il faut ſuppoſer la Quadrature du Cercle. J'ay encore montré que la Courbe BED peut être continuée à l'infini, tant en haut qu'en bas, & qu'elle eſt toute enfermée, & va ſerpentant entre deux lignes paralleles. J'ay auſſi quarré abſolument la Figure qui eſt compriſe ſous la Courbe BED continuée juſqu'à ce que l'Axe ſoit double du Rayon AB. J'ay démontré le rapport particulier que cette Courbe a avec la Cycloïde, & d'autres choſes encore, dont j'ay fait un petit Traité d'une trentaine de Propoſitions, que je vous envoyeray, Monſieur, avec plaiſir, ſi vous avez envie de le voir. Vous en pourrez juger par cet échantillon, que je vous envoye, ce ſont deux Démonſtrations, l'une touchant l'eſpace ABED, & l'autre touchant le ſolide qui ſe fait en faiſant rouler l'eſpace ABED à l'entour de la ligne AD. «Planche 19. 91. Fig.

Soit donc la Courbe BED engendrée par le Quart de Cercle ABCD de la maniere qui eſt expliquée dans le Dictionnaire Mathematique, pag. 99. en diviſant le Rayon AD en quelque nombre que ce ſoit de parties égales aux points F, & l'Arc BCD en autant de parties égales aux points C, & menant des points F des lignes FE paralleles à AB, & des points C des lignes CE paralleles à AD, & décrivant la Courbe BED, par tous les points E, où ces lignes ſe rencontrent. «Planche 19. 92. Fig.

De cette generation, l'on void d'abord que la proprieté de la Courbe BED eſt que menant quelque ordonnée que ce ſoit EF à la ligne AD, & du point E la ligne EC parallele à AD, rencontrant l'Arc de Cercle en C, comme eſt AD à DF, ainſi eſt l'Arc BD à l'Arc DC: d'où il s'enſuit que comme DF eſt à DF, ainſi l'Arc DC eſt à l'Arc DC. Il eſt auſſi évident que la ligne EF eſt égale à CG Sinus droit de l'Arc

Planche 19. 92. Fig.

„ CD, & partant comme EF, EF, ainſi ſont les Sinus CG, CG.

„ Cela ſuppoſé, je dis que *la Figure ABED, eſt au Quarré AB, comme le Rayon AD, eſt à l'Arc BCD.*

„ Faiſons tourner le Quart de Cercle ABCD à l'entour de AD; chaque Sinus CG décrira un Cercle, & les circonferences de ces Cercles ſeront entre elles comme leurs Rayons CG, CG, c'eſt à dire comme EF, EF. Puiſque donc les Arcs DC, DC, auſquels nous pouvons concevoir que ſont appliquées les circonferences, ſont en même Raiſon que les lignes DF, DF, auſquelles ſont appliquées les lignes EF, EF; il s'enſuit par la Methode des Indiviſibles (& on le pourroit aiſément démontrer par la Methode des Anciens) que la ſomme des lignes EF, EF, c'eſt à dire la Figure ABED, eſt à la ſomme des circonferences, c'eſt à dire à la Surface de l'Hemiſphere, en Raiſon compoſée de la ligne AD (qui eſt la hauteur de la Figure ABED,) à l'Arc BCD (qui ſert de hauteur à la Surface de l'Hemiſphere) & d'un Rayon EF, à ſa circonference. Comme je parle à un grand Geometre, je crois qu'il n'eſt pas neceſſaire de m'expliquer davantage.

„ Cela étant, je raiſonne de la ſorte; la Figure ABED a au Quarré AB, la Raiſon compoſée des deux Raiſons,

De la Figure ABED, à la Surface de l'Hemiſphere,

Et de la Surface de l'Hemiſphere au Quarré AB.

„ Or la premiere de ces deux Raiſons eſt comme nous avons dit, compoſée de ces autres deux,

« Planche 19. 92. Fig.

De la Raiſon de la ligne AD, à l'Arc BCD,
Et de la Raiſon du Rayon à ſa circonference,

& la Raiſon de la Surface de l'Hemiſphere au Quarré AB, eſt la même que celle de la circonference à ſon Rayon, comme il eſt aiſé de démontrer par les principes d'Archimede. Donc la Raiſon de la Figure ABED, au Quarré AB, eſt compoſée de ces trois Raiſons,

De la ligne AD à l'Arc BCD,
Du Rayon à la circonference,
De la circonference au Rayon.

Or ces deux dernieres compoſent la Raiſon d'égalité. Donc la Raiſon de la Figure ABED, au Quarré AB, eſt la même que celle du Rayon AD, à l'Arc BCD. *Ce qu'il falloit démontrer.* Ainſi le premier Theorême de M. Tſchirnhaus eſt veritable.

La ſeconde Démonſtration que je vous envoye, Monſieur, eſt touchant le ſolide qui ſe produit en faiſant rouler la Figure ABED à l'entour de AD.

Soit donc la même Figure ABED, roulée à l'entour de AD. Je dis que *le Solide qui eſt produit de cette circonvolution, eſt au Cylindre circonſcrit, comme* 1. *eſt à* 2. « 93. Fig.

1. Sur la ligne AB, comme Diametre, ſoit décrit le Demi-cercle AHB. 2. Que l'Angle droit BAD ſoit diviſé en quel nombre que ce ſoit de parties égales par les lignes AC, AC, AC, qui rencontrent la circonference AHB, aux points H, H, H. Les Arcs DC, CC, CB, ſeront donc égaux. 3. Des points C, C, C, ſoient menées les lignes CE, CE, CE, paralleles à AD, qui rencontrent la Courbe BED, aux points E, E, E, & par les points E, E, E, ſoient

Planche 19. 93. Fig. „ menées les lignes EF, EF, EF, ordonnées à AD. La „ ligne AD ſera diviſée aux points F, F, F, en autant „ de parties égales que l'Arc BCD par la proprieté de „ cette Courbe. 4. Achevez les Rectangles FE, FE, „ AE, qui ſeront inſcrits dans la Figure ABED. 5. Du „ Centre A, & prenant les Cordes AH, AH, AH, „ pour Rayons, décrivez les Secteurs AHI, AHI, AHI. „ 6. Enfin d'un point C, menez le Sinus CG, & du „ point H, qui répond, menez la ligne HB.

„ Cela étant ſuppoſé, chaque Corde AH eſt égale „ à chaque ordonnée EF qui luy répond : car prenant „ par exemple la plus petite Corde AH, on démon- „ trera aiſément qu'elle eſt égale au Sinus CG, à cauſe „ que les Triangles rectangles AHB, ACG ſont égaux „ & ſemblables, ayant les Angles HAB, ACG, égaux „ (à raiſon des paralleles AB, CG,) & les côtez AB, „ AC, égaux auſſi. Or le Sinus CG eſt égal à l'ordon- „ née EF. Donc la petite Corde AH eſt égale à la pe- „ tite ordonnée EF, & la même choſe ſe peut démon- „ trer des autres.

„ Comparons maintenant les Secteurs AHI, l'un „ avec l'autre, par exemple le plus petit Secteur AHI „ avec le ſuivant. Comme les Angles HAI ſont égaux „ par la conſtruction, les Secteurs ſont ſemblables ; „ ainſi le petit Secteur AHI, eſt au ſuivant AHI, en „ Raiſon doublée de la petite Corde AH, à la Corde „ ſuivante AH, c'eſt à dire en Raiſon doublée de la pe- „ tite ordonnée EF, à l'ordonnée ſuivante EF, c'eſt à „ dire comme le Cercle du petit Rayon EF, au Cercle „ du Rayon ſuivant EF, c'eſt à dire comme le Cylin- „ dre qui ſe fait du petit Rectangle FE roulé à l'entour „ de FF, au Cylindre ſuivant fait du Rectangle FE : „ car ces Cylindres ayant leurs hauteurs égales FF, FF, „ ſont entre eux comme leurs Baſes, c'eſt à dire com- „ me le Cercle du petit Rayon EF, au Cercle du Rayon „ ſuivant EF.

Ainſi nous prouverons que tous les Secteurs AHI, « Planche 19. 93. Fig. ſont entre eux comme les Cylindres faits des Rectangles FE, AE, à l'entour de AD, ſont entre eux. D'où il s'enſuit que tous les Secteurs enſemble ſont au plus grand Secteur, comme tous les Cylindres enſemble ſont au plus grand Cylindre fait du Rectangle AE à l'entour de AF. Or le plus grand Secteur AHI eſt au Secteur ABC, qui eſt compris ſous le même Angle BAC, en Raiſon doublée de la grande Corde AH, au Rayon AB, c'eſt à dire de la plus grande ordonnée EF, à la ligne FK (prolongeant FE juſqu'à ce qu'elle rencontre en K, la ligne BL touchante du Cercle au point B.) Donc le grand Secteur AHI eſt au Secteur ABC, qui luy répond, comme le Cylindre fait du Rectangle AE, au Cylindre fait du Rectangle AK. Enfin le Secteur ABC, eſt à tout le Quart de Cercle ABD, comme l'Arc BC, à l'Arc BD, c'eſt à dire comme la ligne AF, à la ligne AD, c'eſt à dire comme le Cylindre fait du Rectangle AK, au Cylindre fait du Rectangle AL, à l'entour de AD.

Il s'enſuit de tout ce raiſonnement, que *ex æquo*, tous les Secteurs enſemble AHI, ſont au Quart de Cercle ABD, comme tous les Cylindres faits des Rectangles EF, AE, au Cylindre fait du Quarré AL. Or il eſt évident qu'on peut tellement multiplier les Secteurs, que *definent in Semicirculum AHB*, & tellement multiplier les Cylindres, que *definant in Solidum factum ex Figurâ ABED circa AD, in orbem ducta*. Donc le Demi-cercle AHB, eſt au Quart de Cercle ABCD, comme le Solide produit par la circonvolution de la Figure ABED à l'entour de AD, eſt au Cylindre circonſcrit fait du Quarré AL roulé à l'entour de la même ligne AD. Or le Demi-cercle AHB eſt la moitié du Quart de Cercle ABCD,

Planche 19. 93. Fig. „ comme il eſt aiſé de démontrer. Donc le Solide fait „ de la Figure ABED, roulé à l'entour de AD, eſt la „ moitié du Cylindre circonſcrit. *Ce qu'il falloit dé-* „ *montrer.*

„ Je vous envoye, Monſieur, cette ſeconde dé- „ monſtration, parce qu'à vous dire le vray, je doute „ un peu que ce ne ſoit de ce Solide fait à l'entour de „ AD, qu'ait parlé M. Tſchirnhaus, y trouvant ſi „ juſtement la Raiſon de 1 à 2, au Cylindre circonſ- „ crit, & d'ailleurs étant aiſé de ſe méprendre entre „ ces deux Solides qui ſe font de la même Figure „ ABED, à raiſon de l'égalité des deux Rayons AB, „ AD. Prenez la peine de revoir là-deſſus M. Tſchirn- „ haus, & de me mander ſi ſa conjecture eſt verita- „ ble. Que ſi vous trouvez qu'il parle du Solide fait à „ l'entour de AB, & qu'il diſe comme vous l'avez écrit, „ que ce Solide eſt au Cylindre circonſcrit, comme 1 „ à 2, ſon Theorême eſt aſſurément faux, car il s'en- „ ſuivroit que le Solide fait à l'entour de AB ſeroit „ égal au Solide fait à l'entour de AD, je que j'ay dé- „ montré être faux. Je vous envoyeray la démonſtra- „ tion quand il vous plaira, elle ſuppoſe dans ma Me- „ thode qu'on ait trouvé le Centre de gravité de la Fi- „ gure ABED: & voici comme je détermine ce Centre.

91. Fig. „ Soit le point Z Centre de gravité de la Figure „ ABED, & par Z ſoient tirées les deux lignes XZ, „ YZ, paralleles à AB, AD. Je dis que la ligne AB eſt „ tellement diviſée en Y, que AY eſt égale à la qua- „ triéme partie de l'Arc BD, & que AD eſt tellement „ diviſée en X, que AD eſt à DX, comme l'Arc BD eſt „ au Rayon AD.

„ Cette lettre commence à être trop longue, ainſi „ je vay la finir en vous aſſurant, Monſieur, que les „ beaux Ouvrages que vous avez donnez au Public, „ m'ont inſpiré une tres-grande eſtime pour vôtre me-

rite, & que vous m'obligerez beaucoup, ſi vous voulez que nous nous écrivions de temps en temps ſur les matieres de Geometrie, un commerce de cette nature m'eſt trop avantageux, pour ne le ſouhaiter pas avec ardeur. Quand vous voudrez me faire l'honneur de m'écrire, vous n'avez qu'à donner vos lettres au Frere Brotes, qui demeure à la Maiſon Profeſſe, il aura ſoin de me les faire tenir exactement, & de vous rendre auſſi les miennes. J'attens avec impatience le grand Traité d'Algebre, que vous avez promis au Public, il ne peut être qu'excellent, étant de vôtre façon. Pour moy je vais continuer un Traité des Conchoïdes & des Ciſſoïdes, qui eſt déja fort avancé, & que je n'ay interrompu durant ces quinze jours, que pour mediter ſur cette Courbe de M. Tſchirnhaus. Je ſuis, &c. «Planche 19. 93. Fig.

Nous donnerons ſur la fin de la Section ſuivante, la démonſtration de la Methode precedente, pour trouver le Centre de gravité de la Figure ABED, dans une autre lettre du R. P. Nicolas, par laquelle vous connoîtrez encore mieux que par la precedente, la force de ſon genie, & les profondes meditations qu'il a faites ſur la Geometrie.

SECTION II.

Du Centre de Gravité des Plans.

QUoiqu'il n'y ait aucun Plan qui ne ſoit joint à un Corps, cela n'empêche pas qu'on ne puiſſe conſiderer un Corps plat, homogéne, également épais par tout, & d'une épaiſſeur inſenſible, comme un Plan, en ne conſiderant que ſa longueur & ſa largeur, & luy attribuer une Peſanteur, & un Centre de gravité, que nous enſeignerons à trouver dans les Propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Parallelogramme eſt en quelque point de la ligne droite qui paſſe par le milieu de deux côtez oppoſez.

Planche 18. 82. Fig. SI l'on diviſe les deux côtez oppoſez AB, CD, du Parallelogramme ABCD, en deux également aux points E, F; je dis que le Centre de gravité de ce Parallelogramme ABCD, eſt en quelque point de la ligne EF.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine au dedans de la Figure ABCD, une infinité de lignes paralleles entre elles & aux côtez AB, CD, elles ſeront égales entre elles, & également diviſées, & le Centre de peſanteur de chacune ſe trouvera dans la ligne EF, puiſque ce Centre eſt dans le milieu de chacune *par Def.* 6. c'eſt pourquoy le Centre commun de peſanteur de toutes ces lignes priſes enſemble, ou du Parallelogramme ABCD, doit auſſi être dans la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION II.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Parallelogramme donné.

83. Fig. ON donne le Parallelogramme ABCD, & il eſt propoſé d'en trouver le Centre de peſanteur. Tirez les deux Diagonales AC, BD, & le point E

de leur Section ſera le Centre de gravité du Parallelogramme propoſé ABCD. Planche 18. 83. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on diviſe les côtez en deux également aux points F, I, G, H, on connoîtra *par Prop.* 1. que le Centre de gravité du Parallelogramme ABCD, eſt dans la ligne FG, & auſſi dans la ligne HI. D'où il eſt aiſé de conclure, qu'il eſt dans leur commune Section, c'eſt à dire au point E. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION III.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Triangle eſt dans la ligne droite qui paſſe par l'un de ſes Angles, & par le milieu de ſon côté oppoſé.

SI l'on diviſe le côté AC du Triangle ABC, en deux également au point D, & que de l'Angle oppoſé B, l'on tire la droite BD; je dis que le Centre de gravité du Triangle ABC eſt dans cette ligne BD. 85. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine au dedans du Triangle ABC, une infinité de lignes paralleles entre elles & au côté AC, elles ſeront toutes diviſées en deux également par la ligne BD, & le Centre de gravité de chacune ſera par conſequent dans la ligne BD. C'eſt pourquoy le Centre commun de peſanteur de toutes ces lignes priſes enſemble, ou du Triangle ABC, ſera dans la ligne BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Planche 18. 88. Fig. Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que ſi l'on tire une ligne droite de l'un des Angles d'un Triangle, comme de l'Angle B du Triangle ABC, par ſon Centre de gravité G, cette ligne droite, telle qu'eſt ici BD, diviſera le côté oppoſé AC, en deux également au point D.

PROPOSITION IV.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Triangle donné.

88. Fig. ON donne le Triangle ABC, & il eſt propoſé d'en trouver le Centre de peſanteur. Diviſez deux côtez, comme AB, AC, chacun en deux également aux points F, D, & des Angles oppoſez C, B, menez les droites CF, BD, & le point G de leur Section ſera le Centre de gravité qu'on cherche, puiſque *par Prop.* 3. il eſt dans chacune des deux lignes BD, CF.

COROLLAIRE.

Il s'enſuit que ſi des trois Angles d'un Triangle, l'on tire par les milieux de leurs côtez oppoſez autant de lignes droites, ces trois lignes droites ſe couperont au dedans du Triangle dans un même point, ſçavoir au Centre de gravité du Triangle.

SCOLIE.

89. Fig. On peut trouver autrement le Centre de gravité du Triangle propoſé ABC, parce que la partie DG eſt égale à la moitié de l'autre partie BG, ou au tiers de

toute la ligne BD. Car ſi l'on tire des points C, D, les droites CH, DI, paralleles à la ligne AE, qui rencontrent le côté AB prolongé aux points I, H, on connoîtra que les Triangles ABE, HBC, ſont équiangles & ſemblables, & que par conſequent les deux lignes AB, AH, ſont égales, à cauſe des deux égales EB, EC : & que pareillement à cauſe des deux Triangles ſemblables ADI, ACH, & des deux lignes égales DA, DC, les deux IA, IH, ſont auſſi égales, & que par conſequent la ligne AI eſt égale à la moitié de la ligne AH, ou AB, ou au tiers de toute la ligne BI ; & parce que les Triangles BGA, BDI ſont ſemblables, la ligne DG ſera auſſi égale au tiers de la ligne BD. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 18. 89. Fig.

Si donc on prend la ligne DG égale au tiers de la ligne BD, on aura en G le Centre de peſanteur du Triangle ABC, que l'on peut avoir encore autrement, ſçavoir en prenant la partie AH égale au tiers du côté AB, & pareillement la partie CI égale au tiers du côté BC, & en joignant la droite HI, dont le point de milieu G ſera le Centre de gravité qu'on cherche. 88. Fig.

PROPOSITION V.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Trapezoïde eſt dans la ligne droite, qui diviſe en deux également chacun des deux côtez paralleles.

SI l'on diviſe les deux côtez paralleles AB, CD, du Trapezoïde ABCD, chacun en deux également aux points E, F ; je dis que le Centre de peſanteur de ce Trapezoïde eſt en quelque point de la ligne EF. 90. Fig.

Planche 18. 90. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on tire par la penſée au dedans du Trapezoïde ABCD, une infinité de lignes paralleles entre elles & aux deux côtez AB, CD, elles ſeront toutes diviſées en deux également par la ligne EF, & le Centre de gravité de chacune ſera par conſequent dans la ligne EF. C'eſt pourquoy leur Centre commun de gravité, c'eſt à dire le Centre de peſanteur du Trapezoïde ABCD ſera auſſi dans la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

PROBLEME.

Trouver le Centre de Peſanteur d'un Trapeze donné.

Planche 19. 94. Fig.

SI le Trapeze propoſé eſt un Trapezoïde, comme ABCD, dont les deux côtez oppoſez AB, CD, ſont paralleles, on diviſera chacun de ces deux côtez paralleles AB, CD, en deux également aux points E, F, & les deux autres AD, BC, en trois parties égales aux points I, G, H, K, aprés quoy ſi l'on tire des lignes droites, comme vous voyez dans la Figure, le point L ſera *par Prop.* 6. le Centre de peſanteur du Triangle ACD, & le point M le Centre de gravité du Triangle ACB; c'eſt pourquoy *par Prop.* 1. *Sect.* 1. le Centre commun de gravité de ces deux Triangles ACD, ACB, c'eſt à dire le Centre de peſanteur du Trapezoïde ABCD ſera dans la ligne LM: & comme il eſt auſſi dans la ligne EF, *par Prop.* 5. il ſera au point O de leur commune Section.

Mais ſi le Trapeze propoſé n'a point de côtez paralleles, comme ABCD, on tirera les deux Diagonales AC, BD, & *par Prop.* 4. l'on trouvera le Centre de peſanteur E du Triangle ABD, & le Centre de gravité G du Triangle DBC, & alors on connoîtra *par Prop.* 1. *Sect.* 1. que le Centre commun de peſanteur de ces deux Triangles ABD, DBC, ou le Centre de gravité du Trapeze ABCD, eſt dans la ligne EG. On connoîtra de la même façon, que ſi l'on trouve le Centre de peſanteur F du Triangle ABC, & le Centre de peſanteur H du Triangle DAC, le Centre commun de peſanteur de ces deux Triangles ABC, ACD, ou le Centre de gravité du Trapeze ABCD eſt dans la ligne FH; D'où il eſt aiſé de conclure, qu'il eſt dans le point O de la commune Section des deux lignes EG, FH. Planche 19. 95. Fig.

PROPOSITION VII.

Probleme.

Trouver le Centre de peſanteur d'un Polygone donné.

SI le Polygone propoſé eſt regulier, il eſt aſſez évident que ſon Centre de peſanteur eſt le même que le Centre du Cercle inſcrit ou circonſcrit, c'eſt à dire le même que le Centre du Polygone, ſans qu'il ſoit beſoin d'en faire une démonſtration particuliere.

Mais ſi le Polygone donné eſt irregulier, comme le Pentagone ABCDE, on le reduira en Triangles par les Diagonales DA, DB, que l'on peut tirer de tel Angle qu'on voudra, & *par Prop.* 4. l'on trouvera le Centre de peſanteur I, du Triangle ADE, & *par Prop.* 6. le Centre de peſanteur G du Trapeze ABCD, & alors on connoîtra *par Prop.* 1. *Sect.* 1. Planche 20. 97. Fig.

Planche 20. 97. Fig. que le Centre de gravité du Pentagone ABCDE eſt dans la ligne IG. Pareillement on cherchera le Centre de peſanteur H du Triangle BDC, & le Centre de peſanteur F du Trapeze ABDE, & l'on connoîtra de la même façon que le Centre de gravité du Pentagone ABCDE eſt dans la ligne FH. D'où l'on conclud aiſément qu'il eſt dans le point O de la commune Section des deux lignes IG, FH.

COROLLAIRE.

Ainſi on a trouvé le Centre de peſanteur O du Pentagone propoſé ABCDE, & à ſon imitation l'on pourra facilement trouver le Centre de gravité de tel autre Polygone qu'on voudra, ſçavoir en le reduiſant toûjours deux fois en deux parties, pour joindre leurs Centres de gravité par deux lignes droites, qui donneront en leur point de Section le Centre de peſanteur de la Figure propoſée.

PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Si l'on diviſe un Arc de Cercle en autant d'autres petits Arcs égaux que l'on voudra, en nombre pairement pair, le Centre de gravité de la Figure compriſe par les Cordes de tous ces petits Arcs, & par les deux Rayons tirez des deux extremitez, eſt éloigné du Centre commun de peſanteur de toutes ces Cordes, d'une diſtance égale au tiers de celle de ce même Centre commun de gravité des Cordes au Centre du Cercle.

Planche 19. 96. Fig. DIviſez l'Arc de Cercle ABC, dont le Centre eſt D, en tel nombre pairement pair de parties égales qu'il vous plaira, comme en quatre aux points E,

E, B, F, & ayant tiré les Cordes AE, EB, BF, FC, diviſez-les chacune en deux également aux points G, H, I, K, qui ſeront leurs Centres de peſanteur, & ſi l'on joint les droites GH, IK, & leurs milieux L, M, par la droite LM, ſon point de milieu N ſera le Centre commun de gravité des quatre Cordes AE, EB, BF, FC. Aprés cela faites CP égale au tiers du Rayon CD, & décrivez du Centre D, par le point P, une circonference de Cercle POS, qui donnera autant de petites Cordes égales entre elles, ſçavoir SR, RO, OQ, QP, dont les points de milieu ſont 1, 2, 3, 4, par le moyen deſquels on trouvera comme auparavant, le Centre commun de gravité T de ces quatre Cordes: & ce ſecond Centre de peſanteur T, ſera auſſi le Centre de gravité de la Figure rectiligne AEBFCDA; car puiſque CP eſt le tiers de CD, ou FQ le tiers de FD, & par conſequent K4 le tiers de KD, le point 4 milieu de la ligne PQ, eſt le Centre de gravité du Triangle CDF, *par Prop.* 4. & pareillement le point 3 ſera le Centre de gravité du Triangle FDB, & par conſequent le point 6 milieu de la ligne 3, 4, eſt le Centre commun de peſanteur des deux Triangles égaux CDF, FDB, ou le Centre de gravité du Trapeze BDCF. On connoîtra de la même façon que le point 5 eſt le Centre de gravité du Trapeze ADBE égal au precedent BDCF, & que par conſequent le point de milieu T de la ligne 5, 6, eſt le Centre commun de peſanteur de ces deux Trapezes égaux ADBE, BDCF, ou le Centre de gravité de la Figure rectiligne ADCFBE. Cela étant fait & ſuppoſé, je dis que la ligne NT eſt le tiers de la ligne ND. Planche 19. 96. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne CP eſt le tiers de CD, ou FQ

Planche 19. 96. Fig. le tiers de FD, & la ligne K4 le tiers de KD; auſſi la ligne M6 ſera le tiers de la ligne MD, & par conſequent la ligne NT le tiers de la ligne ND. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que le Centre de gravité du Secteur de Cercle ADCB, eſt éloigné du Centre de peſanteur de ſa circonference ABC, du tiers de la diſtance du Centre de gravité de la circonference au Centre du Cercle. Car ſi l'on diviſe par l'imagination l'Arc ABC en une infinité de parties égales, le Centre N de peſanteur de toutes les Cordes infinies ſera le même que celuy de la circonference ABC, & le Centre T de peſanteur de la Figure ADCFBE ſera le même que celuy du Secteur ADCB. D'où il ſuit que la diſtance du Centre de gravité d'un Secteur de Cercle, eſt égale aux deux tiers de celle du Centre de peſanteur de ſa circonference, en comptant ces deux diſtances depuis le Centre du Cercle.

PROPOSITION IX.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Cercle donné

96. Fig. POur trouver le Centre de gravité du Secteur de Cercle ADCB, dont le Centre eſt D, on trouvera *par Prop.* 15. *Sect.* 1. le Centre de peſanteur N de la circonference ABC, & l'on fera la ligne NT égale au tiers de la ligne ND, pour avoir en T, le Centre de peſanteur du Secteur propoſé ABCD, comme il eſt évident *par Coroll. Prop.* 8.

Scolie.

Planche 19. 96. Fig.

Si le Secteur proposé est un Demi-cercle, on pourra se servir de cet abregé pour en trouver le Centre de gravité. *Cherchez à une ligne égale au quart de la circonference du Cercle, au Rayon, & aux deux tiers du Rayon, une quatriéme proportionnelle, qui donnera la distance du Centre de pesanteur du Demi-cercle proposé au Centre du même Demi-cercle.*

Nous ne donnons pas la maniere de trouver le Centre de gravité d'un Cercle entier, parce qu'il est assez évident que ce Centre de pesanteur est le même que le Centre du Cercle, sans qu'il soit besoin d'en faire une démonstration particuliere.

PROPOSITION X.

Probleme.

Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Cercle donné.

Planche 20. 98. Fig.

POur trouver le Centre de pesanteur du Segment de Cercle ACB, dont le Centre est D, on trouvera *par Prop.* 15. *Sect.* 1. le Centre de pesanteur E de la circonference ABC, & ayant pris EG égale au tiers de ED, sur le Rayon BD, qui divise à Angles droits & en deux également au point F la Corde AC, pour avoir en G, le Centre de gravité du Secteur ADCB, *par Prop.* 9. & ayant encore fait FH égale au tiers de FD, pour avoir en H le Centre de pesanteur du Triangle ADC, *par Prop.* 4. on cherchera au Segment ACB, au Triangle ACD, & à la distance GH des Centres de gravité du Secteur & du Triangle, une quatriéme proportionnelle GO, pour

avoir en O le Centre de gravité du Segment proposé ACB, dont la démonſtration eſt évidente *par Prop. 7. Sect.* 1.

PROPOSITION XI.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Lunule.

Planche 20. 99. Fig.

ON appelle *Lunule* un Plan terminé par les circonferences de deux Cercles qui ſe touchent en dedans, comme celuy qui eſt compris par les deux circonferences de Cercle AEOG, ABCD, qui ſe touchent en dedans au point A, par lequel & par les Centres H, I, de ces deux Cercles, on a tiré la droite AC, pour y marquer le Centre de gravité de la Lunule propoſée, en cette ſorte.

Il eſt évident que pour trouver le Centre de gravité de cette Lunule, il n'y a qu'à trouver *par Prop. 7. Sect.* 1. le Centre de gravité de la difference des deux Cercles AEFG, ABCD. Mais pour venir à la pratique, cherchez à la Lunule, au petit Cercle AEFG : ou à la difference des quarrez des Diametres AC, AO, au quarré du petit Diametre AO, & à la diſtance IH des Centres I, H, une quatriéme proportionnelle HF, pour avoir en F le Centre de gravité de la Lunule propoſée.

SCOLIE.

Si l'on inſcrit au grand Cercle la droite AK égale au petit Diametre AO, & qu'on joigne la droite CK, l'Angle AKC ſera droit *par* 31. 3. & *par* 47. 1. le quarré CK ſera le premier terme de la proportion precedente, & le quarré AK ou AO, ſera le ſecond: & ſi à la place de ces deux quarrez, on veut avoir

deux lignes en même Raiſon, il n'y a qu'à tirer du point K, la ligne KL perpendiculaire au Diametre AC, & alors les deux lignes AC, CL, ſeront en même Raiſon que les deux quarrez CK, AK, à cauſe des trois proportionnelles AC, CK, CL, comme il eſt évident *par* 8. 6. &c.

PROPOSITION XII.

Theoreme.

Le Centre de gravité d'une Section Conique eſt dans ſon Diametre.

PRopoſons par exemple la Parabole ABC, terminée par l'ordonnée AC au Diametre BD, qui la diviſe en deux également au point D. Je dis que le Centre de gravité de la Parabole ABC eſt en quelque point du Diametre BD. Planche 20. 100. Fig.

Demonstration.

Si l'on imagine au dedans de la Parabole ABC, une infinité de lignes paralleles entre elles & à l'Ordonnée AC, elles ſeront toutes des Ordonnées au Diametre BD, c'eſt à dire qu'elles ſeront toutes diviſées en deux également par le Diametre BD, & le Centre de peſanteur de chacune ſe trouvera par conſequent dans ce Diametre BD; c'eſt pourquoy le Centre commun de peſanteur de toutes ces lignes, ou le Centre de gravité de la Parabole ABC, ſe trouvera dans le Diametre BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION XIII.

THEOREME.

Si ſur tant d'Ordonnées qu'on voudra à un même Diametre d'une Section Conique, l'on décrit autant de Triangles qui ayent leurs pointes au ſommet de cette Section Conique, chacun de ces Triangles, & les Trapezes qui ſe trouveront dans la Section Conique, auront leurs Centres de peſanteur dans le Diametre de la même Section Conique.

Planche 20. 101. Fig. PRopoſons par exemple la Parabole ABC, dont le Diametre ſoit BD, auquel nous tirerons par exemple les deux Ordonnées AC, FG, pour avoir les deux Triangles ABC, FBG, & le Trapeze AFGC. Je dis que le Centre de gravité de ce Trapeze & de chacun des deux Triangles precedens eſt dans le Diametre BD.

DEMONSTRATION.

Parce que les deux Baſes AC, FG, des Triangles ABC, FBG, ſont chacune diviſées en deux également par le Diametre BD, le Centre de gravité de chacun de ces deux Triangles ſe trouvera *par Prop.* 3. dans le Diametre BD. *Ce qui eſt l'une des deux choſes qu'il falloit démontrer.*

Parce que les deux côtez oppoſez & paralleles AC, FG, du Trapeze AFGC, ſont diviſez chacun en deux également par le Diametre BD, le Centre de gravité de ce Trapeze ou Trapezoïde AFGC ſera *par Prop.* 5. dans ce Diametre BD. *Ce qui reſtoit à démontrer.*

Planche 20. 101. Fig.

Corollaire.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que la Figure rectiligne AFBGC, qui naît de la multitude des Ordonnées au Diametre BD, a auſſi ſon Centre de gravité dans le Diametre BD, parce que ce Rectiligne eſt compoſé de Triangles & de Trapezes, qui ont tous leurs Centres de peſanteur dans le Diametre BD.

D'où il ſuit que d'autant plus on tirera d'Ordonnées dans la Section Conique, d'autant plus auſſi ce Rectiligne aura de côtez, & par conſequent il approchera toûjours de plus en plus de la Section Conique, de ſorte qu'il luy deviendra égal, quand le nombre des Ordonnées ſera infini: & comme le même Rectiligne a toûjours ſon Centre de gravité dans le Diametre BD, il s'enſuit ce qui a été déja démontré auparavant, ſçavoir que la Section Conique ABC a auſſi ſon Centre de peſanteur dans le Diametre BD.

PROPOSITION XIV.

Theoreme.

Les Centres de gravité de deux Paraboles quelconques diviſent ſemblablement les Diametres.

101. Fig.

POur démontrer que dans deux Paraboles quelconques de même genre les Centres de gravité diviſent les Diametres en des parties proportionnelles, il ſuffira de faire dans une ſeule Parabole une conſtruction & un raiſonnement, qui pourront convenir à toute autre Parabole.

Faites ſur l'Ordonnée AC, au Diametre BD, de la Parabole ABC, le Triangle ABC, & diviſez les

Planche 10. 101. Fig. côtez AB, BC, chacun en deux également aux points H, I, pour joindre la droite HI. Tirez encore par les points H, I, les droites FK, GI, paralleles au Diametre BD, & joignez la droite FG, & les quatre AF, FB, BG, GC. Prenez HL égale au tiers de HF, & pareillement IO égale au tiers de IG, & enfin DQ égale au tiers de BD, pour avoir en L le Centre de gravité du Triangle ABF, en O celuy du Triangle CBG, & en Q celuy du Triangle ABC, & le point M ſera le Centre commun de gravité des deux Triangles ABF, CBG: c'eſt pourquoy le Centre commun de peſanteur des trois Triangles ABF, ABC, CBG, ou le Centre de gravité du Pentagone AFBGC, ſera dans la ligne MQ, *par Prop.* 13. & pour le trouver, on coupera la ligne MQ en R, en ſorte que la ſomme des Triangles ABF, CBG, ſoit au Triangle ABC, reciproquement comme QR eſt à RM, & le point R ſera le Centre de gravité du Pentagone AFBGC. Si l'on fait la même choſe dans une autre Parabole quelconque, on pourra faire dans l'une & dans l'autre le même raiſonnement qui ſuit.

Par la proprieté de la Parabole, le Quarré de AD, eſt au quarré de EF, ou KD ſon égale, comme BD, eſt à BE, & parce que AD eſt double de KD, le quarré de AD ſera quadruple du quarré de KD, & par conſequent la ligne BD ſera auſſi quadruple de la ligne BE.

Parce que la ligne AD eſt double de la ligne KD, auſſi la ligne AB ſera double de la ligne BH, & par conſequent la ligne BN double de la ligne BE. D'où il eſt aiſé de conclure, que les deux lignes BE, EN, ſont égales entre elles, & que EN, auſſi bien que BE, eſt le quart de BD.

Parce que MN eſt le tiers de EN, & que EN eſt le quart de BD, il s'enſuit que MN eſt la douziéme

p:rtie de BD, à laquelle ajoûtant ND moitié de BD, on aura MD égale à ſept douziémes de BD, & conſequemment BM égale à cinq douziémes de BD : & ſi de MD, on ôte DQ égale au tiers de BD, il reſtera MQ égale à un quart de BD. Ainſi BE, EN, MQ, ſont trois lignes égales. Planche 20. 101. Fig.

Si l'on tire la ligne BT parallele à l'Ordonnée EF, & rencontrant la ligne FH prolongée en T, on connoîtra aiſément que comme les deux lignes EB, EN, ſont égales entre elles, auſſi les deux FT, FH, ſont égales entre elles, & par conſequent les deux Triangles FBT, FBH égaux entre eux. D'où il ſuit que le Triangle BTH, ou ſon égal AKH eſt double du Triangle BFH : & parce que le Triangle AFB eſt auſſi double du Triangle BFH, à cauſe de la Baſe AB double de la Baſe BH, il s'enſuit que le Triangle AKH eſt égal au Triangle ABF : & encore parce que le Triangle AKH eſt le quart du Triangle ADB, à cauſe de la Baſe AD double de la Baſe AK, & de la hauteur BD double de la hauteur KH, il s'enſuit que le Triangle ADB eſt quadruple du Triangle ABF, & que par conſequent tout le Triangle ABC eſt quadruple de la ſomme des deux Triangles égaux ABF, CBG. D'où il ſuit que la ligne MR eſt quadruple de la ligne QR, parce que leur Raiſon eſt égale à celle du Triangle ABC, à la ſomme des deux ABF, CBG. C'eſt pourquoy ſi l'on diviſe MQ en cinq parties égales, la ligne QR en contiendra une, & la ligne MR en comprendra quatre : & parce que QM eſt un quart de BD, la ligne BD ſera de 20 parties, de ſorte que la ligne QR ſera une vingtiéme de BD, & MR une cinquiéme de la même BD.

Que ſi à la ligne QR égale à une vingtiéme partie de BD, on ajoûte la ligne DQ, qui eſt un tiers de BD, & qu'à MR égale à une cinquiéme partie de

Planche 20. 101. Fig. BD, on ajoûte BM égale à cinq douziémes parties de BD, on aura DR égale à vingt-trois ſoixantiémes parties de BD, & BR égale à trente-ſept ſoixantiémes parties de BD. Ainſi l'on void que BR eſt à RD, comme 37 eſt à 23, ce qui ſe démontrera de la même façon dans toute autre Parabole du premier genre, telle qu'eſt celle dont nous parlons ici, ce qui ſe doit toûjours entendre ainſi, lorſqu'on parle ſimplement d'une Parabole.

Puiſque donc le Centre de peſanteur R de ce Rectiligne AFBGC diviſe ſemblablement le Diametre de chaque Parabole, il le diviſera auſſi ſemblablement dans un Rectiligne de plus de côtez, & par conſequent dans un Rectiligne d'une infinité de côtez, auquel cas il ſera le même que la Parabole, & ſon Centre de gravité ſera par conſequent le même que celuy de la Parabole, c'eſt à dire que le point R conviendra avec le Centre de gravité P de la Parabole, lequel par conſequent diviſe proportionnellement le Diametre BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il s'enſuit que ſi une fois on a trouvé le Centre de peſanteur d'une Parabole, on connoîtra facilement celuy d'une autre Parabole du même genre, puiſqu'il diviſe toûjours le Diametre en deux parties proportionnelles. Il ne reſte donc plus qu'à vous enſeigner le moyen de trouver le Centre de gravité d'une Parabole.

PROPOSITION XV.

Probleme.

Trouver le Centre de gravité d'une Parabole donnée.

POur trouver le Centre de gravité P, de la Parabole ABC, dont l'Ordonnée AC au Diametre BD luy ſert de Baſe, il ſuffit de trouver la Raiſon des deux parties BP, DP, puiſqu'elle eſt la même dans toutes les Paraboles, *par Prop.* 14. Planche 20. 101. Fig.

Faites une conſtruction ſemblable à la precedente, excepté que les points L, O, doivent être les Centres de gravité des deux Paraboles AFB, CGP, dont le Centre commun de peſanteur ſera par conſequent au point M. Faites encore ES égale au tiers de BE, ou de EN ſon égale.

Cela étant fait & ſuppoſé, il eſt évident *par Prop.* 14. que la Raiſon des Diametres BD, FH, des deux Paraboles ABC, AFB, eſt égale à celle des parties PD, LH, & comme il a été démontré que BD eſt quadruple de EN, ou de FH ſon égale, il s'enſuit que la partie PD, eſt auſſi quadruple de la partie LH, ou de MN ſon égale, & que l'autre partie BP, eſt auſſi quadruple de l'autre partie LF, ou de ME ſon égale, laquelle étant ôtée de BP, il reſtera les deux lignes BE, MP, triples enſemble de EM; & parce que ES eſt le tiers de EN, ou de EB ſon égale, on aura MS égale au tiers de PM, à cauſe des lignes égales EB, EN, & de EM égale au tiers de BE + MP. Puiſque donc BD eſt quadruple de BE, & que BE eſt triple de ES, la ligne BS ſera le tiers de BD, & parce que DQ eſt auſſi le tiers de BD, il s'enſuit que DS, SQ, QD, ſont trois lignes égales.

Puiſque donc le Centre de gravité de la Parabole

Planche 20. 101. Fig. ABC eſt P, que celuy du Triangle ABC eſt Q, & que le Centre commun de peſanteur des deux Paraboles AFB, BGC, eſt M, la diſtance QP ſera à la diſtance PM reciproquement comme la ſomme des deux Paraboles AFB, BGC, au Triangle ABC. Mais parce que cette ſomme eſt le tiers du Triangle ABC, à cauſe de la Raiſon du Triangle ABC à la Parabole ABC, qui eſt comme 3 eſt à 4, comme il eſt aiſé de connoître par ce qui en a été dit dans nôtre Traité de Geometrie, il s'enſuit que la diſtance QP eſt le tiers de la diſtance PM. Mais il a été démontré auparavant, que MS eſt auſſi le tiers de PM. Donc QP, & MS, ſont deux lignes égales.

Ainſi pour trouver le Centre de gravité P de la Parabole ABC, il n'y a qu'à faire QP égale à MS. Maintenant pour trouver la Raiſon des deux parties BP, PD, on conſiderera que puiſque MP eſt triple de QP, & auſſi de MS, toute la ligne QS, ou QD ſon égale ſera quintuple de la ligne QP: & parce que la ligne DQ eſt le tiers de BD, il s'enſuit que PQ eſt égale à une quinziéme partie de BD, à laquelle ligne PQ ajoûtant la ligne DQ égale à un tiers de BD, on aura DP égale à deux cinquiémes de BD, & conſequemment BP égale à trois cinquiémes de BD. Ainſi l'on void que la partie BP eſt à la partie PD, comme 3 eſt à 2. D'où l'on tire cette Methode generale pour trouver le Centre de gravité d'une Parabole donnée. *Diviſez le Diametre de la Parabole donnée en cinq parties égales, & en prenez trois depuis le ſommet, ou deux depuis la Baſe, & vous aurez le Centre de gravité de la Parabole propoſée.*

PROPOSITION XVI.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Parabole tronquée.

NOus appellons *Parabole tronquée*, une partie de Parabole, qui eſt terminée par deux lignes paralleles, comme AFGC, dont les deux lignes AC, FG, ſont diviſées en deux également par le Diametre BD de la Parabole entiere ABC. Nous trouverons ſur ce Diametre BD, le Centre de gravité de la Parabole tronquée AFGC, en trouvant *par Prop.* 15. le Centre de peſanteur V de la Parabole ajoûtée FBG, & le Centre de gravité P de la grande Parabole ABC, & en cherchant à la Parabole tronquée AFGC, à la Parabole ajoûtée FBG, & à la ligne VP, une quatriéme proportionnelle PX, & le point X ſera le Centre de gravité de la Parabole tronquée AFGC, comme il eſt évident *par Prop. 7. Sect.* 1. Planche 20. 101. Fig.

SCOLIE.

On peut trouver plus facilement ce Centre de Peſanteur X, en mettant à la place des deux premiers termes de l'Analogie precedente, ſçavoir de la Parabole tronquée AFGC, & de la Parabole ajoûtée FBG, la difference des Triangles ADB, FEB, & le Triangle FEB, qui ſont en même Raiſon. Ou bien ſans qu'il ſoit beſoin de prolonger la Parabole tronquée AFGC, on peut encore mettre à la place des deux termes precedens, la difference des Cubes des deux Ordonnées AD, EF, & le Cube de l'Ordonnée EF, qui ſont auſſi en même Raiſon, &c.

PROPOSITION XVII.

THEOREME.

Si l'on décrit un Cercle autour d'une Ellipſe, & que l'on tire ſur le grand Axe une perpendiculaire quelconque, les Segmens du Cercle & de l'Ellipſe auront un même Centre de gravité.

Planche 21. 102. Fig. JE dis que ſi l'on tire par le point Z pris à diſcretion ſur le grand Axe AC de l'Ellipſe ABCD, une perpendiculaire FG, qui détermine le Segment de l'Ellipſe HCI, & le Segment FCG du Cercle décrit autour du Diametre AC; ces deux Segmens ont un même Centre de peſanteur.

PREPARATION.

Diviſez l'Arc de Cercle FCG en quelque nombre pairement pair de parties égales, par exemple en huit aux points K, L, M, C, N, O, P, pour y inſcrire un Polygone, & joignez les points oppoſez également éloignez de la ligne FG, par les droites KP, LO, MN, qui donneront ſur l'Ellipſe les points B, Q, R, S, T, D, pour avoir dans l'Ellipſe un autre Polygone d'autant de côtez. Prolongez encore les quatre lignes LM, QR, ON, TS, juſqu'à ce qu'elles ſe coupent en un même point de l'Axe AC prolongé tant qu'il en ſera beſoin, comme au point Y, ce qui arrivera à cauſe des deux lignes MR, RX, égales aux deux NS, SX, & proportionnelles aux deux LQ, QV, égales aux deux OT, TV, comme il eſt évident par ce qui a été dit de l'Ellipſe dans nôtre Traité de Geometrie.

Demonstration.

Planche 21. 102. Fig.

Cette Preparation étant faite, on connoîtra aiſément que les deux Triangles iſoſcéles MCN, RCS, ayant une même hauteur CX, ont un même Centre de gravité, parce qu'il ne peut être que dans la hauteur commune CX, qui diviſe les Baſes MN, RS, en deux également. On connoîtra de la même façon que les deux Triangles LYO, QYT, ont un même Centre de peſanteur, auſſi bien que les deux MYN, RYS. On connoîtra auſſi que les deux Trapezoïdes LMNO, QRST, ont un même Centre de gravité : car puiſque les deux Triangles LYO, QYT, ont un même Centre de gravité, ſi l'on en ôte les deux Triangles MYN, RYS, qui ont auſſi un même Centre de gravité, les reſtes qui ſont les Trapezoïdes LMNO, QRST, auront un même Centre de gravité. Par la même Raiſon l'on connoîtra que les deux Trapezoïdes KLOP, BQTD, ont un même Centre de peſanteur, auſſi-bien que les deux KFGP, HBDI. D'où il eſt aiſé de conclure, que le Polygone inſcrit au Cercle a un même Centre de gravité que le Polygone inſcrit à l'Ellipſe.

Maintenant ſi l'on conçoit que l'Arc FCG ſoit diviſé en une infinité de parties égales, la partie correſpondante de l'Ellipſe ſe trouvera auſſi diviſée en une infinité de parties, & en ce cas le Polygone du Cercle ſera égal au Segment de Cercle, & le Polygone de l'Ellipſe ſera égal au Segment d'Ellipſe : & comme il vient d'être démontré que ces deux Polygones ont un même Centre de gravité, il s'enſuit que ces deux Segmens ont auſſi un même Centre de peſanteur, auſſi-bien que le Cercle & l'Ellipſe. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jesus à l'Auteur.

De Toulouse le 1. Juin 1691.

MONSIEUR,

» Vôtre Lettre du cinquiéme du mois passé m'a été
» fidellement renduë. Je vous suis obligé de toutes
» les honnêtetez dont elle est remplie, & sur tout je
» vous rends de tres-humbles graces des offres obli-
» geantes que vous me faites de vouloir prendre quel-
» que soin de mes Ouvrages, en cas que je les fasse
» imprimer à Paris. C'est une grace que je n'ay point
» meritée, & d'ailleurs je sçay de combien les momens
» vous sont precieux. Comment avez-vous pû faire
» vôtre beau Dictionnaire dans huit mois? c'est un
» travail de Geant, & il me semble que deux ans y se-
» roient bien employez. Je n'ay jamais vû ni le Meso-
» labe de Slusius, ni les Mecaniques de Vvallis, ni le
» Commercium Epistolicum d'Angleterre; je crois
» que je trouveray ce dernier Livre dans la Bibliote-
» que de Monsieur de Fermat, parce que Monsieur son
» pere, ce grand Mathematicien, qui vous est sans
» doute assez connu, fournit autrefois la matiere à
» une partie de ce Livre. Je verray ce qu'il y a de la
» Conchoïde, comme Slusius & Vvallis n'en parlent
» que succinctement & en passant, ainsi que vous me
» le marquez, je vois que cela est tout different de ce
» que j'ay travaillé là-dessus. Mon Ouvrage qui est di-
» visé en trois Livres, est déja achevé. J'y traite non-
» seulement de la Conchoïde de Nicomede, qui est la
» seule qu'on a connu jusqu'à present, mais de toutes
» les autres Conchoïdes qui se peuvent former des au-
» tres Figures, comme du Triangle, de l'Ellipse, de

la

la Parabole, de l'Hyperbole, &c. j'en examine les « Touchantes, la Quadrature, les Solides qui ſe font « tant à l'entour de l'Axe, qu'à l'entour de la Baſe, & « le Centre de gravité. Entre autres choſes j'ay dé- « montré cette belle Propoſition, que le P. Lalouvere a « avancé à l'Appendix 2. de ſa Cycloïde, ſans en don- « ner la Démonſtration, & où il dit que la Quadratu- « re de la Conchoïde de Nicomede dépend de la Qua- « drature du Cercle, & de celle de l'Hyperbole. Je « veux joindre à ce Traité des Conchoïdes un autre « des Ciſſoïdes, où je traite non-ſeulement de la Dio- « clée, qui eſt la Ciſſoïde du Demi-cercle, & ſur la- « quelle j'ay fait pluſieurs belles découvertes, mais en- « core des Ciſſoïdes qui ſe peuvent former des autres « Figures. Je joints ces deux Traitez enſemble, à cauſe « du rapport merveilleux que j'ay découvert entre les « Conchoïdes & les Ciſſoïdes, de ſorte que les mê- « mes principes m'ont ſervi pour les unes & pour les « autres. Vvallis eſt je penſe celuy qui a parlé plus au « long de la Ciſſoïde, dans un Livre qu'il a fait *de Cy- « cloïde*, &c. imprimé à Oxford en 1659. Mais je « ſuis allé beaucoup au delà. «

Je viens maintenant à la Queſtion que vous m'a- « vez propoſée des Zones de l'Hemiſphere, du De- « mi-ſpheroïde, & du Cylindre. Pour ce qui eſt de cel- « les de l'Hemiſphere & du Cylindre, il eſt clair qu'elles « ſont égales, & on le peut aiſément démontrer, puiſ- « que la Surface de l'Hemiſphere étant égale à la Sur- « face du Cylindre circonſcrit (en retranchant les Ba- « ſes,) & les parties de la Surface Hemiſpherique, « auſſi-bien que les parties de la Surface du Cylindre « étant entre elles comme les parties de l'Axe, il s'en- « ſuit de là que les Zones de l'Hemiſphere & du Cy- « lindre ſont égales entre elles. Il n'eſt pas neceſſaire « de vous en dire davantage, & d'ailleurs ce n'eſt pas «

» proprement ce que vous demandez, & vous dites
» même qu'on en a déja parlé. Mais vous voudriez
» qu'on démonſtrât que la Zone du Demi-ſpheroïde
» eſt auſſi égale aux autres deux Zones ; à cela je vous
» réponds qu'on ne le peut démontrer, parce que la
» Zone du Demi-ſpheroïde eſt plus petite que les au-
Planche 22 168. Fig. » tres deux. Car pour me ſervir de la Figure que
» vous m'avez envoyée, je dis que la Zone AMNB du
» Demi-ſpheroïde eſt plus petite que la Zone AKLB
» du Cylindre.

» Prenant GD le plus grand Demi-axe de l'Ellipſe
» ADB pour Rayon, je décris le Quart de Cercle
» GDP. Du point B je tire la perpendiculaire BO, qui
» rencontre l'Arc DP au point O. Aux deux BO, GD,
» ſoit troiſiéme proportionnelle GQ. Soit la ligne GP
» prolongée en R, de ſorte que GR ſoit égale à toute
» la circonference du Cercle ACB. Si l'on conçoit un
» Quart d'Ellipſe GQR, dont le Centre ſoit G, & qui
» paſſe par Q, R, je dis que prolongeant la ligne MN
» juſqu'à ce qu'elle rencontre cette Ellipſe en S, le
» Segment d'Ellipſe GVSR eſt égal à la Zone AMNB.

» J'ay démontré cette Propoſition dans un Traité
» que j'ay compoſé *de Superficiebus rotundis*, & que
» je donneray un jour au Public. Je ne vous en-
» voye pas cette Démonſtration, parce qu'elle dé-
» pend de beaucoup de principes, & qu'il me
» faudroit copier une grande partie de ce Traité,
» mais vous pouvez en être perſuadé ſur ma parole,
» car j'ay revû encore tout de nouveau ce Traité, pour
» m'en mieux aſſurer, & je l'ay trouvé fort juſte, &
» mêmes conforme à ce que Monſieur Hugens a dit
» des Surfaces Conoïdes & Spheroïdes dans ſon Li-
» vre *De Horologio Oſcillatorio pag. 75. & ſeqq.* &
» Vvallis dans le Livre déja cité *de Cycloide, &c. pag.*
» *98. & ſeqq.* quoique ma Methode ſoit fort differen-

te de celle de Vvallis : car pour celle de Monſieur Hugens, il ne l'a point donnée au Public. Or cette Propoſition étant ſuppoſée, il n'eſt pas mal-aiſé de montrer que la Zone AMNB eſt moindre que la Zone Cylindrique AKLB. Car la Zone Cylindrique eſt égale à un Rectangle, dont la hauteur eſt AK, ou GV, & la Baſe eſt égale à la circonference du Cercle ACB. Elle eſt donc égale au Rectangle GVTR. Donc le Rectangle GVTR étant plus grand que le Segment Elliptique GVSR, qui eſt égal à la Zone AMNB, il s'enſuit que la Zone Cylindrique AKLB eſt plus grande que la Zone du Demi-ſpheroïde AMNB. « Planche 22. 108. Fig.

Vous avez raiſon, Monſieur, de dire que cette Propoſition de l'égalité de la Zone du Demi-ſpheroïde avec les autres deux Zones ſeroit d'une grande utilité, puiſque ſi elle étoit veritable, nous aurions la Quadrature du Cercle, comme il eſt aiſé de démontrer.

Soit du Rayon GQ décrit le Quart de Cercle GQX, qui ſoit coupé par la ligne VS au point Z. Il eſt clair que le Segment Elliptique GVSR eſt au Segment circulaire GVZX, comme GR eſt à GX (*Archim. Prop. 6. de Conoid.*) Or GR eſt égale à la circonference du Cercle ACB. Donc le Segment Elliptique GVSR étant égal à la Zone AMNB, comme nous avons dit, ſi cette Zone étoit égale à la Zone Cylindrique AKLB, qui ſe reduit à un Cercle, il s'enſuivroit qu'un Cercle connu ſeroit au Segment circulaire GVZX, comme la circonference du Cercle ACB, eſt à la ligne droite connuë GX, & partant on quarreroit le Segment circulaire GVZX, ce qui ſuffit pour la Quadrature du Cercle. Mais comme la Zone Spheroïdique n'eſt pas égale à la Cylindrique, la Quadrature du Cercle eſt encore à chercher.

Comme vous m'avez témoigné, Monſieur, ſouhaiter de voir la Methode dont je me ſers pour

Plan-
che 22.
108.
Fig.

» trouver le Centre de gravité dans la Figure de Mon-
» ſieur Tſchirnhaus, je vous l'envoye dans l'écrit Latin
» cy-joint, je l'ay laiſſé ainſi, l'ayant tiré du Traité
» Latin que je compoſay dernierement ſur cette Figu-
» re. Je crois que vous en ſerez ſatisfait.

» Si je puis vous être utile en quelque choſe, je
» vous prie de m'employer, je me feray un honneur &
» un plaiſir particulier de vous obliger. Agréez auſſi
» que je vous demande quelque part dans vôtre ami-
» tié, vous ne ſçaurez la refuſer à celuy qui eſt ſince-
» rement, &c.

»

» *Methodus ad inveniendum Centrum gravitatis in*
» *novâ Quadratrice D. Tſchirnhaus.*

»

Plan-
che 21.
103.
Fig.

» ESto nova Quadratrix ABCD genita ex Quadran-
» te circuli ABCE, ſitque punctum G Centrum
» gravitatis Figuræ ABCD. Ex G demittatur in BC
» perpendicularis GH. Dico BH eſſe æqualem quartæ
» parti arcûs Quadrantis AEC. Compleatur Quadra-
» tum BF, ſitque Quadrati BF Centrum gravitatis I,
» & per I demittatur in BC perpendicularis IK.

» Omne Solidum Rotundum genitum ex converſio-
» ne alicujus Figuræ circa lineam rectam æquatur Soli-
» do recto cujus baſis eſt ipſa Figura altitudo autem
» æqualis viæ Rotationis, ſive circumferentiæ deſcri-
» ptæ à Centro gravitatis in illa Rotatione Figuræ (ex
» principio generali quod traditum eſt à Guldino in
» Centrobaricis, & demonſtratum à Tacqueto Lib. 5.
» Cylindricorum & Annularium.) Ergo Solidum ro-
» tundum genitum ex converſione Figuræ ABCD circa
» AB, æquatur Solido recto, cujus baſis eſt ipſa Fi-
» gura ABCD, altitudo autem æqualis circumferentiæ
» Radii BH: & Cylinder genitus ex converſione qua-
» drati BF circa eamdem AB, æquatur Cylindro recto,

cujus baſis eſt ipſum quadratum BF, altitudo autem æqualis circumferentiæ Radii BK. Igitur Rotundum genitum ex Figurâ ABCD, ſe habet ad Cylindrum genitum ex Quadrato BF, ut Solidum rectum, cujus baſis Figura ABCD, altitudo circumferentia Radii BH: ad Solidum rectum, cujus baſis Quadratum BF, altitudo circumferentia Radii BK. Solida autem recta ſunt inter ſe in Ratione compoſitâ baſium & altitudinum. Quare Rotundum ex Figurâ ABCD eſt ad Cylindrum ex Quadrato BF, in Ratione compoſitâ Figuræ ABCD, ad Quadratum BF, & circumferentiæ Radii BH ad circumferentiam Radii BK. Demonſtratum autem eſt Figuram ABCD eſſe ad Quadratum BF, ut Radius BC eſt ad arcum Quadrantis AEC: & circumferentia Radii BH eſt ad circumferentiam Radii BK, ut ipſe Radius BH eſt ad Radium BK. Ergo Rotundum ex Figura ABCD eſt ad Cylindrum ex Quadrato BF, in Ratione compoſitâ Radii BC ad arcum Quadrantis AEC, & rectæ BH ad rectam BK; ſive ſecto arcu AEC bifariam, in E, in Ratione compoſitâ dimidiæ BC ad arcum AE, & BH ad BK. «Planche 21. «103. Fig.

Cùm autem KI tranſeat ex hypot. per Centrum gravitatis Quadrati BF, BK eſt dimidia ipſius BC; Ergo Rotundum ex Figurâ ABCD ad Cylindrum ex Quadrato BF, eſt in Ratione compoſitâ ex Rationibus BK ad AE, & BH ad BK, ſive in Ratione BH ad AE, quæ ex illis compoſita eſt. Demonſtratum eſt autem idem Rotundum ex Figurâ ABCD circa AB eſſe ad Cylindrum ex Quadrato BF circa eamdem AB, ut 1 ad 2. Ergo BH eſt ad arcum AE, ut 1 ad 2: & cùm arcus AE ſit dimidia pars arcûs Quadrantis AEC, BH eſt ad arcum Quadrantis AEC, ut 1 ad 4. Quod erat demonſtrandum.

Hinc habemus determinatam diſtantiam G Centri

Plan-
che 21
103.
Fig.

» gravitatis Figuræ ABCD à rectâ AB : ſed paulò diffi-
» cilius eſt determinare diſtantiam ejuſdem Centri gra-
» vitatis à rectâ BC, nec poſſumus uti Methodo prio-
» ri, cùm adhuc ignotum ſit Rotundum ex Figurâ
» ABCD circa BC rotatâ. Aliâ igitur viâ nobis pro-
» grediendum eſt, quam ſequentibus Propoſitionibus
» explicabimus.

» Supponimus primò Principium hoc univerſale ad
» inveniendra Centra gravitatis utiliſſimum.

104.
Fig.

» Si ſit quæcumque Figura plana ABC contenta dua-
» bus rect.s AB, BC, angulum rectum comprehen-
» dentibus, & linêâ AGC : ſive rectâ, ſive curvâ : ſint
» autem ex ſingulis punctis F, rectæ AB ordinatæ FG
» parallelæ BC, & intelligantur ſingula Segmenta AFG,
» AFG, erigi perpendiculariter ſupra ſingulas ordina-
» tas FG, FG, & Segmentum ABC erigi ſimiliter ſu-
» pra ordinatam BC; ex hujuſmodi Segmentis ita erec-
» tis, & inſiſtentibus perpendiculariter Plano ABC,
» conſtituetur Solidum, cujus baſis erit ipſa Figura
» ABC erecta, altitudo autem AB.

» Dico hujuſmodi Solidum, quod eſt ſumma Seg-
» mentorum erectorum, eſſe ad aliud Solidum rec-
» tum, cujus baſis eſt ipſa Figura ABC, altitudo AB,
» ut BX recta, eſt ad rectam BA, poſito quòd XY recta
» parallela BC tranſeat per Centrum gravitatis Figuræ
» ABC.

» Hoc Principium jam demonſtratum eſt à D. Paſ-
» cal ſub nomine Dettonville, latentis in Tractatu
» quem edidit de Cycloide, quod enim nos vocamus
» hîc ſummam Segmentorum AFG, AFG, apud illum
» eſt ſumma Triangularis eorumdem Segmentorum;
» quare ſuperfluum eſt addere aliam ejuſdem Principii
» demonſtrationem Geometricam, quam invenimus,
» deduximuſque ex Principio Guldini ſupra poſito.

» Hinc autem conſtat, ſi figura ABC ſupponatur

esse nova Quadratrix D. Tschirnhaus, & supponatur XY parallela BC transire per illius Centrum gravitatis Y, ut habeatur Ratio BX ad BA, ac proinde ipsa BX, quærendam esse Rationem summæ Segmentorum AFG, AFG, ABC, erectorum supra rectas FG, FG, BC, ad Solidum rectum, cujus basis est ipsa Figura ABC, altitudo autem AB. Hanc autem rationem ex Lemmatibus sequentibus deducemus. «Planche 21. «104. «Fig.

Lemma I.

Esto nova Quadratrix ABCE genita ex Quadrante circuli ABCI. Ducatur autem in Quadratrice quæcumque ordinata DE parallela BC, & ex E recta EI parallela AB occurrens arcui Quadrantis in I: sitque IH Sinus rectus arcûs AI, ac proinde AH Sinus versus ejusdem arcûs. Dico Segmentum ADE esse ad Quadratricem ABCE, ut AH est ad Radium AB. «105. «Fig.

In Propositione quâ demonstravimus, Quadratricem ABCE, esse ad Quadratum circumscriptum, ut Radius AB, est ad arcum Quadrantis; Ostensum est Quadratricem ABCE esse ad superficiem Hemisphæricam genitam ex arcu Quadrantis AIC in Ratione compositâ Radii AB, ad arcum Quadrantis AIC, & Radii circuli ad circumferentiam. Eodem autem planè modo ostendetur Segmentum Quadrantis ADE, esse ad portionem superficici Sphericæ descriptam ab arcu AI, in Ratione compositâ AD ad arcum AI, & Radii ad suam circumferentiam. Cum ergo Rationes AD, ad arcum AI, & AB ad arcum AIC, sint æquales ex proprietate & generatione curvæ AEC, ac proinde sit eadem Ratio composita ex Rationibus AD ad arcum AI, & Radii ad suam circumferentiam, quæ componitur ex Rationibus AB ad arcum AIC, & Radii ad suam circumferentiam, sequitur Segmentum ADE esse ad portionem super-

Planche 21. 105. Fig. » ficiei Sphericæ genitam ex arcu AI, ut tota Quadratrix ABCE, eſt ad ſuperficiem Hemiſphericam genitam ex arcu Quadrantis AIC, & permutando. Cùm igitur portio ſuperficiei Sphericæ genita ex arcu AI, ſit ad ſuperficiem Hemiſphericam genitam ex arcu AIC, ut Sinus verſus AH eſt ad Radium, ut conſtat ex Archimede, Segmentum ADE eſt ad Quadratricem ABCE, ut AH ad AB. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Hinc ſequitur, ductâ aliâ quâcumque Ordinata FG, & ex G, GL parallela AB, atque ex L, LK, Sinu recto arcûs AL, Segmentum ADE, eſſe ad Segmentum AFG, ut AH Sinus verſus arcûs AI, eſt ad AK Sinum verſum arcûs AL: quod facilè colligetur ex æquo, comparando utrumque Segmentum ADE, AFG, cum totâ Quadratrice ABCE. Unde Segmenta Quadratricis ſunt ſemper inter ſe ut Sinus verſi arcuum Quadrantis proportionalium altitudinibus Segmentorum.

LEMMA II.

Si concipiatur Sinus verſus AH applicari in D, ſive Poni DM æqualis ipſi AH, ad angulos rectos 106. Fig. AB, & Sinus verſus AK applicari in F, ſive poni FN æqualis AK, & Sinus totus AB applicari in B, ſive poni BO ipſi æqualis, & ita applicentur omnes Sinus verſi in punctis rectæ AB, in quibus ſecatur proportionaliter cum arcubus illorum Sinuum verſorum, fiet nova Figura ABO, quæ vocetur *Figura plana Sinuum verſorum.*

Dico hu uſmodi Figuram planam Sinuum verſorum ABO eſſe ad Rectangulum BP circumſcriptum,

ut ſumma Segmentorum ADE, AFG, ABC, erectorum, eſt ad Solidum rectum circumſcriptum, cujus nimirùm baſis eſt ipſa Figura ABCE erecta, altitudo autem AB. « Planche 2 f. 106. « Fig.

Nam ſumma Segmentorum ADE, AFG, &c. erectorum nihil eſt aliud quàm Solidum, cujus Sectiones ſunt ipſa Segmenta ADE, AFG, &c. erecta perpendiculariter ſupra DE, FG, &c. ac proinde ſibi ipſis parallela Hujuſmodi autem Segmenta ſunt ſemper inter ſe ut Sinus verſi AH, AK (Lem. 1.) ſive, ut ipſis æquales DM, FN. Cùm igitur Sectiones Solidi illius ſint ſemper proportionales cum Sectionibus Figuræ planæ ABO, ſitque eadem diſtantia tam inter Sectiones Solidi, quàm inter Sectiones Figuræ planæ; ex Methodo Indiviſibilium, quæ facilè etiam reduci poteſt ad Methodum Antiquorum, Solidum quod eſt ſumma Segmentorum ADE, AFG, &c. erectorum, eſt ad Solidum rectum circumſcriptum, cujus nimirùm baſis eſt ipſa Figura ABCE erecta, altitudo AB, ut Figura plana Sinuum verſorum ABO, eſt ad Rectangulum BP circumpſcriptum. Quod erat demonſtrandum.

Corollarium.

Habebimus igitur fractionem Solidi, quod eſt ſumma Segmentorum ADE, AFG erectorum, ad Solidum rectum circumpſcriptum, ſi habeamus Rationem Figuræ planæ Sinuum verſorum ABO, ad Rectangulum BP circumpſcriptum; hanc autem ulmam Rationem ſic indagabimus.

Lemma III.

Si intelligantur ſinguli Sinus verſi AH, AK, &c. erigi perpendiculariter in punctis I, L, & ſupra

Planche 21. 106. Fig. » arcum Quadrantis AIC, ex illis Sinubus ita erectis » & inſiſtentibus perpendiculariter ſupra arcum AIC, » fiet quædam ſuperficies curva, cujus baſis erit ipſe » arcus AIC, altitudo autem AB; vocetur hæc ſuper- » ficies *Figura curva Sinuum verſorum.*

» Dico Figuram hujuſmodi Curvam Sinuum verſo- » rum eſſe ad ſuperficiem Cylindricam circumſcrip- » tam, cujus baſis eſt arcus Quadrantis AIC, altitudo » AB, ut Figura plana Sinuum verſorum ABO, eſt ad » Rectangulum circumſcriptum BP.

» Ex proprietate Quadratricis ABCE, recta AB Se- » catur in D, F, &c. in eâdem ratione ac arcus AIC in » I, L, &c. Cùm igitur Ordinatæ DM, FN, &c. » ſint ex hypotheſi æquales Sinubus verſis AH, AK, » &c. qui eriguntur in I, L, &c. ex Methodo Indiviſi- » bilium ſumma Sinuum verſorum AH, AK, &c. erec- » torum in I, L, &c. ſive Figura Curva Sinuum verſo- » rum, eſt ad ſuperficiem Cylindricam circumſcrip- » tam cujus baſis arcus AIC, altitudo AB, ut Figura » plana Sinuum verſorum ABO, eſt ad Rectangulum » BP circumſcriptum. Quod erat demonſtrandum.

» Reſtat igitur nobis inquirenda Ratio quam habet » Figura curva Sinuum verſorum erectorum ſupra ar- » cum Quadrantis ad ſuperficiem Cylindricam cir- » cumſcriptam; hanc autem habebimus ex Lemmate » ſequenti.

»

LEMMA IV.

»

» Figura Curva Sinuum verſorum erectorum ſupra » arcum Quadrantis eſt ad ſuperficiem Cylindricam » circumſcriptam, cujus baſis eſt arcus Quadrantis, » altitudo vero æqualis Radio, ut differentia Radii » & arcûs Quadrantis eſt ad arcum Quadrantis.

» Eſto Quadrans circuli ABC, per ſingula puncta » I, L, &c. arcus AIC intelligantur ductæ rectæ MN,

OP, parallelæ AB, occurrentes BC in N, P, & (completo Quadrato BD) rectæ AD, in M, O, atque ex iisdem punctis I, L, &c. ductis IH, LK, ordinatis ad AB, erunt AH, AK, Sinus versi arcuum AI, AL, & illis æquales IM, LO. «Planche 22. «109. Fig.

Consideremus tres summas rectarum, primam Rectarum MN, OP, &c. erectarum in punctis I, L, &c. Secundam Rectarum IN, LP, erectarum etiam in I, L, &c. Tertiam denique Rectarum IM, LO, &c. erectarum pariter in I, L, &c. Patet secundam & tertiam summam simul sumptas esse æquales primæ, cùm IM+IN æquetur MN, & LO+LP, æquetur OP, & sic de cæteris. Unde tertia summa est differentia primæ & secundæ summæ.

Jam prima summa Rectarum MN, OP, &c. æqualium inter se & erectarum in I, L, &c. est superficies Cylindrica cujus basis arcus Quadrantis AIC, altitudo verò æqualis Radio AB. Ergo est æqualis Rectangulo cujus unum latus est æquale arcui AIC, alterum verò Radio AB.

Secunda verò summa Rectarum IN, LP, erectarum in I, L, &c. est æqualis Quadrato BD, quod sic ostendemus. Intelligatur ex Quadrato ABC circa BC converso generari Hemisphærium, singulæ IN, LP, generant circulos, quorum Radii sunt ipsæ IN, LP, & quoniam circumferentiæ sunt inter se ut Radii, summa Radiorum IN, LP, erectorum in I, L, est ad summam circumferentiarum eorumdem Radiorum, sive ad superficiem Hemisphæricam, ut una circumferentia est ad Radium, ex Methodo Indivisibilium: est autem ex Archim. superficies Hemispherica dupla circuli maximi, sive æqualis Rectangulo contento sub Radio AB, & peripheriâ Radii ejusdem AB. Ergo summa Rectarum IN, LP, &c. erectarum in I, L, &c. est ad Rectangulum conten-

Planche 22. 109. Fig.

» tum ſub Radio AB, & peripheriâ ejudem Radii AB,
» ut Radius AB eſt ad ſuam peripheriam. Sed in eadem
» Ratione Radii AB ad ſuam peripheriam eſt Quadra-
» tum BD ad idem Rectangulum contentum ſub AB,
» & peripheriâ Radii AB, ut patet. Ergo ſumma rec-
» tarum IN, LP, &c. & Quadratum BD, habent
» eamdem Rationem ad idem Rectangulum, ac proin-
» de ſumma Rectarum IN, LP, &c. erectarum eſt
» æqualis Quadrato BD.

» Cùm igitur oſtenſum ſit, Tertiam ſummam Rec-
» tarum IM, LO, &c. eſſe differentiam primæ Recta-
» rum MN, OP, & ſecundæ Rectarum IN, LP, &c.
» prima autem ſumma ſit æqualis Rectangulo conten-
» to ſub AB & arcu AIC, ſecunda verò Rectarum IN,
» LP, &c. ſit æqualis Quadrato BD, ſive Rectangulo
» ſub AB & AB, patet tertiam ſummam Rectarum IM,
» LO, &c. eſſe differentiam Rectanguli contenti ſub ar-
» cu AIC, & ſub Radio AB, & Rectanguli ſub AB & AB.
» Cùm autem horum Rectangulorum eadem ſit altitu-
» do AB, eorum differentia æquatur Rectangulo cujus
» altitudo eadem AB, baſis verò differentia baſium,
» nempe differentia Radii AB, & arcûs AIC. Ergo
» ſumma rectarum IM, LO, &c. erectarum in I, L,
» &c. æquatur Rectangulo cujus altitudo eſt AB, baſis
» autem differentia AB, & arcûs AIC. Ergo eſt ad Rec-
» tangulum cujus eadem altitudo AB, baſis arcus AIC,
» ut baſis ad baſim, ſive ut differentia Radii AB, & ar-
» cûs Quadrantis AIC, ad arcum Quadrantis AIC. Eſt
» autem Rectangulum cujus altitudo AB, baſis arcus
» AIC, æquale ſuperficiei Cylindricæ ejuſdem altitu-
» dinis & baſis. Ergo ſumma rectarum IM, LO, &c.
» ſive Sinuum verſorum AH, AK, &c. erectorum in
» I, L, &c. eſt ad ſuperficiem Cylindricam circum-
» ſcriptam, ut differentia Radii & arcûs Quadrantis,
» ad arcum Quadrantis. Quod erat demonſtrandum.

His positis jam facile determinabimus Centrum gravitatis quæsitum. Sit enim nova Quadratrix ABCE genita ex Quadrante ABCF, sitque illius Centrum gravitatis H. Ex H in AB, demittatur perpendicularis HG. Dico AG esse ad AB, ut Radius AB, est ad arcum Quadrantis AFC. « Planche 21. « 107. « Fig.

Est enim ex principio supra posito, BG ad BA, ut summa Segmentorum ADE, ADE, ABC, ad Solidum rectum circumscriptum : ut autem prædicta summa ad Solidum rectum, ita Figura plana Sinuum versorum ad Rectangulum circumscriptum (Lem. 2.) & ut Figura plana Sinuum versorum ad Rectangulum circumscriptum, ita (Lemm. 3.) Figura curva Sinuum versorum ad superficiem Cylindricam, circumscriptam, & ut figura curva Sinuum versorum ad superficiem Cylinricam, ita (Lemm. 4.) differentia Radii & arcûs AFC, adarcum AFC. Ergo BG est ad BA, ut differentia AB Radii & arcûs AFC, ad arcum AFC. Ergo AG differentia antecedentis BG & consequentis AB, est ad consequens AB, ut AB differentia secundi antecedentis & consequentis est ad secundum consequens nempe ad arcum AFC. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Hinc determinata est distantia Centri gravitatis H à rectâ BC : determinavimus autem initio distantiam ejusdem Centri gravitatis H à recta AB. Ergo determinatum est Centrum gravitatis H. Quod erat faciendum.

SECTION III.

Du Centre de gravité des Solides.

CEtte Section semble être plus utile que les precedentes, parce qu'elle traite des Solides

que nous avons toûjours entre les mains, & que les deux precedentes ne traitent que des Lignes & des Plans, qui n'exiſtent ſeparez que dans l'imagination. Ils ne laiſſent pourtant pas d'avoir leurs utilitez, puiſqu'ils ſont comme les fondemens de celle-cy, & que tout ce qui a été dit touchant les Lignes & les Plans ſe peut appliquer à de ſemblables Corps par tout également épais, comme vous verrez encore mieux dans la ſuite.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si l'on coupe un Priſme par un Plan parallele aux deux Plans oppoſez, la Section ſera un Plan égal & ſemblable à chacun de ces deux Plans oppoſez: & ſon Centre de gravité ſera dans la ligne droite qui paſſe par les Centres de peſanteur des deux mêmes Plans oppoſez.

Planche 22. 210. Fig. PRopoſons par exemple un Priſme triangulaire ADEFC, dont les deux Plans oppoſez, ſemblables, paralleles & égaux ſont les deux Triangles ABC, DEF, dont les Centres de peſanteur ſont les points G, H. Je dis que ſi l'on coupe ce Priſme par un Plan parallele à l'un de ces deux Triangles, en ſorte que la Section ſoit par exemple le Triangle KLM, ce Triangle KLM ſera égal & ſemblable à chacun des deux Triangles oppoſez ABC, DEF, & que ſon Centre de peſanteur I ſera dans la ligne droite GH.

DEMONSTRATION.

Puiſque les deux Plans ABC, KLM, ſont paralleles, & qu'ils ſont tous deux coupez par le Plan

ABED, leurs Sections AB, KL, ſeront paralleles, *par* 16. 11. Par la même raiſon l'on connoîtra que les deux lignes BC, LM, ſont égales entre elles & paralleles, auſſi-bien que les deux AC, KM. Ainſi tous les côtez d'un Triangle ſeront égaux à tous les côtez de l'autre Triangle, les uns aux autres, c'eſt pourquoy *par* 8. 1. ils ſeront égaux, équiangles, & ſemblables. *Ce qui eſt la premiere des deux choſes qu'il falloit démontrer.* Planche 22. 110. Fig.

Parce que les trois Triangles ABC, KLM, DEF, ſont égaux & ſemblables entre eux, leurs Centres de gravité G, I, H, ſeront ſemblablement poſez, & par conſequent dans la même ligne droite G, I, H. *Ce qui reſtoit à démontrer.*

Scolie.

Pour ne laiſſer aucun doute de cette Demonſtration, nous démontrerons que les Centres de peſanteur G, I, H, ſont ſemblablement poſez, en ſorte que ſi les Triangles ABC, KLM, DEF, étoient appliquez les uns ſur les autres, leurs Centres de gravité G, I, H, conviendroient enſemble, quoique cela ſoit aſſez évident de ſoy-même.

Il eſt clair par ce qui a été dit ailleurs, que les trois lignes BGN, LIO, KHP, diviſent leurs côtez oppoſez égaux AC, KM, DF, en deux également aux points N, O, P, de ſorte que les trois lignes AN, KO, DP, ſeront égales entre elles, ce qui fait que les trois Triangles ABN, KLO, DEP, ſont égaux entre eux, & auſſi les trois Angles ABN, KLO, DEP, & encore les trois lignes BN, LO, EP, & conſequemment leurs tiers NG, OI, PH. D'où il ſuit que les trois lignes BG, LI, EH, ſont auſſi égales entre elles, & comme elles ſont paralleles, il s'enſuit que leurs extremitez G, I, H, ſont ſem-

blablement posées, & qu'elles sont dans une même ligne droite.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Prisme est au milieu de la ligne droite qui passe par les Centres de gravité de deux Plans opposez.

Planche 22. 110. Fig.

JE dis que le Centre de gravité du Prisme ADEFC est au point I milieu de la droite GH, qui passe par les Centres de pesanteur G, H, des deux Plans opposez ABC, DEF.

DEMONSTRATION.

Comme nous avons démontré dans la *Prop.* 1. qu'en quelque lieu que l'on coupe le Prisme par un Plan parallele aux Plans opposez, la Section aura son Centre de gravité dans la ligne GH : & comme ce Prisme peut être coupé de la sorte en une infinité de façons differentes, il s'ensuit qu'on le peut considerer comme composé d'une infinité de Plans paralleles entre eux, & aux deux opposez, dont les Centres de gravité sont dans la ligne GH, & par la Methode des Indivisibles, on conclud d'abord, que la somme de tous ces Plans i finis, où le Prisme ADEFC, a son Centre de pesanteur dans la ligne GH, & par consequent en son point de milieu I. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, qu'un Prisme Triangulaire a son Centre de gravité dans un Plan,

Plan, qui passe par un des Angles & par le milieu du côté opposé. Car puisque ce Centre de pesanteur est dans la ligne GH, il est aussi dans le Plan BH, ou BEPN, qui passe par l'Angle B, & par le milieu N du côté opposé AC. Planche 22. 110. Fig.

Il s'ensuit aussi que le Centre de pesanteur d'un Parallelepipede quelconque, & d'un Cylindre, est au milieu de son Axe.

Il s'ensuit encore que le Centre de gravité d'un Prisme, dont deux Plans opposez sont des Trapezoïdes, se trouve dans un Plan, qui divise les côtez paralleles de ces deux Trapezoïdes en deux également.

PROPOSITION III.

Theoreme.

Si l'on coupe une Pyramide par un Plan parallele à sa base, la Section sera un Plan semblable à cette base, & son Centre de gravité sera dans la ligne droite, qui passe par le Centre de pesanteur de la base & par la pointe de la Pyramide.

PRoposons par exemple une Pyramide Triangulaire ABCD, dont la base soit le Triangle ABC, qui a pour Centre de gravité le point E, & dont le sommet soit par consequent au point D. Je dis que si l'on coupe cette Pyramide par un Plan parallele à la base ABC, en sorte que la Section soit par exemple le Triangle FGH, ce Triangle FGH sera semblable au Triangle ABC, & son Centre de pesanteur I sera dans la ligne droite DE. 111. Fig.

Demonstration.

Puisque les deux Plans ABC, FGH, sont paralle-

Planche 22. 111. Fig.

les, & qu'ils ſont tous deux coupez par le Plan CAD, leurs Sections CA, HF, ſeront paralleles, *par* 16. 11. Par la même raiſon l'on connoîtra que les deux lignes AB, FG, ſeront paralleles, auſſi-bien que les deux CB, HG. Ce qui rend ces lignes proportionnelles, & leurs Angles égaux, & par conſequent les Triangles ABC, FGH. *Ce qui eſt l'une des deux choſes qu'il falloit démontrer.*

Maintenant pour démontrer que le Centre de peſanteur I, du Triangle FGH eſt dans la ligne DE, on conſiderera que dans les Triangles ſemblables CAK, HFL, les lignes FL, AK, ou FI, AE, ſont paralleles, & que la Raiſon des lignes FH, AC, eſt égale à celle des lignes FL, AK. Mais la Raiſon des mêmes lignes FH, AC, eſt égale à celle des lignes DF, DA. Donc la Raiſon des lignes DF, DA, eſt égale à celle des lignes FL, AK. Mais encore la Raiſon des lignes FL, AK, eſt égale à celle des lignes FI, AE, parce que les lignes FI, AE, ſont chacune les deux tiers de leurs lignes FL, AK, Donc comme DF eſt à DA, ainſi FI eſt à AE, & comme les droites FI, AE, ſont paralleles, il s'enſuit que leurs extremitez I, E, ſont ſemblablement poſées, & par conſequent dans la ligne droite DE. *Ce qui reſtoit à démontrer.*

SCOLIE.

Ce qui a été démontré d'une Pyramide triangulaire, ſe peut auſſi démontrer de la même façon d'une Pyramide de plus de côtez, & mêmes d'un Cone, qui eſt proprement une Pyramide d'une infinité de côtez, & de toute autre Pyramide, dont la baſe eſt terminée par une ſeule ligne continuë.

PROPOSITION IV.

Theoreme.

Le Centre de gravité d'une Pyramide eſt dans la ligne droite qui paſſe par une de ſes pointes & par le Centre de peſanteur du Plan oppoſé à cette pointe.

JE dis que le Centre de gravité de la Pyramide ABCD, eſt en quelque point de la ligne droite DE, qui paſſe par la pointe ou Angle Solide D, & par le Centre de peſanteur E du Plan oppoſé ABC. Planche 22. III. Fig.

Demonstration.

Car comme il a été démontré dans la *Prop.* 3. qu'en quelque lieu que l'on coupe la Pyramide ABCD par un Plan parallele à l'une de ſes baſes, comme à la baſe ABC, dont le Centre de peſanteur eſt E, la Section aura ſon Centre de gravité dans la ligne DE : & comme cette Pyramide peut être coupée de la ſorte en une infinité de façons, il s'enſuit qu'elle peut être conſiderée comme compoſée d'une infinité de Plans paralleles entre eux & à la baſe ABC, dont les Centres de gravité ſont dans la ligne DE. D'où il ſuit que la ſomme de tous ces Plans infinis, ou la Pyramide ABCD a auſſi ſon Centre de gravité dans la ligne DE. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que le Centre de gravité d'une Pyramide eſt dans le concours de deux lignes droites tirées par les Angles ſo- Planche 23. II. Fig.

Planche 23. 112. Fig. lides de la Pyramide & par les Centres de gravité des Plans opposez. Car comme il a été démontré que le Centre de pesanteur de la Pyramide ABCD est dans la ligne DE, qui passe par l'Angle solide D, & par le Centre de pesanteur E du Plan opposé ABC; l'on peut démontrer de la même façon que ce Centre de pesanteur est aussi dans la ligne BF, qui passe par l'Angle solide B, & par le Centre de pesanteur F du Plan opposé CAD. D'où l'on doit conclure, qu'il est dans la commune Section G de ces deux lignes DE, BF, dont les parties GE, GD, GF, GB, sont proportionnelles, la plus petite GE étant le tiers de la plus grande GD, ou la plus petite GF le tiers de la plus grande GB, ce que nous pourrions démontrer ici, si nous n'avions dessein de finir bien-tôt cette Section, pour venir à des choses de plus grande utilité.

SCOLIE.

Vous prendrez garde que tout ce qui a été dit jusques à present de la Pyramide, se doit entendre aussi du Cone, qui est une Pyramide d'une infinité de côtez. Pour abreger nous ne nous amuserons pas ici à démontrer que le Centre de gravité d'un Corps regulier est le même que le Centre de la Sphere circonscrite, & que le Centre de pesanteur d'une Sphere ou d'un Spheroïde, est le même que son Centre de grandeur, parce que cela est assez évident de soy-même.

PROPOSITION V.

Theoreme.

Le Centre de gravité d'un Hemiſphere eſt dans le Demi-diametre perpendiculaire au Diametre de ſa Baſe.

JE dis que le Centre de gravité de l'Hemiſphere ABC, eſt en quelque point du Demi-diametre BD perpendiculaire au Diametre AC de ſa Baſe. Planche 23. 113. Fig.

Demonstration.

Car comme l'Hemiſphere ABC eſt cauſé par le mouvement du Demi-cercle ABC autour de la ligne immobile BD, l'on conçoit ſans peine que l'Hemiſphere ABC eſt compoſé d'une infinité de Cercles, dont les Diametres ſont paralleles au Diametre AC, & dont les Centres ſont dans l'Axe BD : & comme ces Centres ſont auſſi leurs Centres de peſanteur, il s'enſuit que le Centre commun de gravité de la ſomme de ces Cercles infinis, ou de l'Hemiſphere ABC, eſt dans le même Axe BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Scolie.

On démontrera de la même façon, que le Centre de gravité d'un Segment de Sphere, ou d'un Spheroïde, & auſſi d'un Paraboloïde & d'un Cone tronqué, eſt dans leur Axe, parce que tous ces Corps ſont compoſez de Cercles infinis paralleles à leurs Baſes, comme il eſt évident par leur generation, &c.

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Hemiſphere diviſe ſon Axe en deux parties, dont celle qui eſt la plus proche de la Surface, eſt à l'autre, comme 5 eſt à 3.

Planche 23. 113. Fig.

JE dis que de l'Hemiſphere ABC, dont le Centre eſt D, & l'Axe eſt BD, le Centre de gravité G diviſe l'Axe BD en deux parties GB, GD, telles que GB eſt à GD, comme 5 eſt à 3 : de ſorte que ſi l'Axe BD eſt diviſé en huit parties égales, la partie GB en contiendra cinq, & l'autre GD trois.

PREPARATION.

Décrivez autour du Demi-cercle ABC, qui eſt le Profil de l'Hemiſphere, le Rectangle AF, & joignez les droites DE, DF. Si l'on fait mouvoir par la penſée tout le Plan AF autour du Demi-diametre immobile BD, comme Axe, le Rectangle AF décrira par cette circonvolution un Cylindre, le Demi-cercle ABC un Hemiſphere, & le Triangle rectangle EDF un Cone, dont la Baſe ſera égale à celle du Cylindre, & à celle de l'Hemiſphere.

DEMONSTRATION.

Parce que les trois Solides precedens ont une même hauteur, ſçavoir l'Axe commun BD, & des Baſes égales, le Cylindre AF ſera triple du Cone EDF, & l'Hemiſphere ABC ſera double du même Cone EDF, comme il eſt évident par ce qui a été dit & démontré dans nôtre *Traité de Geometrie*. De ſorte

que ſi l'on ſuppoſe que le Cylindre AF ſoit de trois parties, le Cone EDF en contiendra une, & l'Hemiſphere ABC en comprendra deux : & ſi l'on ôte le Cone EDF du Cylindre AF, c'eſt à dire 1 de 3, il reſtera 2 pour le Solide concave AEDFCD, lequel par conſequent ſera égal à l'Hemiſphere ABC, & au double du Cone EDF. Or le Centre de gravité du Cylindre AF eſt au point H milieu de l'Axe BD, *par Prop.* 2. & celuy du Cone EDF eſt au point I, éloigné du point B de la quatriéme partie de l'Axe BD, *par Prop.* 4. Puiſque donc le point H eſt le Centre commun de gravité du Cone EDF, & du Solide concave AEDFCD, ces deux Solides ſeront en Raiſon reciproque de leurs diſtances HG, HI, & comme ils ſont en Raiſon double, la diſtance HI ſera double de la diſtance HG. Ce qui nous enſeigne, que pour trouver le Centre de Gravité G de l'Hemiſphere ABC, il faut prendre la partie HG égale à la moitié de la partie HI. Or comme BI eſt un quart de BD, il s'enſuit que HI eſt auſſi un quart de BD, & que par conſequent HG eſt une huitiéme de BD, à laquelle ajoûtant BH égale à la moitié de BD, on aura BG égale à cinq huitiémes de BD, & par conſequent GD égale à trois huitiémes de BD, ce qui fait voir que BG eſt à GD, comme 5 eſt à 3. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 23. 113. Fig.

Corollaire.

Il ſuit de ce Theorême, que ſi l'on diviſe l'Axe d'un Hemiſphere en huit parties égales, & qu'on en prenne cinq depuis la Superficie, ou trois depuis le Centre, on aura le Centre de gravité de l'Hemiſphere propoſé.

Planche 23. 113. Fig.

SCOLIE.

Parce que la Démonſtration precedente, ſuppoſe que le Centre de gravité d'un Cone diviſe ſon Axe en deux parties, dont celle qui eſt la plus proche du ſommet eſt triple de l'autre, ou égale aux trois quarts de l'Axe, ce que nous n'avons pas démontré; pour vous en mieux perſuader nous ajoûterons dans le Problême ſuivant la maniere de trouver le Centre de gravité d'un Cone, par la Methode de Monſieur de Fermat, qui peut s'appliquer à toutes les autres Figures.

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Cone.

119. Fig. POur trouver le Centre de peſanteur I ſur l'Axe CD du Cone ABC, coupez ce Cone par un Plan parallele & infiniment proche de la Baſe AB, en ſorte que la Section ſoit par exemple le Cercle FG, dont le Diametre eſt coupé en deux également au point E par l'Axe CD, & par cette Section le Cone ABC, ſe trouvera diviſé en deux parties, qui ſont le Cone FCG, dont le Centre de gravité ſoit H, & le Cone tronqué AFGB, dont le Centre de peſanteur ſoit K.

Cette Preparation étant faite, ſi l'on met a pour l'Axe CD, & x pour la diſtance CI du Centre de peſanteur I du Cone ABC, à ſon ſommet C, on aura $a-x$ pour la diſtance DI du même Centre de peſanteur I à la Baſe AB : & ſi l'on met o pour la diſtance DE du Plan coupant FG à la Baſe AB, cette lettre o repreſentant le zero, parce que la partie DE

eſt ſuppoſée infiniment petite, & par conſequent le Cone tronqué AFGB infiniment petit, ce qui rend égales les deux lignes IK, ID, & qui donne à IK la même valeur de ID, ſçavoir $a-x$, on aura $a-o$ pour l'Axe CE du Cone FCG. Planche 2. Fig. 119.

CD ∽ a
CI ∽ x
DI ∽ $a-x$ ∽ IK.
DE ∽ o
CE ∽ $a-o$
CH ∽ $x-\frac{xo}{a}$
HI ∽ $\frac{xo}{a}$

Parce que le Centre de peſanteur I du Cone ABC, diviſe ſon Axe CD de la même façon que le Centre de peſanteur H du Cone FGC diviſe ſon Axe CE, puiſque cela arrive dans toutes les Pyramides, comme il eſt aiſé de conclure par ce qui a été dit dans la *Prop.* 4. on aura cette Analogie, CD, CI::CE, CH, ou $a, x::a-o$, CH, qui donnera $x-\frac{xo}{a}$, pour la partie CH, laquelle étant ôtée de la partie CI, ou de x, on aura $\frac{xo}{a}$ pour la partie IH.

Parce que par le Principe general de la Balance, le Cone tronqué AFGB, eſt au Cone FCG, reciproquement comme la diſtance HI, eſt à la diſtance IK, on connoîtra *en compoſant*, que le Cone ABC eſt au Cone FCG, comme HK eſt à IK, & ſi à la place de ces deux Cones qui ſont ſemblables, à cauſe des Triangles ſemblables ABC, FGH, on met les Cubes de leurs Axes CD, CE, qui ſont en même Raiſon, on connoîtra que le Cube de CD, eſt au Cube de CE, comme HK eſt à IK, de ſorte qu'en termes analytiques on aura cette Analogie, a^3, $a^3-3aao+3aoo-o^3$::HK, IK, & *en diviſant*, on aura celle-cy, $3aao-3aoo+o^3$, $a^3-3aao+3aoo-o^3$:: HI, IK, & ſi à la place des deux derniers ter-

Planche 23. mes HI, IK, on met leurs valeurs $a-x$, $\frac{xo}{a}$, ou en entiers $aa-ax$, xo, qui ſont en même Raiſon, on aura cette derniere Analogie, $3aao-3aoo+o^3$, $a^3-3aao+3aoo-o^3::xo$, $aa-ax$, & par conſequent cette Equation, $3a^4o-3a^3oo+aao^3-3a^3xo+3aaxoo-axo^3 \backsim a^3xo-3aaxoo+3axo^3-xo^4$, ou $3a^4o-3a^3oo+aao^3-4a^3xo-6aaxoo-4axo^3+xo^4 \backsim o$, laquelle étant diviſée par o, ſe change en celle-cy, $3a^4-3a^3o+aaoo-4a^3x-6aaxo-4axoo+xo^3 \backsim o$, de laquelle ôtant tous les termes où la lettre o demeure, on aura cette derniere Equation, $3a^4-4a^3x \backsim o$, dans laquelle on trouvera $x \backsim \frac{3a}{4}$ Ce qui fait connoître que la partie CI eſt égale aux trois quarts de l'Axe CD, & qu'ainſi pour trouver le Centre de gravité du Cone propoſé ABC, il faut diviſer l'Axe CD en quatre parties égales, & en prendre trois depuis C en I, ou une depuis D en I, & le point I ſera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Paraboloïde eſt le même que celuy du Triangle qui a pour Hauteur la Hauteur du Paraboloide, & pour Baſe le Diametre de la Baſe du même Paraboloïde.

114. Fig. JE dis que du Paraboloïde, ou Conoïde Parabolique ABC, le Centre de peſanteur eſt le même que le Centre de peſanteur E du Triangle ABC.

DEMONSTRATION.

Si à l'ordonnée AC du Diametre BD, l'on tire

une parallele quelconque FG, qui ſera auſſi ordonnée au Diametre BD, on aura les deux Triangles ſemblables HBI, ABC, & *par* 4. 6. la Raiſon de BK à BD, ſera égale à celle de HI à AC : & parce que par la nature de la Parabole, la Raiſon de BK à BD, eſt égale à celle du Quarré FG, au Quarré AC, c'eſt à dire à celle du Cercle dont le Diametre eſt FG, au Cercle dont le Diametre eſt AC, il s'enſuit que HI eſt à AC, comme le Cercle FG, eſt au Cercle AC ; ce qui fait voir que tous les Cercles infinis, dont le Paraboloïde ABC eſt compoſé, ſont proportionnels à autant de lignes droites infinies qui compoſent le Triangle ABC. D'où il eſt aiſé de conclure, que leurs Centres de gravité conviennent enſemble. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 23. 114. Fig.

Corollaire.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que le Centre de peſanteur E du Paraboloïde ABC, diviſe le Diametre BD en deux parties EB, ED, telles que la premiere EB eſt double de la ſeconde ED, comme dans le Triangle : & qu'ainſi pour trouver le Centre de gravité du Paraboloïde propoſé ABC, il faut diviſer ſon Axe BD en trois parties égales, & en prendre deux depuis B en E, ou une depuis D, en E, &c.

Proposition IX.

Probleme.

Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Sphere.

Le Centre de gravité d'un Segment de Sphere ſe trouve comme celuy d'un Hemiſphere. Ainſi 115. Fig.

Planche 23. 115. Fig pour trouver le Centre de pesanteur du Segment de Sphere, dont le Profil est ABC, on divisera la perpendiculaire BD, qui divise la Corde AC en deux également, en huit parties égales, & l'on en prendra trois depuis D en G, ou cinq depuis B en G, pour avoir au point G le Centre de gravité qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Si l'on décrit autour de l'Arc de Cercle ABC, le Rectangle AF, & qu'on mene les droites DE, DF, il est évident que si l'on fait rouler le Plan AF autour de la ligne immobile BD, ce Plan AF décrira par sa circonvolution un Cylindre, le Segment de Cercle ABC un Segment de Sphere, & le Triangle EDF un Cone, aprés quoy le reste de la démonstration se fera comme dans la *Prop.* 6.

PROPOSITION X.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Sphere.

116. Fig. POur trouver le Centre de gravité du Secteur de Sphere ABCE, dont le Centre est E, & l'Axe est BE, prenez sur cet Axe BE, la partie DF égale à un quart de DE, & la partie DG égale à trois huitiémes de BD, pour avoir en G le Centre de pesanteur du Segment de Sphere ACB, & en F le Centre de gravité du Cone AEC. Aprés cela, pour trouver le Centre commun de pesanteur de ces deux Solides ACB, AEC, ou le Centre de gravité du Secteur AECB, il ne faut que diviser la distance FG de ces deux Centres de pesanteur F, G, en deux par-

ties FH, GH, reciproquement proportionnelles aux deux mêmes Solides ACB, AEC, ce qui se fera en cherchant au Secteur ABCE, au Cone AEC, & à la ligne FG, une quatriéme proportionnelle GH, &c.

PROPOSITION XI.

Theoreme.

Si un Segment de Sphere, & un Segment de Spheroïde, ont un même Axe, & leurs Bases sur un même Plan, ils auront aussi un même Centre de gravité.

JE dis que du Segment de Sphere ABC, & du Segment de Spheroïde EBF, dont l'Axe commun est BD, les Centres de gravité conviennent ensemble, c'est à dire qu'ils ont un Centre commun de pesanteur, comme G. Planche 23. 117. Fig.

Demonstration.

Si l'on tire au dedans de ces deux Figures autant de lignes que l'on voudra, paralleles à la ligne EF, ou perpendiculaires à l'Axe BD, comme HI, la Raison de HI, à KL, sera toûjours égale à celle de EF, à AC, par la nature de l'Ellipse, & le Cercle du Diametre HI sera au Cercle du Diametre KL, comme le Cercle du Diametre EF, au Cercle du Diametre AC. Ainsi l'on void que tous les Cercles infinis, dont le Segment de Sphere ABC est composé, sont proportionnels à autant de Cercles infinis, dont le Segment de Spheroïde EBF est composé. D'où il est aisé de conclure, que leur Centre de pesanteur est commun. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il s'enſuit de ce Theorême, que ſi l'on diviſe l'Axe BD du Segment de Spheroïde EBF, en huit parties égales, & qu'on en prenne trois depuis D en G, ou cinq depuis B en G, le point G ſera le Centre de gravité du Segment de Spheroïde EBF.

LIVRE TROISIE'ME.

DE L'HYDROSTATIQUE.

L'HYDROSTATIQUE eſt une partie de la Mecanique, qui conſidere la peſanteur des Corps liquides, & ſur tout de l'eau, ou des Corps durs poſez ſur des Corps liquides, en les comparant les uns avec les autres.

Quoique les liqueurs ayent une peſanteur, neanmoins elles n'ont pas un Centre de gravité par elles-mêmes, parce que leurs parties ne ſont pas liées les unes avec les autres pour ſe pouvoir ſoûtenir en Equilibre autour d'un certain point, à moins qu'elles ne ſoient renfermées dans un vaiſſeau, & alors on remarque pluſieurs conformitez qui ſe rencontrent dans la Statique & dans l'Hydroſtatique, que nous expliquerons ici en paſſant.

Planche 24. 223. Fig. Comme par les principes de la Statique, l'on connoît que la peſanteur s'augmente à meſure que le Poids s'éloigne de la perpendiculaire, c'eſt à dire que pour éloigner le Poids A, que nous ſuppoſerons de quatre livres, ſur l'Arc AC du Quart de Cercle

ACD, dont le Centre eſt D, de la perpendiculaire AD depuis A en I, par exemple de la quatriéme partie de la diſtance horizontale CD, il faut une force égale à la quatriéme partie du Poids A, ou la force d'une livre : & à la moitié du Poids A, ou la force de deux livres, pour l'éloigner en K de la moitié de la diſtance CD : & aux trois quarts du Poids A, ou la force de trois livres, pour l'éloigner en L des trois quarts de la même diſtance CD : & enfin à tout le Poids A, ou la force de quatre livres, pour l'éloigner en C, de toute la diſtance CD ; tout au contraire l'experience fait connoître que dans l'Hydroſtatique, le Poids augmente ſa peſanteur en approchant de la perpendiculaire, c'eſt à dire qu'en éloignant un Cylindre d'eau, comme MF, de la ligne horizontale EF, pour l'approcher de la perpendiculaire EH, en montant le long de l'Arc FH, du Quart de Cercle EFH, autour de ſon Centre E, la force de l'eau contenuë dans ce Cylindre MF, s'augmente à proportion qu'on l'éleve davantage : de ſorte que ſi le Cylindre MF étant élevé en N de la quatriéme partie de la hauteur EH, acquiert la force d'une livre pour lever une ſoupape, ou pour faire tourner une Rouë, &c. la même Eau étant élevée en O, à la moitié de la hauteur EH, elle acquerra la force de deux livres, & étant élevée en P, des trois quarts de la hauteur EH, elle acquerra la force de trois livres, & enfin étant élevée à plomb au point H, en ſorte qu'elle ſoit dans la ſituation HQ, elle aura la Puiſſance de quatre livres. Planche 24. 123. Fig.

Pareillement comme nous avons démontré dans la Statique *Prop.* 4. *Chap.* 2. que lorſque deux Poids ſont en Equilibre ſur les deux côtez d'un Plan Triangulaire, dont la Baſe eſt parallele à l'Horizon, en s'entretenant mutuellement par deux lignes pa-

Planche 24. 123. Fig. ralleles aux côtez du Plan Triangulaire, que je ſuppoſe perpendiculaire à l'Horizon, par le moyen d'une Poulie appliquée au deſſus du Triangle : leurs Puiſſances ou Peſanteurs abſoluës ſont proportionnelles aux côtez du même Triangle ; Il arrive de même dans l'Hydroſtatique, que ſi un Canal ou Tuyau eſt recourbé, pour repreſenter deux côtez d'un Triangle, & qu'étant rempli en partie d'eau, ſes deux bouts, qui ſeront les extremitez de deux Cylindres d'eau, ſoient plongez dans un vaiſſeau plein d'eau, dont la Surface étant toûjours parallele à l'Horizon, peut paſſer pour la Baſe de ce Triangle, que je ſuppoſe auſſi perpendiculaire à l'Horizon, ou à la Surface de l'eau contenuë dans le Vaiſſeau ; les longueurs de ces deux Cylindres d'eau, qui ſe trouvent au deſſus de la Surface de l'eau du vaiſſeau, ſeront auſſi proportionnelles aux côtez du Triangle, lorſque l'eau dans chaque Tuyau ou Cylindre ſera en Equilibre, c'eſt à dire à la même hauteur.

124. Fig. Ainſi parce que par les principes de le Statique, l'on connoît que les deux Poids D, E, qui ſe tiennent en Equilibre ſur les deux côtez AC, BC, du Plan Triangulaire ABC, dont la Baſe AB eſt parallele à l'Horizon, leurs Peſanteurs abſoluës ſont entre elles comme les côtez AC, BC, de ſorte que ſi le côté AC eſt par exemple double du côté BC, auſſi la Peſanteur abſoluë du Poids D, eſt double de celle du Poids E ; de même l'Hydroſtatique nous apprend que la longueur du Cylindre d'eau FI, eſt à la longueur du Cylindre d'eau HK, comme le côté FG du Triangle FGH, eſt au côté GH, tellement que ſi le côté FG eſt double du côté GH, auſſi la longueur FI eſt double de la longueur HK, lorſque les deux extremitez I, K, ſont de niveau, c'eſt à dire dans la ligne Horizontale LM, ce qui eſt évident, parce

parce que dans ce cas les deux Triangles GIK, GFH, ſont ſemblables, &c.

CHAPITRE I.

Des Theorêmes.

LEs Theorêmes que nous ajoûterons ici, ſont fondez ſur l'experience, qui peut ſervir de Démonſtration dans ces ſortes de matieres : neanmoins nous ne laiſſerons pas d'en donner les Démonſtrations auſſi clairement qu'il nous ſera poſſible.

THEOREME I.

Une liqueur peſante contenuë dans un Cylindre perpendiculaire à l'Horizon, tend à ſortir par en bas avec une force proportionnée à ſa hauteur dans le Tuyau.

SUppoſons que le Tuyau AB ſoit par tout d'une égale groſſeur, & perpendiculaire à l'Horizon, & qu'étant rempli en tout ou en partie de quelque liqueur peſante, par exemple d'eau, on bouche l'ouverture A, pour l'empêcher de ſortir. Cela étant ſuppoſé, je dis que l'eau contenuë dans ce Cylindre AB, tend à ſortir par l'ouverture A, avec une force proportionnée à ſa hauteur : de ſorte que ſi le Tuyau AB eſt rempli d'eau par exemple juſqu'en C, & qu'on diviſe la hauteur AC en autant de parties égales qu'on voudra, comme en trois, aux points D, E, la force avec laquelle l'eau tendra à décendre depuis C, par l'ouverture A, ſera triple de celle avec laquelle elle tendroit à ſortir depuis E, par la même ouverture A, s'il n'y en avoit que juſqu'en E, Planche 23. 118. Fig.

Planche 23. 218. Fig. parce que dans ce cas la hauteur AC étant triple de la hauteur AE, le Cylindre d'eau AC ſeroit auſſi triple du Cylindre d'eau AE, & que par conſequent le Cylindre d'eau AC ſero t trois fois plus peſant que le Cylindre d'eau AE, ce qui donnera à l'eau contenuë dans le Tuyau AC trois fois plus de force pour décendre, qu'à l'eau contenuë dans le Tuyau AE, étant certain que la force qu'un Corps peſant a de décendre eſt proportionnée à ſa peſanteur.

SCOLIE.

Cette démonſtration ſuppoſe que l'eau eſt portée en bas par ſa propre peſanteur, comme il eſt évident: mais comme elle eſt auſſi pouſſée de tous côtez par le mouvement continuel que luy cauſe ſa fluiduité, une partie preſſe non-ſeulement la partie qui luy répond perpendiculairement en deſſous, mais encore celles qui ſe trouvent de côté & d'autre. D'où il ſuit que ſi l'on perce le Tuyau AB par ſes côtez, l'eau qui y ſera contenuë en deſſus, ſortira par cette ouverture.

COROLLAIRE I.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que ſi deux Cylindres d'égale groſſeur entre eux, contiennent chacun une certaine quantité d'une même liqueur, par exemple d'eau, les forces avec leſquelles cette eau tendra à ſortir de chacun de ces deux Tuyaux, ſeront entre elles comme les hauteurs de l'eau dans les mêmes Tuyaux: & que par conſequent ſi ces hauteurs ſont égales, la force que l'eau aura pour ſortir de chaque Tuyau ſera la même.

COROLLAIRE II.

Il s'enſuit auſſi de cette Propoſition, qu'une mê-

me liqueur étant dans deux Tuyaux d'égale groſſeur entre eux, & perpendiculaires à l'Horizon, qui ſe communiquent l'un avec l'autre par un troiſiéme Tuyau de même groſſeur, & parallele à l'Horizon; a toûjours ſes parties ſuperieures en même niveau dans chaque Tuyau : c'eſt à dire que ſi l'on verſe quelque liqueur, comme de l'eau, dans l'un de ces Tuyaux, elle ſe répandra dans l'autre Tuyau par le Tuyau de communication, & ſe mettra dans chaque Tuyau à une même hauteur. Planche 23. 120. Fig.

Comme ſi l'on verſe de l'eau dans le Tuyau AB, elle ſe répandra dans le Tuyau AC de même groſſeur, & en montant par le Tuyau CD auſſi de même groſſeur, elle ſe mettra à une hauteur égale dans les deux Tuyaux, c'eſt à dire que l'eau ceſſera de monter dans le Tuyau CD, lorſqu'elle ſera parvenuë à celle qu'elle aura dans le Tuyau AB, parce que dans ce cas les deux Cylindres d'eau, comme AE, CF, ſont égaux, & que par conſequent ils peſent également.

THEOREME II.

Si deux Cylindres de ſemblable liqueur ſont d'égale hauteur, & d'inégale groſſeur, & perpendiculaires à l'Horizon, la liqueur tend à ſortir par l'ouverture d'en bas dans chacun avec une force proportionnée à ſa Baſe.

JE dis que ſi une liqueur peſante, comme l'eau, ſe trouve à pareille hauteur AB, CD, dans les deux Tuyaux AB, CE, perpendiculaires à l'Horizon, & d'inégale groſſeur, en ſorte que le Diametre de la Baſe du Tuyau AB ſoit par exemple double du Diametre de la Baſe du Tuyau CE, auquel cas la Baſe du Tuyau AB ſera quadruple de celle du Tuyau CE; 122. Fig.

Planche 23. 122. Fig. la force avec laquelle l'eau tendra à ſortir par l'ouverture d'en bas du plus gros Tuyau AB, ſera à la force avec laquelle elle tendra à ſortir par l'ouverture d'en bas du plus menu CE, comme la Baſe du plus gros Tuyau AB, à la Baſe du plus menu CE : de ſorte que dans la ſuppoſition que nous avons faite, l'eau tendra à ſortir par l'ouverture d'en bas du plus gros Tuyau AB, avec une force quadruple de celle avec laquelle elle tendra à ſortir par l'ouverture d'en bas du plus menu CE ; parce que le plus gros Tuyau AB ſera quadruple du plus menu CD de même hauteur, & par conſequent quatre fois plus peſant, ce qui donne à l'eau quatre fois plus de force pour ſortir.

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que ſi deux Cylindres d'eau perpendiculaires à l'Horizon, ſont non-ſeulement d'inégale groſſeur, mais encore d'inégale hauteur, la force avec laquelle l'eau contenuë dans l'un de ces Tuyaux tendra à ſortir par l'ouverture d'en bas, ſera à la force avec laquelle l'eau tendra à ſortir par l'ouverture d'en bas de l'autre Tuyau, dans une Raiſon compoſée des Raiſons des Baſes & des Hauteurs.

Comme ici où nous avons ſuppoſé, que la Baſe du Tuyau AB eſt quadruple de celle du Tuyau CE, dont la hauteur ſoit par exemple triple de celle du Cylindre AB, la force avec laquelle l'eau contenuë dans le Tuyau AB, tend à ſortir par l'ouverture d'en bas, ſera à celle par laquelle l'eau contenuë dans le Tuyau CE tend à ſortir par l'ouverture d'en bas, dans la Raiſon de 4 à 3, qui eſt compoſée de la Raiſon de 4 à 1, ou de la Baſe du Tuyau AB, à la

Baſe du Tuyau CE, & de la Raiſon de 1 à 3, ou de la Hauteur du Tuyau AB, à la Hauteur du Tuyau CE. Planche 23. 122. Fig.

Scolie.

Si les deux Tuyaux AB, CE, ſe communiquent l'un avec l'autre, par un troiſiéme Tuyau AC parallele à l'Horizon, il ſe formera une Machine, qu'on appelle *Levier d'eau*, qui eſt tel que le Tuyau AB contient à une certaine hauteur quatre fois autant que le Tuyau CE à la même hauteur, parce que nous avons ſuppoſé la Baſe du Tuyau AB quadruple de celle du Tuyau CE : & par la même raiſon, l'eau en décendant de quatre Pouces par exemple dans le Tuyau CE, elle ne montera que d'un Pouce dans le Tuyau AB.

Afin que l'experience de ce que nous venons de dire ſe puiſſe faire, on ajoûtera un Robinet FG au Tuyau de communication AC, pour le lâcher, lorſqu'on voudra faire monter l'eau contenuë dans le Tuyau CE, & la faire monter par le Tuyau AB, en paſſant par le Tuyau de communication AC. Que ſi l'on met du vin dans le Tuyau AB à une certaine hauteur, & qu'on rempliſſe d'eau l'autre Tuyau CE, en lâchant tout doucement le Robinet FG, l'eau du Tuyau CE pouſſera le vin, & le fera monter tout pur dans le Tuyau AB, parce que le vin eſt d'une gravité ſpecifique plus petite que l'eau.

THEOREME III.

Si deux Tuyaux d'inégale groſſeur ont enſemble communication par un troiſiéme Tuyau parallele à l'Horizon, la liqueur qu'on verſera dans l'un de ces deux Tuyaux, ſe placera de niveau en montant dans l'autre Tuyau.

CHacun des deux Tuyaux peut être perpendiculaire à l'Horizon, ou bien l'un peut être perpendiculaire & l'autre incliné à l'Horizon, ou bien encore chacun peut être incliné à l'Horizon. Dans tous ces cas, je dis que ſi l'on verſe quelque liqueur dans l'un de ces deux Tuyaux, à telle quantité qu'on voudra, cette liqueur ſe placera de niveau, c'eſt à dire à la même hauteur dans chacun.

Démonſtration du premier cas.

Planche 24. 125. Fig. Premierement ſi les deux Tuyaux AB, CD, ſont perpendiculaires à l'Horizon, ſi l'on retranche du plus gros AB, la partie EF d'une groſſeur égale à celle du plus menu CD, on connoîtra aiſément que la liqueur du Tuyau CD doit demeurer en Equilibre & à la même hauteur avec la liqueur du Tuyau EF, que l'on conçoit ſeparé du Tuyau AB, parce que ces deux Tuyaux CD, EF, étant égaux, la liqueur a autant de force pour monter dans l'un que dans l'autre : Or quoique la liqueur du Tuyau EF ne ſoit pas dans un Canal ſeparé de tout le Canal AB, neanmoins ſon effet ne peut être aidé, ni empêché, par le reſte de la liqueur du Tuyau AB, parce qu'elle n'a aucune liaiſon avec ce reſte, toutes les parties d'une liqueur étant détachées les unes des autres, ce qui fait que l'une ne peut pas retenir l'autre, & que

l'effet de la liqueur du Tuyau EF, & du reſte de AB, & par conſequent des deux enſemble, c'eſt à dire de tout le Cylindre AB, eſt le même. C'eſt pourquoy puiſque la liqueur de EF eſt en Equilibre & au niveau avec celle de CD, toute la liqueur de AB, quoy qu'elle ſoit en plus grande quantité, doit demeurer en Equilibre & à même hauteur avec celle de CD. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 24. 125. Fig.

Démonſtration du ſecond cas.

Que ſi le Tuyau AB eſt incliné à l'Horizon, & l'autre Tuyau CD perpendiculaire à l'Horizon, l'on imaginera ſur la Baſe du Tuyau AB, le Tuyau AE perpendiculaire à l'Horizon, & de même hauteur que le Tuyau AB, auquel par conſequent il ſera égal, & également peſant étant rempli de la même liqueur, ce qui fera que la liqueur qui eſt en A, ſera également preſſée par celle qui eſt contenuë dans le Canal incliné AB, & par celle du perpendiculaire AE, dont l'effet ſera par conſequent le même que dans le Canal incliné AB, c'eſt à dire que la liqueur contenuë dans le Priſme incliné AB, doit demeurer comme dans le perpendiculaire AE, en Equilibre & au niveau avec celle du Canal perpendiculaire CD. *Ce qu'il falloit démontrer.* 126. Fig.

Démonſtration du troiſiéme cas.

Enfin ſi les deux Tuyaux AB, CD, ſont inclinez à l'Horizon, l'on imaginera pareillement ſur la Baſe du Tuyau CD, le Tuyau perpendiculaire CF de même hauteur, aprés quoy l'on connoîtra par le cas precedent, que l'effet du Tuyau AB eſt le même que celuy du Tuyau AE, & que pareillement l'effet du Tuyau CD eſt le même que celuy du Tuyau CF: & 127. Fig.

Planche 24. 127. Fig. comme par le premier cas l'effet des deux Tuyaux perpendiculaires AE, CF, eſt le même, il eſt aiſé de conclure, qu'il doit auſſi être le même dans les deux inclinez AB, CD, c'eſt à dire que la liqueur que l'on verſera dans l'un, ſe doit placer de niveau dans l'autre. *Ce qui reſtoit à démontrer.*

SCOLIE.

On void par cette Propoſition, la raiſon de ce que l'experience montre tous les jours, ſçavoir que l'eau monte auſſi haut que ſa ſource, lorſqu'elle eſt renfermée dans un Canal qui la retient, autrement la reſiſtance de l'air, les Vents, & la peſanteur de l'eau l'empêcheront de monter auſſi haut que ſa ſource, comme il arrive dans les Jets de Fontaines.

LEMME.

Si deux Cylindres égaux en groſſeur & en peſanteur ſont de differente matiere, leurs longueurs ſeront entre elles reciproquement comme les peſanteurs ſpecifiques de leurs matieres.

Planche 23. 121. Fig. JE dis que ſi les deux Cylindres AB, CD, ſont d'une égale groſſeur & peſanteur, mais de matiere differente, la gravité ſpecifique de la matiere du Cylindre AB, eſt à celle du Cylindre CD, reciproquement comme la longueur CD, eſt à la longueur AB: de ſorte que ſi la longueur AB eſt par exemple double de la longueur CD, la gravité ſpecifique de la matiere du Cylindre CD ſera double de la gravité ſpecifique de la matiere du Cylindre AB; parce que ſi ces deux Cylindres AB, CD, étoient d'une même matiere, le Cylindre AB étant ſuppoſé double du Cylindre CD, peſeroit le double: & comme

l'on ſuppoſe qu'il peſe autant, il faut que ſa matiere ſoit d'une gravité ſpecifique moindre à proportion que celle de la matiere du Cylindre CD,&c.

THEOREME IV.

Deux liqueurs differentes étant verſées dans deux Tuyaux qui ont communication entre eux par un troiſiéme Tuyau parallele à l'Horizon, leurs hauteurs ſeront reciproquement proportionnelles à leurs gravitez ſpecifiques, lorſque leurs peſanteurs relatives ſeront égales.

JE dis que ſi dans le Tuyau AB, que je ſuppoſe plus gros que le Tuyau CD, il y a par exemple de l'eau juſqu'à la hauteur AB, & dans le Tuyau CD du vif-argent juſqu'à la hauteur CG, en ſorte que ces deux liqueurs ſoient en Equilibre; la hauteur AB de l'eau, eſt à la hauteur CG du vif-argent, reciproquement comme la gravité ſpecifique du vif-argent, eſt à la peſanteur ſpecifique de l'eau. Planche 24. 125. Fig.

Demonstration.

Si l'on imagine, comme dans la *Prop.* 3. au dedans du plus gros Tuyau AB, le Tuyau EF égal en groſſeur au plus petit CD, on connoîtra que la liqueur qui eſt contenuë dans le Tuyau AB, a le même effet à l'égard du Tuyau CD, que ſi elle n'étoit que dans le Tuyau EF partie de AB; & ce Tuyau ou Cylindre EF ſera égal en peſanteur au Cylindre CG, parce que l'on ſuppoſe que les deux liqueurs qu'ils contiennent ſont en Equilibre, ce qui fait voir par le Lemme precedent, que la hauteur du Cylindre EF, qui eſt la même que celle de AB, eſt à la hauteur du Cylindre CG, comme la gravité ſpecifique

Planche 24. 125. Fig. du vif-argent contenu dans le Cylindre CG, eſt à la peſanteur ſpecifique de l'eau contenuë dans le Cylindre EF, que l'on ſuppoſe la même que celle qui eſt contenuë dans le Cylindre AB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

124. Fig. Ce que nous avons dit dans cette Propoſition & dans la precedente, ſe doit auſſi entendre du *Syphon*, qui eſt un Canal recourbé, dont les deux Tuyaux ſont appellez *Branches*, étant évident qu'un Tuyau recourbé eſt la même choſe que deux Tuyaux qui ont communication entre eux par un troiſiéme Tuyau, lequel dans un Syphon eſt infiniment petit, comme G, par où les deux Branches GF, GH, ſe communiquent.

THEOREME V.

Si un Cylindre de quelque liqueur peſante eſt incliné à l'Horizon, la peſanteur relative de cette liqueur dans ſon Tuyau, eſt à la force avec laquelle elle tend à ſortir par l'ouverture d'en bas du Tuyau, comme la longueur du même Tuyau eſt à ſa hauteur.

Planche 25. 128. Fig. JE dis que ſi le Tuyau ou Cylindre AB incliné à l'Horizon AD, eſt rempli d'une liqueur peſante, par exemple d'eau, la peſanteur relative de cette eau dans le Tuyau AB, eſt à la force avec laquelle elle tend à ſortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur AB, eſt à la hauteur BC.

DEMONSTRATION.

Si l'on conſidere l'eau contenuë dans le Tuyau

AB, comme un Poids qui tend à rouler sur un Plan incliné, l'on connoîtra *par Prop. 1. Chap. 2. Liv. 2.* que la pesanteur relative de ce Poids est à la force qu'il a de décendre sur ce Plan, comme la longueur du même Plan est à sa hauteur; d'où il est aisé de conclure, que la Pesanteur relative de l'eau dans le Tuyau AB, est à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur AB du Tuyau, à sa hauteur BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Planche 25. 128. Fig.

Scolie.

Quoique le Tuyau AB ne fût rempli d'eau qu'en partie, comme jusques à E, neanmoins pourvû qu'il soit par tout d'une égale grosseur, il sera toûjours vray de dire, que la Pesanteur relative de l'eau dans son Tuyau AE, sera à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur du Tuyau AB, est à sa hauteur BC, parce que la longueur AB est à la hauteur BC, comme la longueur AE du Cylindre d'eau est à sa hauteur EF, à cause des Triangles semblables ABC, AEF, &c.

129. Fig.

Theoreme VI.

Si un Tuyau perpendiculaire à l'Horizon, & plus gros par un bout que par l'autre, est rempli de liqueur pesante, cette liqueur aura la même force pour sortir par l'ouverture d'en bas, que si cette ouverture étoit égale à celle d'en haut.

Il est évident que l'eau par exemple, contenuë dans le Tuyau ou Vaisseau ABCD perpendiculaire à l'Horizon, & plus gros premierement par en haut que par en bas, n'a ni plus ni moins de force à

130. Fig.

Planche 25. 130. Fig. décendre par l'ouverture d'en bas AB, que ſi cette ouverture AB étoit égale à l'autre ouverture CD, comme l'on connoîtra en imaginant ſur la Baſe AB, le Cylindre ABEF de même hauteur, & perpendiculaire à l'Horizon, car alors il ſera aiſé de juger, que comme l'eau peſe perpendiculairement, il n'y a que celle qui eſt contenuë dans le Cylindre ABEF, qui peſe ſur le fonds AB, & que celle qui eſt contenuë dans le reſte de côté & d'autre, ne peſe point ſur ce fonds AB, mais ſeulement ſur la Surface interieure du Tuyau ABCD. Donc &c.

131. Fig. Que ſi le Vaiſſeau ABCD eſt plus large par en bas que par en haut, c'eſt à dire ſi l'ouverture AB eſt plus grande que l'ouverture CD, en concevant pareillement ſur la Baſe AB le Cylindre ABEF de même hauteur, & perpendiculaire à l'Horizon, l'on connoîtra aiſément que les parties qui ſont dans le haut du Vaiſſeau ABCD, ne preſſent pas ſeulement celles qui leur répondent perpendiculairement en deſſous, mais encore les autres qui ſont à côté par leur perpetuel mouvement, ce qui fait que les parties A & B, ſont autant preſſées que la partie G, & que tout le fonds AB eſt autant preſſé que ſi les côtez du Tuyau ABCD, étoient les côtez AF, BE, du Cylindre ABEF. Donc, &c.

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de cette Propoſition, que quelque forme qu'ayent pluſieurs Vaiſſeaux de même hauteur, & perpendiculaires à l'Horizon, ſi on les remplit d'une même liqueur, leurs fonds ſeront également chargez, lorſqu'ils ſeront égaux les uns aux autres dans tous ces Vaiſſeaux.

THEOREME. VII.

Un Corps dont la peſanteur eſt égale à celle du Volume de la liqueur dont il occupe la place, demeure en Equilibre dans un Vaiſſeau plein de cette liqueur.

JE dis que ſi la peſanteur du Corps A, qui eſt plongé dans la liqueur du Vaiſſeau BC, eſt égale à celle du Volume de la même liqueur, par exemple de l'eau, dont il occupe la place, quelque ſituation que l'on donne à ce Corps A, & en quelque lieu qu'on le poſe dans le Vaiſſeau BC, il demeurera en Equilibre, c'eſt à dire en repos ſans monter ni décendre, parce que ce Corps A a autant de force que l'eau qui ſeroit en ſa place, puiſqu'on le ſuppoſe auſſi peſant que cette eau, & que la même eau qui ſeroit en ſa place demeureroit en repos, une liqueur n'en chaſſant pas une autre d'une égale gravité ſpecifique. Planche 25. 132. Fig.

Scolie.

On connoîtra de la même façon, que ſi le Corps A n'étoit enfoncé qu'en partie dans l'eau, en ſorte que le Volume d'eau que cette partie occuperoit, fût d'une peſanteur égale à celle de tout le Corps A, ce Corps A demeureroit en Equilibre, c'eſt à dire qu'il ne s'enfonceroit pas davantage, & qu'il ne feroit pas monter une plus grande quantité d'eau.

Corollaire I.

Par là on void la raiſon pourquoy l'on ne peut pas par le moyen d'un Plomb attaché à une longue corde, meſurer la profondeur de quelques Mers, parce

Planche 25. 132. Fig. que bien que le Plomb ſoit d'une gravité ſpecifique plus grande que l'eau, ſi la corde eſt d'une gravité ſpecifique moindre que l'eau, lorſque la profondeur de l'eau eſt bien grande, & le Plomb bien petit, il faudra faire enfoncer une ſi grande longueur de corde, qu'avec ſon Plomb elle pourra occuper un Volume d'eau égale en peſanteur à toute la corde avec ſon Plomb, & alors ce Plomb avec ſa corde ne s'enfoncera pas davantage, & ne pourra pas faire connoître la profondeur qu'on cherche.

COROLLAIRE II.

On void auſſi la raiſon pourquoy lorſqu'on puiſe de l'eau, on ne ſent point le Poids du Vaiſſeau qu'aprés qu'il eſt hors de l'eau, parce qu'auparavant il étoit ſoûtenu par l'eau dont il occupoit la place. Il ne faut pas croire pour cela que l'eau ne peſe point dans ſon Centre, comme un Poids appliqué dans le Baſſin d'une Balance ne laiſſe pas d'avoir une peſanteur, quoiqu'on ne la ſente pas, lorſqu'il eſt contrepeſé par un Poids égal appliqué dans l'autre Baſſin de la Balance.

COROLLAIRE III.

Il eſt aiſé de conclure de cette Propoſition, qu'un Corps plus peſant que le Volume de la liqueur dont il occupe la place, doit s'enfoncer entierement, & aller à fond. D'où il ſuit qu'une liqueur dont la gravité ſpecifique eſt plus grande que celle d'une autre liqueur, doit s'enfoncer étant verſée dans cette autre liqueur, & prendre le lieu le plus bas en faiſant monter cette autre liqueur plus legere.

Planche 25. 132. Fig.

Corollaire IV.

On conclud auſſi facilement qu'un Corps moins peſant que le Volume de la liqueur dont il occupe la place, ne doit pas s'y enfoncer entierement, & qu'ainſi une petite hauteur de la même liqueur eſt capable de le ſoûtenir. D'où il ſuit qu'une liqueur dont la gravité ſpecifique eſt moindre que celle d'une autre liqueur, doit demeurer en deſſus, ſans ſe mêler ſi on la verſe doucement, ſur tout lorſqu'elle ſera ſenſiblement plus legere que cette autre liqueur, comme l'Huile à l'égard de l'eau, ou l'eau à comparaiſon du Vif-argent, &c.

Ainſi il n'y a pas lieu de s'étonner de ce qu'il eſt arrivé quelquefois, qu'un Vaiſſeau ayant cinglé heureuſement en Haute-Mer, s'eſt perdu & coulé à fonds en arrivant à l'embouchure de quelque Riviere d'eau douce, parce que l'eau de la Mer eſt plus peſante que l'eau douce, ce qui fait que le Volume d'eau dont le Vaiſſeau occupe la place dans la Mer étant plus peſant que la charge de ce Vaiſſeau, & moins peſant dans l'eau douce, il a eu plus de force pour ſupporter le Vaiſſeau dans la Mer, & n'en a pas eu aſſez pour le ſupporter dans l'eau douce, c'eſt à dire dans la Riviere, étant certain que l'eau de la Mer eſt d'une gravité ſpecifique beaucoup plus grande que celle des Rivieres, des Puits, & des Fontaines.

Il n'y a pas auſſi lieu de s'étonner de ce qu'une piece de bois ayant nagé pendant long-temps ſur l'eau, à la fin coule à fonds, parce que ce bois peut être d'une peſanteur ſpecifique égale ou un peu plus grande que celle de l'eau, ſans neanmoins couler à fonds, à cauſe de pluſieurs pores qu'il peut avoir, leſquels étant remplis d'air, cet air avec le bois font

Planche 25. 132. Fig. un Tout, dont la peſanteur peut être moindre que celle du Volume d'eau que la piece de bois occupe, ce qui l'empêchera d'aller à fonds ; mais l'eau peu à peu s'inſinuant dans les pores, dont elle chaſſe l'air pour en prendre la place, étant mêlée avec le bois compoſe un Tout, dont la peſanteur peut ſurpaſſer celle du Volume d'eau qu'il occupe, ce qui le doit faire couler à fonds.

Il n'y a pas encore lieu de s'étonner de ce que les Oiſeaux volent en l'air, quoiqu'ils ſoient plus peſans que l'air : & que les Hommes nagent dans l'eau, bien que leur peſanteur ſpecifique ſoit plus grande que celle de l'eau ; parce que les Oiſeaux battent l'air avec leurs aîles, & les Hommes l'eau avec leurs bras & leurs jambes, ce qui les rend moins peſans, parce que leur mouvement ſe fait horizontalement, outre que le mouvement qu'ils donnent à la liqueur, fait que cette liqueur les preſſe plus par deſſous qu'elle n'eſt preſſée.

COROLLAIRE V.

Il s'enſuit auſſi qu'un même Corps peſant s'enfonce differemment dans des liqueurs, dont les peſanteurs ſpecifiques ſont differentes, étant certain qu'il s'enfoncera davantage dans une liqueur que dans une autre plus peſante. Ainſi l'on void qu'un Vaiſſeau chargé s'enfonce plus dans une Riviere que dans la Mer, parce que, comme nous avons déja remarqué, l'eau des Rivieres eſt moins peſante que celle de la Mer, ce qui eſt quelquefois la cauſe de la perte du Vaiſſeau.

COROLLAIRE VI.

Il s'enſuit encore qu'un Corps peſe moins dans l'eau

l'eau que dans l'air de la quantité de la pesanteur du Volume d'eau qu'il occupe. D'où il suit que si une Balance chargée de deux Métaux, dont les pesanteurs spécifiques soient inégales, demeure en Equilibre dans l'air, elle perdra son Equilibre dans l'eau, parce que les Métaux étant supposez differens, ils ne perdront pas également de leur pesanteur dans l'eau, étant certain que celuy dont la gravité spécifique sera plus grande, perdra moins de sa pesanteur dans l'eau que l'autre, parce qu'il occupe un plus petit Volume d'eau. Planche 25. 132. Fig.

Corollaire VII.

Enfin, il s'ensuit que bien que les Métaux soient plus pesans que l'eau, neanmoins une Boule creuse de fer doit nager sur l'eau, si le volume de cette Boule avec l'air qu'elle contient, est égal en pesanteur à un semblable volume d'eau, puisque toute sorte de Corps pesant surnage sans couler à fonds, lorsqu'il n'est pas plus pesant que le Volume d'eau dont il occupe la place. C'est ainsi que nous voyons flotter le cuivre dessus l'eau, quand il est creux, comme les Chaudrons, & couler à fonds, quand il est en billon.

Il arrive neanmoins qu'une aiguille commune de fer ou d'acier, qui n'est point mouillée, étant couchée tout doucement sur la Surface d'une eau dormante, surnage sans aller au fonds : mais cela vient de la secheresse de l'aiguille, à laquelle l'eau resiste. Comme la proprieté du Fer, quand il est libre & en Equilibre, est de se tourner vers le Pole, l'experience vous fera connoître qu'une aiguille d'acier étant couchée de son long sur la Surface d'une eau tranquille, comme nous avons dit, tournera l'une

de ſes deux extremitez vers le Midy, & l'autre vers le Septentrion, aprés avoir fait ſur l'eau pluſieurs contours.

THEOREME VIII.

Un Priſme dont la Peſanteur ſpecifique eſt moindre que celle de l'eau, étant poſé dans le fond d'un Vaſe, ſera en Equilibre, lorſqu'on y aura verſé une telle quantité d'eau, que la hauteur de l'eau ſera à celle du Priſme, reciproquement comme la gravité ſpecifique du Priſme eſt à celle de l'eau.

Planche 25. 133. Fig. JE dis que ſi le Priſme ABCD, dont la gravité ſpecifique ſoit moindre que celle de l'eau, eſt poſé dans le fond du Vaſe EFGH, ſera en Equilibre quand on y aura verſé de l'eau, à telle hauteur, que cette hauteur AI ſoit à la hauteur AD du Priſme : reciproquement comme la Peſanteur ſpecifique du même Priſme eſt à la gravité ſpecifique de l'eau.

DEMONSTRATION.

Car puiſque AI eſt à AD, comme la Peſanteur du Priſme ABCD, eſt à celle de l'eau, *par Supp.* ſi à la place des deux premiers termes AI, AD, l'on met les Priſmes ABKI, ABCD, qui ſont en même Raiſon, parce qu'ils ont des Baſes égales, on connoîtra que le Priſme ABKI, eſt au Priſme ABCD, comme la Peſanteur du Priſme ABCD, eſt à celle de l'eau, de ſorte que ſi le Priſme ABKI eſt la moitié du Priſme ABCD, auſſi la Peſanteur du Priſme ABCD ſera la moitié de celle de l'eau, & comme le Priſme ABIK ne peſe auſſi que la moitié du Priſme ABCD, parce que ce Priſme ABIK a été ſuppoſé égal à la moitié du Priſme ABCD, il s'enſuit que la Peſan-

teur du même Prisme ABIK est égale à celle de l'eau, & que *par Prop. 7.* le Prisme ABCD est en Equilibre. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 25. 133. Fig.

Corollaire.

Il suit évidemment de cette Proposition, que pour faire monter un Prisme d'une gravité specifique moindre que celle d'une liqueur, il faut verser de cette liqueur dans le Vase où le Prisme est renfermé, en telle quantité, que la hauteur de la liqueur soit à la hauteur du Prisme dans une Raison un peu plus grande que celle qui est entre la gravité specifique du Prisme & la Pesanteur specifique de la même liqueur.

CHAPITRE II.

Des Problêmes.

LA plûpart des Problêmes Hydrostatiques sont tres-agreables & tres-utiles dans l'usage de la vie humaine, nous mettrons seulement ici les plus necessaires, en laissant les curieux & les agreables, pour les ajoûter dans nos Recréations Mathematiques & Physiques.

PROBLEME I.

Trouver la Proportion qui est entre les Gravitez specifiques de plusieurs differentes liqueurs.

PRenez un long Canal de verre, comme AB, qui doit par son extremité A d'en haut être fermé *hermetiquement*, c'est à dire par sa propre matiere Planche 25. 134. Fig.

Planche 25. 184 Fig. fonduë par le moyen d'une Lampe ſemblable à celle dont ſe ſervent les Emailleurs, & avoir en ſon autre extremité B, la Bouteille C pleine d'air qui a communication avec celuy du Canal AB, de ſorte que la Figure ABC repreſente une Phiole, dont le Col eſt AB, qu'il faut diviſer en un certain nombre de parties égales ou degrez, qui ſerviront pour connoître de combien une liqueur eſt plus peſante qu'une autre: car ſi l'on plonge la Phiole AC dans la liqueur FG, que contient le Vaſe HIK, en la chargeant en A d'un petit poids, ou ce qui eſt le meilleur, en luy ajoûtant en deſſous une petite Bouteille D, où il y ait du Vif-argent, qui eſt la liqueur la plus peſante de toutes, comme l'air qui eſt contenu dans la Phiole AC, eſt la liqueur la plus legere de toutes; ou bien encore au lieu de Vif-argent, on peut acrocher en deſſous un petit poids, comme E, qui ſervira par ſa peſanteur pour faire décendre la Phiole perpendiculairement, & la fera enfoncer dans la liqueur plus ou moins, ſelon que cette liqueur ſera plus ou moins peſante, dont la proportion ſe connoîtra par le nombre des degrez ou parties égales du Canal AB, qui s'enfonceront dans la liqueur. Ce Problême ſe peut auſſi reſoudre par le moyen du ſuivant.

PROBLEME II.

Connoître la Raiſon qui eſt entre la Gravité ſpecifique d'une liqueur, & celle d'un ſolide plus peſant que cette liqueur.

POur trouver la Raiſon qui eſt entre la peſanteur ſpecifique d'un Métal & celle d'une liqueur, on peſera dans l'air avec des juſtes Balances une piece de ce Métal, dont la peſanteur ſera ſuppoſée

de dix livres : & ayant attaché la même piece de Métal à l'un des Baſſins de la Balance avec un filet de ſoye, ou du crin de cheval, on la peſera dans la liqueur propoſée, en ſorte qu'elle ſoit entierement couverte par cette liqueur, ſans que le Baſſin y touche, & ſi ſa peſanteur ſe trouve par exemple de neuf livres, qui eſt une livre moins que celle qui a été trouvée dans l'air, cette difference d'une livre fait connoître qu'un Volume de la liqueur propoſée, égal à celuy de la piece de Métal peſe une livre, & que par conſequent dans cet exemple, le Métal peſe dix fois plus que la liqueur propoſée.

C'eſt ainſi qu'on a trouvé que l'Or perd dans l'eau environ la dix-neuviéme partie de ſon poids, le Mercure ou Vif-argent la quinziéme, le Plomb la douziéme, l'Argent la dixiéme, le Cuivre la neuviéme, le Fer la huitiéme, & l'Etain la ſeptiéme, & un peu plus, étant certain que tout Corps peſe moins dans l'eau à proportion de l'eau dont il occupe la place, de ſorte que ſi cette eau peſe une livre, il peſera une livre moins qu'il ne faiſoit en l'air, tant parce que l'eau étant difficile à diviſer ſupporte davantage, que parce qu'étant miſe hors de ſa place, elle tâche de la reprendre, & preſſe à proportion de ſa peſanteur les autres parties de l'eau qui environnent le Corps propoſé.

C'eſt auſſi en cette façon que l'on a reconnu, qu'en prenant de l'eau & du Métal de pareille groſſeur, ſi l'Eau peſe 10 livres, l'Etain en peſe 75, le Fer preſque 81, le Cuivre 91, l'Argent 104, le Plomb 116 & demie, le Vif-argent ou Mercure 150, & l'Or 187 & demie. Cette proportion ſe connoîtra mieux par la Table ſuivante, que nous avons tirée de l'Hydroſtatique du P. de Chales.

COROLLAIRE.

On tire aiſément de ce Problême la maniere de connoître la Proportion qui eſt entre les Peſanteurs ſpecifiques des Liqueurs & des Métaux, & auſſi des Liqueurs entre elles, & encore des Métaux ou des Liqueurs de même eſpece, qui ont quelque difference; car ſi l'on connoît la Proportion d'une Liqueur avec quelques Métaux, on connoîtra la Proportion de ces Métaux: & pareillement ſi l'on ſçait la Proportion d'un Métal avec quelques Liqueurs, on ſçaura la Proportion de ces Liqueurs. Comme ſi l'on ſçait que la Peſanteur de l'eau douce eſt à celle de l'Or, comme 1 eſt à 19, & à celle du Plomb, comme 1 eſt à 11, on conclurra que la Gravité ſpecifique de l'Or eſt à celle du Plomb, comme 19 eſt à 11. Pareillement ſi l'on ſçait que la Peſanteur de l'Or eſt à celle de l'Eau douce, comme 19 eſt à 1, & à celle du Mercure comme 19 eſt à 14, on conclura que la Peſanteur ſpecifique de l'Eau douce eſt à celle du Vif-argent, comme 1 eſt à 14.

C'eſt ainſi que l'on a conſtruit la Table ſuivante, qui montre en nombres les Proportions des peſanteurs des Métaux, des Liqueurs, & de la Pierre ſous un même Volume. Ainſi l'on void qu'en ſuppoſant qu'un certain Volume d'Or peſe 100 livres, un pareil Volume de Mercure peſe 71 livres & demie, qu'un égal Volume de Saturne, ou de Plomb peſe 60 livres & demie, & ainſi des autres.

Matieres.	*Livres.*
Or pur	100
Mercure	$71\frac{1}{2}$
Plomb	$60\frac{1}{2}$
Argent	$54\frac{1}{2}$
Cuivre	$47\frac{1}{3}$
Leton	45
Fer commun	42
Etain commun	39
Etain pur	$38\frac{1}{2}$
Aimant	26
Marbre	21
Pierre	14
Chriſtal	$12\frac{1}{2}$
Eau	$5\frac{2}{3}$
Vin	$5\frac{1}{4}$
Cire	5
Huile	$4\frac{3}{4}$

C'eſt auſſi de la même façon que l'on a ſupputé cette autre Table qui ſuit, où l'on void la Peſanteur d'un Pied cube & d'un Pouce cube de pluſieurs Corps differens; où vous prendrez garde que la Livre vaut 2 Marcs ou 16 Onces: le Marc 8 Onces;

l'Once 8 Gros : le Gros 3 Deniers, ou 72 Grains : le Denier 2 Mailles, ou 24 Grains : & la Maille 12 Grains.

	Poids d'un Pied cube.		Poids d'un Pouce cube.		
Matieres.	*Livres.*	*Onces.*	*Onces.*	*Gros.*	*Grains.*
Or	1326.	4.	12.	2.	17.
Mercure	946.	10.	8.	6.	8.
Plomb	802.	2.	7.	3.	30.
Argent	720.	12.	6.	5.	28.
Cuivre	627.	12.	5.	6.	36.
Fer	558.	0.	5.	1.	24.
Etain	516.	2.	4.	6.	17.
Marbre blanc	188.	12.	1.	6.	0.
Pierre de taille	139.	8.	1.	2.	24.
Eau de Seine	69.	12.	0.	5.	12.
Vin	68.	6.	0.	5.	5.
Cire	66.	4.	0.	4.	65.
Huile	64.	0.	0.	4.	43.
Chesne sec	58.	4.	0.	4.	22.
Noyer	41.	12.	0.	3.	6.

Quand on a une fois connu la pesanteur d'un Pied cubique de quelque Corps, il est aisé de connoître celle d'un Pouce cubique du même Corps, sçavoir en divisant la pesanteur connuë du Pied cubique par 1728, parce qu'un pied cube a 1728 pouces cubes. Ainsi sçachant qu'un pied cube d'Or pur pese 1326 livres & 4 onces, en divisant cette pesanteur par 1728, le Quotient donnera 12 Onces, 2 Gros, & 17 Grains pour la pesanteur d'un pouce cubique d'Or ; & reciproquement si l'on sçait la pesanteur d'un pouce cube de quelque Corps, on aura celle d'un Pied cubique de la même matiere, en multipliant cette pesanteur connuë par 1728. Ainsi parce qu'un Pouce cube de Plomb pese 7 Onces, 3 Gros,

& 30 Grains, ſi l'on multiplie cette peſanteur par 1728, on aura 802 Livres, & 2 Onces pour la peſanteur d'un Pied cube de Plomb.

Cette Table peut ſervir pour connoître la peſanteur d'un Corps, dont on connoît la Solidité, & reciproquement pour connoître la Solidité d'un Corps, dont on connoît la peſanteur. Comme ſi l'on veut connoître la Peſanteur d'une pierre de taille, dont la Solidité eſt connuë; par exemple de 36 pieds cubes, on multipliera par ce nombre 36 la peſanteur d'un pied cube de pierre, qui dans la Table precedente ſe trouve de 139 Livres & 8 Onces, le produit de la Multiplication donnera 5040 Livres pour la peſanteur de la pierre propoſée, &c.

La Table precedente peut ſervir auſſi pour la conſtruction de la ſuivante, qui montre la peſanteur d'un Pied Cylindrique, & d'un Pouce Cylindrique de pluſieurs Corps differens: où vous remarquerez que pour un *Pied Cylindrique* nous entendons un Cylindre qui a un pied pour le Diametre de ſa Baſe, & autant pour ſa Hauteur: & pour un *Pouce Cylindrique*, un Cylindre qui a un Pouce pour le Diametre de ſa Baſe, & autant pour ſa Hauteur.

La Table ſuivante a été conſtruite par le moyen de la precedente, en multipliant la peſanteur de chaque Corps que l'on trouve dans la Table precedente, toûjours par 11, & en diviſant le produit toûjours par 14: mais ſi on la veut avoir plus juſte, il faudra faire la Multiplication toûjours par 785, & la Diviſion toûjours par 1000.

Elle peut ſervir comme la precedente, pour trouver la Solidité d'un Corps Cylindrique, dont on connoît la Solidité, ou ſeulement la hauteur & le Diametre de ſa Baſe, car ſi l'on multiplie le quarré de ce Diametre par la hauteur, & le produit par la

peſanteur marquée dans la Table, on aura celle du Cylindre propoſé, &c.

Matieres.	Poids d'un Pied Cylindriq		Poids d'un Pouce Cylindr.		
	Livres.	*Onces.*	*Onces*	*Gros.*	*Grains.*
Or pur	1042.	1.	7.	1.	65.
Mercure	743.	12.	5.	1.	23.
Plomb	630.	4.	4.	3.	1.
Argent	566.	9.	3.	7.	35.
Cuivre	499.	3.	3.	3.	29.
Fer	438.	7.	3.	0.	25.
Etain	405.	8.	2.	6.	38.
Marbre blanc	148.	5.	1.	3.	0.
Pierre de taille	109.	10.	1.	0.	8.
Eau de Seine	54.	13.	0.	3.	3.
Vin	53.	11.	0.	2.	70.
Cire	52.	1.	0.	2.	65.
Huile	50.	4.	0.	2.	51.
Chêne ſec	45.	7.	0.	3.	27.
Noyer	33.	3.	0.	2.	30.

PROBLEME III.

Trouver la charge que peut porter un Vaiſſeau ſur l'eau de la Mer, ou d'une Riviere.

IL eſt évident par ce qui a été dit dans le *Theor. 7.* qu'un Vaiſſeau peut porter autant peſant que l'eau qui luy eſt égale en groſſeur, ſi l'on en rabat la pe-

ſanteur des clous & des bandes de fer, dont il eſt compoſé, car ſans cela il pourroit naviger ſur l'eau, parce que le bois dont il eſt fait, eſt à peu prés de la même peſanteur que l'eau.

Pour donc reſoudre ce Problême, il faut ſçavoir la capacité, ou le Volume du Vaiſſeau, & auſſi la Peſanteur ſpecifique de l'eau. On prétend qu'un Pied cube d'eau de la Mer peſe environ 73 livres, c'eſt pourquoy ſi la capacité ou ſolidité du Vaiſſeau eſt par exemple de mille Pieds cubes, en multipliant mille par 73, on aura 73 mille livres pour la charge du Vaiſſeau, puiſqu'un Volume d'eau de mille Pieds cubes peſe 73 mille livres.

Scolie.

En termes de Marine la charge que peut avoir un Vaiſſeau, s'appelle *Portée*, ou *Port du Vaiſſeau*, qui ne s'exprime pas par livres, parce qu'on auroit de trop grands nombres à compter; mais par Tonneaux, un *Tonneau* étant la peſanteur de deux mille livres, ou de vingt Quintaux, parce qu'un Tonneau plein d'eau de la Mer peſe à peu prés autant. Ainſi quand on dit, que la Portée d'un Vaiſſeau eſt par exemple de cent Tonneaux, cela veut dire qu'il peut porter la charge de 200000 livres, ou de 2000 Quintaux, parce que le *Quintal* eſt de 100 livres.

PROBLEME IV.

Etant connuë la Peſanteur d'un Priſme, marquer juſtement de combien il ſe doit enfoncer dans l'eau.

SI le Priſme ABCD peſe par exemple 365 livres, on ſçaura de combien il ſe doit enfoncer dans Planche 25. 135. Fig.

Planche 25. 135. Fig. l'eau, en connoiſſant la gravité ſpecifique de cette eau; ſi c'eſt de l'eau de la Mer, dont un Pied cubique peſe 73 livres, on diviſera par ce nombre 73 la peſanteur 365 du Priſme ABCD, & le Quotient 5 fera connoître que cinq Pieds cubes de la même eau peſent auſſi 365 livres. D'où il eſt aiſé de conclure que le Priſme ABCD ſe doit enfoncer dans l'eau, juſqu'à ce qu'il y occupe la place de cinq Pieds cubes: & ainſi pour ſçavoir de combien il ſe doit enfoncer, il en faut retrancher par en bas un Priſme de cinq Pieds cubiques, & de même Baſe qui eſt connuë, parce que celle du Priſme ABCD eſt connuë, comme de 120 Pouces quarrez, par leſquels diviſant cinq Pieds cubes, ou 8640 Pouces cubes, on aura 72 Pouces courans, ou 6 Pieds pour la hauteur AE, à laquelle le Priſme propoſé ABCD s'enfoncera dans l'eau, parce que le Priſme ABCFE, qui ſe cache dans l'eau, eſt preciſément de cinq Pieds cubes.

SCOLIE.

136. Fig. C'eſt par cette maniere que connoiſſant la charge & le Volume d'un Vaiſſeau, comme du Vaiſſeau AB, on pourra connoître quel doit être ſon enfoncement, & par ſon enfoncement connoître ſa charge: mais outre le Volume du Vaiſſeau, il faut ſçavoir la ſolidité de chacune de ſes parties. Si par exemple la ſolidité depuis le fond juſqu'à une certaine hauteur eſt de 450 Pieds cubes, & que la charge du Vaiſſeau ſoit de 32850 livres, qui eſt la peſanteur de 450 pieds cubes d'eau de la Mer, à raiſon de 73 livres pour la peſanteur d'un pied cube, on connoîtra qu'il doit s'enfoncer dans la Mer juſqu'à cette hauteur ou un peu plus, à cauſe du poids du Vaiſſeau: & reciproquement s'il s'enfonce dans la

Mer juſqu'à cette hauteur, ou un peu davantage, ſa charge ſe connoîtra par la ſolidité de la partie qui s'enfonce dans l'eau, laquelle ayant été ſuppoſée de 450 pieds cubes, qui occupent un Volume d'eau peſant 32850 livres, ces 32850 livres ſeront par conſequent la charge du Vaiſſeau. Planche 25. 136. Fig.

PROBLEME V.

Connoître par l'Hydroſtatique ſi une piece douteuſe d'or ou d'argent eſt bonne ou fauſſe.

SI vous doutez de la bonté d'une piece d'or, quoiqu'elle ſoit du Poids qui luy convient, ayez une autre piece de bon or, qui peſe autant, en ſorte que chacune demeure en Equilibre dans l'air, étant poſée dans les Baſſins d'une juſte Balance. Aprés cela peſez dans l'eau ces deux pieces d'or, en les attachant aux Baſſins de la Balance avec du fil, ou du crin de cheval, afin qu'elles ſe puiſſent enfoncer dans l'eau ſans que les Baſſins ſoient moüillez: & alors ſi ces deux pieces d'or ſont égales en bonté, elles demeureront en Equilibre auſſi-bien dans l'eau que dans l'air, autrement celle qui peſera le moins dans l'eau, ſera fauſſe, c'eſt à dire mêlée avec quelque autre Métal, plus ou moins, ſelon qu'elle ſera plus ou moins legere dans l'eau, parce que les Métaux differens perdent differemment de leur peſanteur dans l'eau, celuy en perdant davantage qui eſt d'une Peſanteur ſpecifique moindre, parce qu'il eſt ſoûtenu par un plus grand Volume d'eau, puiſque pour peſer autant qu'un Métal d'une gravité ſpecifique plus grande, il doit avoir un plus grand Volume, qui occupera plus de place dans l'eau.

SCOLIE.

Vitru. l. 9. Chap. 3.

Lorſque la piece propoſée d'Or ou d'Argent ſera d'une groſſeur conſiderable, telle qu'étoit la Couronne d'or, que Hieron Roy de Syracuſe propoſa à Archimede, pour connoître ſi l'Orfévre y avoit employé les 18 livres d'or pur qu'il luy avoit donné pour faire cette Couronne, ſoupçonnant que l'Orfévre y avoit mêlé beaucoup d'argent; il ne ſera pas neceſſaire de peſer dans l'eau les deux pieces d'or, mais il ſuffira de les plonger l'une aprés l'autre dans un Vaſe rempli en partie d'eau, étant certain que celle qui chaſſera plus d'eau que l'autre ſera neceſſairement fauſſe, parce que bien qu'également peſante, elle ſera d'un plus grand Volume, & par conſequent mêlée avec un Métal d'une gravité ſpecifique moindre.

L'Hiſtoire rapporte que cette penſée vint à Archimede, quand il étoit dans le Bain, parce qu'ayant remarqué que ſon corps faiſoit ſortir autant d'eau qu'il occupoit de place, il jugea par là qu'il pourroit aiſément connoître ſi dans la Couronne il y avoit de l'Argent mêlé. Pour cette fin, il fit faire deux Maſſes égales en peſanteur à celle de la Couronne, l'une d'or, & l'autre d'argent, & il plongea dans l'eau chacune de ces deux Maſſes, & auſſi la Couronne, & ayant vû que l'argent avoit plus chaſſé d'eau que l'or & que la Couronne, & la Couronne plus que l'or, il conclut de là que la Couronne n'étoit pas de pur or, & qu'il y avoit de l'argent mêlé, puiſqu'elle occupoit un plus grand eſpace dans l'eau.

Pour connoître dans cet exemple la quantité de l'argent que l'Orfévre avoit mêlé dans la Couronne d'or, dont la peſanteur a été ſuppoſée de 18 livres, on meſurera exactement la diverſe quantité d'eau

qui correſpondra à la groſſeur de la Couronne & des deux Maſſes d'or & d'argent tout pur, que je ſuppoſe égales en peſanteur à la Couronne, & par conſequent inégales en grandeur, aprés quoy l'on pourra conclure, que ſi la Couronne occupe plus de place dans l'eau que la Maſſe d'eau, ce ne ſera qu'à proportion de l'argent qui y ſera mêlé, dont la quantité ſe pourra connoître par la Regle d'Alliage en cette ſorte.

Suppoſons que la Maſſe d'or ait chaſſé une livre d'eau, celle d'argent une livre & demie, & celle de la Couronne une livre & un tiers, & dans cette ſuppoſition il s'agit d'allier l'or qui chaſſe une livre avec l'argent qui chaſſe une livre & demie, en ſorte que le tout enſemble chaſſe une livre & un tiers. Pour cette fin diſpoſez les trois nombres connus 1, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, comme vous voyez ici, en ſorte que le nombre $1\frac{1}{3}$ qui répond à ce que l'on cherche, ſoit entre les deux autres. Aprés cela

1	$\frac{1}{6}$	mettez la difference $\frac{1}{3}$ des deux
$1\frac{1}{3}$		premiers vis-à-vis du troiſiéme
$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$, & la difference $\frac{1}{6}$ des deux
		derniers vis à vis du premier 1. En-
	$\frac{1}{2}$	fin ajoûtez enſemble ces deux diffe-

rences $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, & diviſez par leur ſomme $\frac{1}{2}$, le nombre $\frac{1}{6}$ qui répond à l'or, & vous aurez $\frac{1}{3}$ pour la quantité de l'or qu'il y avoit dans la Couronne. Diviſez auſſi par la même ſomme $\frac{1}{2}$, le nombre $\frac{1}{3}$ qui répond à l'argent, & vous au-

rez $\frac{2}{3}$ pour la quantité d'argent qu'il y avoit dans la Couronne, dont la pesanteur étant de 18 livres, on connoîtra que dans cette supposition il y avoit dans la Couronne six livres d'or, & douze livres d'argent.

Si vous voulez resoudre ce Problême par l'Algebre, considerez que puisque nous avons supposé que l'or chassoit une livre d'eau, l'argent une livre & demie, & la Couronne une livre & un tiers, c'est la même chose que si une certaine mesure d'or valoit une livre, & une semblable mesure d'argent une livre & demie, & qu'on voulût allier ensemble ces deux Métaux, en sorte que la même mesure de ce mélange valût une livre & un tiers. Ainsi il s'agit de trouver la quantité de l'or & de l'argent qu'il faut mêler ensemble, afin que la mesure de leur mélange vaille une livre & un tiers.

Pour cette fin, mettez x pour le nombre des mesures à une livre la mesure, & y pour le nombre des mesures à une livre & demie la mesure, & alors les mesures à une livre la mesure vaudront $1x$, & les mesures à une livre & demie la mesure, vaudront $\frac{3}{2}y$, & le tout ensemble vaudra $1x+\frac{3}{2}y$: & comme les deux nombres de mesures ensemble, ou $x+y$ doivent valoir une livre & un tiers, le mélange vaudra aussi $\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}y$. Ainsi l'on aura cette Equation, $1x+\frac{3}{2}y \backsim \frac{4}{3}x+\frac{4}{3}y$, laquelle étant multipliée par 6, pour éviter les Fractions, on aura cette autre Equation, $6x+9y \backsim 8x+8y$, de laquelle ôtant $6x$ & $8y$, on aura celle-cy, $y \backsim 2x$, qui fait connoître qu'à la place de y, on peut mettre

$2x$;

$2x$; & parce que nous avons ſuppoſé que la Couronne qui vaut $x+y$, peſe 18 livres, on aura cette Equation $x+y \sim 18$, & ſi à la place de y, on met ſa valeur trouvée $2x$, on aura cette autre Equation, $3x \sim 18$, & par conſequent $x \sim 6$, & $y \sim 12$, ce qui fait connoître que dans la Couronne il y avoit 6 livres d'or, & 12 livres d'argent, comme auparavant.

Si vous ne voulez pas recourir à l'Algebre, ni à la Regle d'Alliage, ſervez-vous de la Regle de Proportion, & conſiderez que puiſque la Maſſe d'argent qui peſe 18 livres, chaſſe une demie livre d'eau plus que l'or, & la Couronne qui peſe auſſi 18 livres chaſſe ſeulement un tiers de livre d'eau plus que l'or, à raiſon de l'argent qui y eſt mêlé, il faut dire, ſi une demie livre d'excés répond à 18 livres d'argent, à quoy répondra un tiers de livre d'excés? & par la Regle de trois directe, vous trouverez 12 livres d'argent mêlé dans la Couronne.

Au lieu de deux Maſſes de même peſanteur & de differente grandeur avec la Couronne, l'on peut prendre deux Maſſes de même grandeur & de diverſe peſanteur avec la même Couronne, & alors il eſt évident que ſi dans la Couronne il y a de l'argent mêlé, elle peſera moins que la Maſſe d'or à proportion de cet argent mêlé, que l'on trouvera en cette ſorte.

Comme nous avons ſuppoſé que la Couronne peſoit 18 livres, elle peſera plus que la Maſſe d'argent à raiſon de l'or qu'elle contient, & moins que la Maſſe d'or, à raiſon de l'argent qu'elle comprend: c'eſt pourquoy ſi la Maſſe d'or égale en grandeur à la Couronne peſe par exemple 24 livres: & celle d'argent ſeulement 16 livres, on dira ſi la difference 8 entre les peſanteurs des deux Maſ-

ſes d'or & d'argent, il répond à 16 livres d'argent, à combien de livres d'argent répondra la difference 6 entre les peſanteurs de la Maſſe d'or & de la Couronne? & par la Regle de trois directe, on trouvera 12 livres d'argent mêlé dans la Couronne, &c.

CHAPITRE III.

Des Machines Hydrauliques.

NOus n'aurions jamais fait, ſi nous voulions expliquer ici toutes les Machines qui ont été inventées pour la conduite & pour l'élevation des Eaux : c'eſt pourquoy nous parlerons ſeulement de celles qui ſont les plus utiles, & qui conviennent le mieux à nôtre ſujet.

Des Pompes.

LA *Pompe* eſt une Machine faite comme une Seringue, dont on ſe ſert pour puiſer l'eau qui eſt dans un lieu creux & bas, & l'élever par le moyen d'une piece de bois bien ronde, entourée d'étoupes, qu'on appelle *Piſton*, qui va & vient dans un long Tuyau, qu'on nomme *Corps de Pompe*, & *Barillet*.

Planche 26. 137. Fig. Soit AB le Corps de Pompe, & CD le Piſton attaché à la Verge CE, qui ſert pour mouvoir ce Piſton CD dans le Barillet AB, qui doit être par tout bien fermé, excepté à l'extremité d'en bas qui eſt dans l'eau, où il doit avoir une petite ouverture par où l'eau entre dans le Barillet, lorſqu'on tire en haut ce Piſton CD. Cette ouverture doit être cou-

verte d'une *Soupape* F, qui ſont deux pieces de cuir plates jointes enſemble, dont l'une contient l'ouverture, & l'autre la ferme, & tant plus l'une joint avec l'autre, tant plus la Soupape eſt parfaite. Planche 26. 137. Fig.

Les Soupapes ne ſe font pas toutes d'une même façon, ce qui leur donne des noms differens: car quand une Soupape eſt plate comme un ais, on la nomme *Clapet*: & l'on appelle *Axe* celle qui eſt ronde, & qui ſe termine en pointe comme un Cone. Celles dont on ſe ſert le plus à preſent, ſont rondes & convexes, qu'on appelle *Soupapes à queuë*, quand elles ont une queuë qui ſort perpendiculairement du milieu de ſa convexité, cette queuë ſervant par ſa peſanteur à tenir la convexité en état de boucher le trou rond par où l'eau paſſe en pouſſant la Soupape, quand on leve le Piſton.

On ſe ſert tres-utilement de ces Soupapes pour arrêter l'eau dans une Pompe, en fermant le paſſage à l'eau, quand une fois elle a été tirée par le moyen du Piſton CD, qui doit couler librement dans le Barillet AB, & en remplir exactement la capacité, afin que l'air ne puiſſe point paſſer entre deux, lors qu'on tire le Piſton CD, car ainſi l'air ne pouvant pas ſucceder à ſa place, la Soupape F ſe levera & donnera paſſage à l'eau par le trou qu'elle bouchoit auparavant: & tout au contraire quand on baiſſe le Piſton CD, en preſſant l'eau qui a été tirée, la Soupape F ſe baiſſe, & l'eau ne trouvant plus de paſſage par là, eſt contrainte de paſſer & de ſortir par le Tuyau GHI, qui communique avec le Corps de Pompe.

Une ſemblable Pompe eſt appellée *Foulante*, parce qu'elle fait ſortir l'eau en la preſſant, & l'on peut par ſon moyen élever l'eau auſſi haut que l'on voudra, ſi l'on applique à la Verge CE une Puiſſance auſſi grande qu'eſt la reſiſtance de l'eau qui eſt dans 138. Fig.

Planche 26. 138. Fig. le Canal HI, & ſi l'on ajoûte en I une Soupape qui s'ouvrira & donnera paſſage à l'eau, quand elle montera par le Canal HI, pour entrer dans le Canal IK, où étant montée elle y demeurera, parce que ſa peſanteur fera baiſſer la Soupape I, qui s'ouvrira de nouveau, & donnera paſſage à une ſeconde eau, qui montera par le même Canal HI, quand on baiſſera le Piſton CD. Ainſi en continuant de hauſſer & de baiſſer ce Piſton, l'eau continuëra à monter dans le Canal IK, juſqu'à ce qu'elle ſorte par ſon extremité K.

139. Fig. On appelle *Pompe aſpirante*, celle qui tire l'eau quand on hauſſe le Piſton, qu'il faut percer de part en part depuis D juſqu'à F, où il y doit avoir une Soupape, afin que quand l'eau ſera montée en hauſſant le Piſton CD, elle remonte par deſſus ce Piſton, en paſſant par l'ouverture D, quand on baiſſera le Piſton, car ainſi il preſſera l'eau de deſſous, qui levera la Soupape F, qui ſe fermera auſſi-tôt qu'on hauſſera le Piſton, parce que l'eau peſera ſur cette Soupape, qui s'ouvrira de nouveau quand on baiſſera le Piſton, ce qui fera entrer une ſeconde eau dans le Corps de Pompe, lequel enfin ſe remplira juſqu'à l'extremité A, par où l'eau ſortira.

Afin que la Soupape F ſoit libre, il faut que la Verge EC du Piſton tienne en C ce Piſton par une piece de fer recourbée ICH attachée fermement au Piſton. Le Tuyau EG qui entre dans l'eau, peut être ſi long que l'on voudra, mais ſa longueur doit être moindre que de 33 pieds, autrement l'eau ne pourroit pas monter, parce que toute la peſanteur de l'air, qui comme l'on croit, fait monter l'eau, ne la peut pas élever à une plus grande hauteur, ce que Galilée a experimenté le premier.

Enfin on appelle *Pompe expulſive*, celle par le

moyen de laquelle on fait monter l'eau en la pouſſant de bas en haut; Soit le Corps de Pompe AB diviſé en deux parties AK, BI, dont BI doit être dans l'eau, avec le Piſton CD, qui ſe meut dans cette partie BI de haut en bas, & de bas en haut, par le moyen de la Verge FG attachée fermement au point F, autour duquel on fait mouvoir cette Verge avec le Piſton CD, & ſa Verge EC, par le moyen de la Verge GH. Planche 26. 140. Fig.

La Verge EC du Piſton CD doit être un Canal continué dans le Piſton CD juſqu'à D, où il doit avoir une Soupape, & il y en doit avoir auſſi une en O: car ainſi en pouſſant en bas la Verge GH, pour faire décendre le Piſton CD, ce Piſton en preſſant l'eau, la fera entrer de force dans le Canal EC, ce qui fera ouvrir la Soupape D, & l'eau paſſera en deſſus: aprés quoy la peſanteur de cette eau fera baiſſer la Soupape, qui fermera le paſſage à l'eau, & l'empêchera de ſortir par où elle étoit venuë; ce qui fera que quand on hauſſera le Piſton CD, il preſſera l'eau qui ſera en deſſus, & la fera monter en ouvrant la Soupape O, & entrer dans la partie AK, & cette eau par ſa peſanteur fera baiſſer la Soupape O, & demeurera ainſi dans la partie AK, laquelle en cette ſorte ſe remplira petit à petit d'eau, qui à la fin ſortira par l'extremité A d'en haut.

On peut par le moyen de cette Pompe élever l'eau auſſi haut que l'on veut, mais elle a cela d'incommode, que comme la Verge FG eſt dans l'eau, s'il luy arrive quelque accident, il eſt difficile d'y remedier, outre que la Verge FG ſe mouvant circulairement autour du point F, le Piſton CD ne ſe peut pas hauſſer ni baiſſer perpendiculairement. C'eſt pourquoy j'aimerois mieux me ſervir de cette autre ſorte de Pompe expulſive, qui n'a que cela d'in-

commode, que la Verge du Piſton doit être un peu grande.

141. Fig. Que le Corps de Pompe AB ſoit enfoncé dans l'eau par exemple juſqu'à GH, & que le Piſton CD ſoit percé de part en part depuis D juſqu'à F, où il y ait une Soupape qui s'ouvrira lorſqu'on baiſſera le Piſton CD, aprés qu'on l'aura élevé, pour faire entrer l'eau par la Soupape F, qui s'ouvrira en élevant le Piſton, & ſe fermera en le baiſſant, ce qui fera ouvrir la Soupape F, qui donnera paſſage à l'eau, & ſe fermera lorſqu'on hauſſera de nouveau le Piſton CD, & la Soupape E s'ouvrira en même temps, & donnera paſſage à l'eau, que l'on fera monter enſuite par la Soupape F, en baiſſant le Piſton comme auparavant : & en continuant ainſi à hauſſer & baiſſer le Piſton CD, le Barillet ſe trouvera rempli d'eau, laquelle enfin ſortira par ſon extremité A d'en haut.

Planche 27. 142. Fig. Le Chevalier Morland nous a donné depuis quelques années un nouveau Corps de Pompe, dont il fait grand état; Je l'expliqueray ici dans les mêmes termes, & dans la même Figure qu'il nous l'a donnée. NOR repreſente en Profil un Corps de Pompe.

» P la Soupape qui eſt au fonds du Corps de Pompe.

» LN le Piſton qui doit être un Cylindre de cuivre » tres-exactement tourné au Tour, & qui monte & » décende au milieu du Cylindre de l'eau contenuë » dans le Corps de Pompe, ne ſe frotant contre autre » choſe qu'à un petit Cercle de cuir bien preparé, qui » eſt poſé dans un petit creux, à la tête du Corps de » Pompe en dedans, vis-à-vis ON, qui fait gliſſer le » Piſton ſi commodément en montant & en décen- » dant, ſans perte d'eau, ni ſans aucun frottement » ſenſible, & à l'invention duquel j'ay employé plus » de douze années d'étude, & dépenſé beaucoup

d'argent ; & ſans cette nouvelle invention, il m'auroit été entierement impoſſible de reduire l'Elevation des eaux à la Meſure, au Poids, & à la Balance. ADL eſt la Verge du Piſton qui ſert pour emancher les Poids qui ſont entre EF, & GH, pour contrepeſer à l'eau qui doit être levée, & pour tenir le Piſton perpendiculairement entre les deux Poulies B & C. VT eſt le Tuyau de plomb ; dans lequel l'eau eſt levée, aprés qu'elle a paſſé par la Soupape T, ſans pouvoir repaſſer ni retomber dans le Corps de Pompe. « Planche 27. « 142. « Fig.

On ſe ſert ordinairement de la force des Rivieres, où l'on place cette Machine pour la faire joüer par le moyen d'une Rouë, comme A, dont les Aîles trempant en partie dans l'eau ſont pouſſées par la force de la même eau, laquelle en cette façon fait tourner la Rouë, qui fait tourner la piece de fer recourbée BCD, qui s'appuye ſur les deux points fixes E, F, & qui tournant ſur ces points E, F, s'approche & s'éloigne ſucceſſivement des ouvertures I, K, des deux Corps de Pompe IL, KM, & ainſi fait hauſſer & baiſſer les Piſtons l'un aprés l'autre, avec leurs Verges BG, CH, qui ſont attachées à la piece de fer recourbée BCD, aux deux points B, C. Au lieu d'une ſemblable piece recourbée on ſe ſert dans les grandes Machines de quelques Leviers, qui en allant & venant de haut en bas, & de bas en haut, ſert à faire hauſſer & baiſſer les Piſtons, comme l'on peut voir à la grande Machine de Marly, proche de Paris, qui éleve l'eau de la Riviere de Seine ſur un grand Aqueduc qui va juſqu'à Verſailles : & à faute d'eau l'on peut ſe ſervir du Vent de la même façon que l'on s'en ſert dans les Moulins à Vent. Planche 28. 143. Fig.

Des Barometres.

Planche 28. 143. Fig. ON appelle *Barometre* une Machine, dont on ſe ſert pour connoître ſenſiblement les differens changemens qui arrivent dans la peſanteur de l'air, laquelle n'eſt pas la même en tout temps, ni en tout lieu, car nous ſçavons par experience que quand l'air eſt chargé de vapeurs, il eſt plus peſant, & qu'il peſe moins en un lieu élevé, qu'en un lieu bas. Les Barometres ſe font en pluſieurs manieres, mais je me contenteray d'expliquer ici celle de Monſieur Hugens, parce que ſon Barometre me ſemble fort commode, ſe pouvant tranſporter aiſément, & marquant ſenſiblement les moindres changemens de l'air.

Soit un Tuyau recourbé de verre ABC, fermé hermetiquement en l'une de ſes deux extremitez A, & ouvert par l'autre extremité C, par où l'on verſera 144. Fig. du Vif-Argent par l'autre extremité B, autant qu'il en ſera beſoin pour remplir la capacité de ce Tuyau, qui eſt depuis le milieu de la boëte cylindrique E, juſques vers le milieu de l'autre boëte D, qui doit être éloignée de la premiere E d'environ 27 pouces, parce qu'une colonne d'air depuis la terre juſqu'à la derniere Surface de l'air eſt en équilibre avec 27 ou 28 pouces de Vif-argent dans un Canal perpendiculaire: aprés quoy l'on remplira le reſte du Tuyau CE de quelque autre liqueur qui ne géle point en hyver, & qui ne puiſſe pas diſſoudre le Vif-argent, comme d'eau commune mêlée avec une ſixiéme partie d'eau forte.

Lorſque le Vif-argent décendra par exemple d'un Pouce dans la boëte E, par la peſanteur de l'air, il montera d'autant dans la boëte D, & l'eau qui eſt

dans le reſte du Canal CE, décendra dans la boëte E, & ſi la capacité de cette boëte E eſt par exemple quinze fois plus grand que celle du reſte du Tuyau CE, il faudra quinze Pouces d'eau de ce Canal pour remplir un Pouce de la boëte. Ainſi toutes les fois que le Mercure montera ou décendra d'un Pouce, l'eau montera ou décendra de quinze Pouces, & pareillement quand le Vif-argent décendra ou montera d'une Ligne, l'eau décendra ou montera de quinze Lignes, ce qui fait voir que ce Barometre marque les changemens de la peſanteur de l'air quinze fois plus ſenſiblement que les Barometres ſimples, & il le montrera encore plus ſenſiblement, ſi l'on augmente la capacité des boëtes D, E, &c. Planche 28. 144. Fig.

Des Thermometres.

ON appelle *Thermometre* un long Tuyau de verre bouché hermetiquement, qui a une petite bouteille en haut, comme A, & par deſſous un col long AB, comme une Phiole renverſée remplie en partie d'eſprit de vin, ou de quelque autre liqueur qui ne gele point en hyver, que l'on fait ordinairement colorée, pour la mieux diſtinguer dans le Tuyau, dont on ſe ſert pour meſurer les degrez de la chaleur ou de la froidure qui ſont dans l'air exterieur. Pour cette fin, l'on diviſe toute la longueur du Tuyau en huit parties égales, & chacune encore en huit autres parties égales plus petites, pour avoir en tout 64 degrez, afin de connoître plus ſenſiblement le changement qui peut arriver en tout temps à la temperature de l'air, en prenant garde ſur quel degré monte l'eau à chaque heure du jour, ſelon que la chaleur de l'air exterieur s'augmente & ſe diminuë : car l'air étant chaud, il fait rarefier l'air con- 145. Fig.

Planche 28. 145. Fig. tenu dans le Tuyau AB, & cet air étant rarefié preſſe l'eau & la fait décendre : & tout au contraire quand l'air eſt froid, il ſe condenſe dans le Tuyau, & donne place à l'eau pour monter.

Ainſi l'on peut comparer les plus grandes chaleurs d'un Eté avec celles d'un autre Eté, ou les plus grandes froidures d'un Hyver à celles d'un autre Hyver, & connoître de deux Chambres celle qui eſt la plus chaude, celle-là étant la plus chaude, où l'eau décendra le plus bas, la moindre chaleur étant capable de faire rarefier l'air contenu dans le Tuyau AB, comme on l'experimente ſans peine, car ſi l'on applique la main tout doucement ſur la bouteille A, la chaleur de la main fait auſſi-tôt rarefier l'air, & décendre l'eau, qui reprendra tout doucement ſa place, lorſqu'on aura ôté la main, ce qui eſt encore plus viſible, lorſqu'on échauffe la bouteille avec ſon haleine.

Des Hygrometres.

ON appelle *Hygrometre* une Machine, dont on ſe ſert pour connoître les differentes diſpoſitions de l'air à l'égard de ſa ſechereſſe & de ſon humidité, & prevoir en quelque façon la pluye dans un beau temps, l'humidité extraordinaire de l'air, quand le temps eſt beau, étant une marque d'une pluye future. Les Hygrometres ſe font en pluſieurs manieres differentes, mais je me contenteray d'en expliquer ſeulement ici une.

146. Fig. Faites une Balance ordinaire AB, qui doit être ſuſpenduë par ſon Centre de mouvement G, & mettez dans l'un de ſes Baſſins, comme D, une piece de plomb, & dans l'autre Baſſin C une éponge qui demeure en équilibre avec ce plomb : & alors il ar-

rivera que lorſque le temps ſera humide, l'éponge s'humectant & ſe chargeant des petites parties d'eau, qui voltigent en l'air, ce qu'elle fera encore plus facilement, ſi elle a été auparavant trempée dans de l'eau ſalée, car bien qu'elle ſe ſoit ſechée, elle ſera plus ſuſceptible de l'humidité de l'air; il arrivera, dis-je, que l'éponge deviendra plus peſante que le plomb, ce qui fera baiſſer ſon Baſſin, & changer de ſituation à l'aiguille, qui tournera en même temps autour du Point fixe G: & au contraire quand l'éponge ſera deſſechée par la ſechereſſe de l'air, elle ne ſera pas ſi peſante que le Plomb, & remontera par conſequent, ce qui fera auſſi tourner l'aiguille, qui montrera par ſon extremité les degrez de la ſechereſſe de l'air ſur la circonference du Cercle décrit du Centre de mouvement G. Mais au lieu d'aiguille & d'un ſemblable Cercle, l'on peut attacher à l'extremité du Baſſin C, une petite chaîne CE compoſée de pluſieurs petites boules, qui tombent ſur un Plan horizontal EF, qui y ſeront dans un plus grand nombre, lorſque l'humidité de l'air ſera plus grande, parce que dans ce cas le Baſſin C décendra davantage par la peſanteur de l'éponge qui deviendra plus humide, & par conſequent plus peſante. Planche 28. 146. Fig.

Des Æolipyles.

ON appelle *Æolipyle* un Globe concave d'airain, ou de quelqu'autre ſemblable matiere qui puiſſe endurer le feu, qui étant rempli à moitié d'eau par un trou fort petit, & mis enſuite ſur des charbons ardans, ne produit ſon effet que lorſqu'il eſt échauffé, car alors la chaleur fait tellement rarefier l'eau qui eſt dedans, qu'elle la reduit en vent, qui ſort par le même trou avec un ſifflement ſi impe-

tueux, que ſi l'on y applique l'embouchure de quelque inſtrument à vent, comme d'un Flageolet, il ſera capable de le faire joüer.

Planche 28. 147. Fig. Pour donner plus d'ornement à cette Machine, on luy donne la figure d'une tête, où le trou eſt à la bouche qui peut ſouffler plus d'une heure durant. On luy donne auſſi la figure d'une poire avec un petit col, ayant au bout un trou tres-petit, par où l'on fait entrer l'eau en chauffant l'*Æolipyle*, & en la jettant toute chaude dans de l'eau froide, qui faiſant condenſer l'air de dedans, que la chaleur avoit auparavant rarefié, contraint l'eau d'entrer par le même trou, pour ne point laiſſer de vuide.

Si au lieu d'eau commune, on y met de l'eau de vie rectifiée, & qu'on mette le feu à la vapeur qui ſortira, on aura le plaiſir de voir un feu continuel, qui durera autant de temps que la vapeur continuera de ſortir avec violence.

Des Clepſydres.

ON appelle *Clepſydre* une Horloge d'eau, ou de ſable. Ces Horloges étoient bonnes auparavant qu'on eût l'artifice des *Montres* ou Horloges à rouës: neanmoins comme les Horloges de ſable ſont encore à preſent en uſage, & que les Horloges d'eau ſont aſſez curieuſes, nous dirons ici quelque choſe des unes & des autres.

148. Fig. Premierement pour conſtruire une Horloge d'eau, rempliſſez d'eau une Cuve, comme AB, & ayant experimenté combien il en ſort d'eau dans l'eſpace de douze heures par le moyen du Syphon CDE, ſoûtenu par la piece de bois FG, qui flotte ſur l'eau, marquez dans la Cuve même les intervalles horaires, & alors la piece de bois FG en ſe baiſſant à

meſure que l'eau s'écoulera par l'extremité E du Syphon, qui doit être plus baſſe que la Surface de l'eau, autrement l'eau ne s'écouleroit pas, elle marquera les heures. Ou bien mettez ſur l'ais FG une petite ſtatuë, ou bien quelqu'autre figure, comme un Oiſeau, qui en décendant montrera les heures ſur le Plan perpendiculaire IK. Ou bien encore l'on peut appliquer une corde autour d'un Axe horizontal mobile autour de ſes deux extremitez qui doivent s'appuyer ſur deux points fixes, & attacher au bout de cette corde une piece de bois, faite, ſi l'on veut, comme un petit Vaiſſeau qui flotte ſur l'eau, & lorſque l'eau s'écoule par l'ouverture E du Syphon CDE, dont une partie peut repreſenter le Maſt de ce petit Navire, & que ce Navire s'abaiſſe, l'Axe tournera, & ſi à l'une de ſes deux extremitez il y a un Quadran avec ſon aiguille, cette aiguille montrera exactement les heures, pourvû que l'ouverture E ſoit telle que l'eau y paſſe en telle quantité, que dans l'eſpace de douze heures il ne s'en écoule qu'autant qu'il eſt neceſſaire, afin que le petit Vaiſſeau en s'abaiſſant faſſe faire preciſément un tour à l'Axe, car ainſi le bout de l'aiguille fera une circonference entiere de Cercle, qu'il ne faudra plus que diviſer en douze parties égales, comme dans les Quadrans ordinaires, &c. Planche 28. 148. Fig.

Les Horloges de Sable ſont ſi connuës de tout le Monde, qu'il ſeroit ſuperflu d'en parler ici plus particulierement : c'eſt pourquoy ſans m'arrêter à ce qu'il y a de commun, je parleray d'une nouvelle invention d'Horloges à Sable, que Monſieur de la Hire de l'Academie Royale des Sciences nous a communiquée depuis quelques années, en ces termes.

A la place de l'une des phioles qui compoſent les Horloges de Sable, on applique un Tuyau de verre « 149. « Fig.

Plan-
che 28.
149.
Fig.

» de 20 pouces environ de longueur, & d'une ligne
» & demie à peu prés d'ouverture. Ce tuyau étant
» bien bouché par le bout qui n'eſt pas appliqué à la
» phiole, ſert de ſeconde phiole, en ſorte que lorſ-
» que le Sable décend de la phiole dans le tuyau, on
» le voit monter peu à peu, & ſi diſtinctement que l'on
» peut obſerver à quelle hauteur il ſe trouve, au moins
» de 5 en 5 ſecondes de temps, & par conſequent les
» minutes s'y trouvent tres-diſtinctement, ſi cette
» Horloge n'eſt que pour une demie-heure.

» Lorſque tout le Sable qui doit paſſer dans la de-
» mie-heure eſt décendu dans le tuyau on retourne la
» Machine, & le Sable ſe vuidant du tuyau par la
» phiole, marque de même par ſa décente dans le
» tuyau les hauteurs qui conviennent aux minutes & à
» leurs parties.

» Pour ſe ſervir commodément de cette Machine,
» il faut l'appliquer ſur un morceau de bois, en ſorte
» que la moitié de la phiole & la moitié du tuyau
» ſoient enchaſſées dans l'épaiſſeur du bois. L'on atta-
» che deux cordons aux deux extremitez du morceau
» de bois, pour la pouvoir tourner aiſément, étant
» toûjours ſuſpenduë en l'air, ou contre quelque cho-
» ſe. On marque les diviſions des minutes d'un côté
» du tuyau, pour la décente du Sable, lorſqu'il ſe
» remplit, & de même on en marque d'autres de l'au-
» tre côté, pour la décente du Sable lorſqu'il ſe vuide.

» La Metode de faire ces diviſions doit être de l'ex-
» perience d'un Pendule, en cette ſorte. On prendra
» un fil delié, au bout duquel on attachera une balle
» de plomb, pour ſervir de Pendule ſimple. Si la lon-
» gueur de ce Pendule depuis l'endroit où le fil eſt at-
» taché, juſqu'au centre de la balle eſt de 3 pieds, 8
» lignes $\frac{1}{2}$, de la meſure de Paris, ce Pendule mar-
»

quera dans ſes Vibrations une ſeconde de temps, « Planche 28. 149. Fig.
& quand il aura fait 60 Vibrations, on marquera «
une des diviſions des minutes. Toute la diviſion ſe «
doit faire avec le Pendule à meſure que le Sable «
montera ou décendra dans le tuyau, car les diviſions «
ne ſont pas toûjours égales, à cauſe de l'inégalité «
du tuyau, qui étant plus étroit en quelques en- «
droits, le Sable y monte plus vîte qu'aux autres qui «
ſont plus larges. «

On remarquera que le Sable ſe vuidant du tuyau «
dans la phiole, parcourt d'abord des diſtances plus «
grandes que celles qui ſe font vers la fin, ce qui eſt «
cauſé par la décente du Sable par ſecouſſes, qui le «
fait un peu taſſer dans le commencement; mais cela «
ne cauſe point d'irregularité, les diviſions étant faites «
par l'experience du Pendule. «

FIN.

TABLE

Des Termes expliquez dans la Mecanique.

A

Accroiſſement. Pag. 2
Æolipyle. 267
Aiſſieu dans la Rouë. 59
Amplitude d'une Parabole. 101
Anemoſcope. 79
Angle d'inclination. 101. & 116.
Angle de traction. 116
Anſe. 8
Application d'une Puiſſance à un Levier. 10
Arbre de Gruë. 76
Arbre de Vis. 67
Axe de Pompe. 258
Axis in peritrochio. 59

B

Balance. 20
Balance horizontale. 21
Balance inclinée. 21
Balance Romaine. 34
Baliſtique. 97
Barillet. 258
Barometre. 264
Battre le Mouton. 75
Bicoq. 76
Boſſage. 73
Branche de Syphon. 234
Bras de Balance. 21
Bras d'Engin. 73

C

Cabeſtan 72
Cabeſtan volant. 72
Cabeſtan ſimple. 72
Cabeſtan double. 72
petit Cabeſtan. 72
grand Cabeſtan. 72
Cage de Moulin à vent. 78
Centre de mouvement. 8

Centre de mouvement reciproque. 5
Centre des graves. 6
Centre de peſanteur. 8
Centre de gravité. 8
Centre commun de gravité. 18
Centre de grandeur. 9
Centre de percuſſion. 10
Chaine ſans fin. 83
Chape. 51
Chapelet. 83
Cheville couliſſe. 74
Chevre. 75
Clapet. 259
Clavette. 75
Clef. 75
Clepſydre. 268
Cochlea. 67
Coin. 64
Colet de Vis.
Contrepoids. 35
Corps homogéne. 9
Corps heterogéne. 9
Corps liquide. 9
Corps fluide. 9
Corps dur. 12
Corps de Pompe. 258
Corruption. 2
Cran. 78
Cric. 78
Crochet. 34

D

Diminution. 2
Diſpaſte. 74
Diſtance de la Puiſſance. 10
Diſtance du Poids. 10

E

Echarpe. 51
Echelier. 73
Echelon. 73
Ecrou. 69
Ecroüe. 69
Embraſſures. 77
Empatures. 77
Engin. 73
Equilibre. 7
Ergata. 72
Eſcoperche. 74
Etourneau. 73

F

Fauconneau. 73
Fſtuca. 74
Fleau de Balance. 21
Forces Mouvantes. 1
Force mouvante. 7
Fourchette. 73
Frette. 75
Fuſeaux. 78

G

Generation. 2
Godet. 83
Gonjon. 51
Gravité. 6
Gravité ſpecifique. 7
Gruau. 74
Gruë. 76
Guindas. 60
Guindeau. 72

H

Helice. 67
Heriſſon. 78
Hie. 75
Hydroſtatique. 222
Hygrometre. 266
Hypomoclion. 8

I

Jambette. 74
Ingenieuſe. 1
Inſtrument. 20
Joug de Balance. 21

L

Lanterne. 78
Late. 79
Levier. 37
Levier de la premiere eſpece. 37
Levier de la ſeconde eſpece. 37
Levier de la troiſiéme eſpece. 38
Levier recourbé. 38
Levier d'eau. 229
Liens. 73
Lien en contre-fiche. 73
Ligne Quadratrice. 153
Ligne de direction. 9
Ligne de direction d'un Corps peſant. 15
Limace. 82
Longueur d'un Pendule. 5
Lumiere du Treüil. 76
Lunule. 180

M

Machine. 20
Machine ſimple. 20
Machine compoſée. 70
Machine hydraulique. 83
Machine pneumatique. 83
Main de fer. 75
Mammelon du Treüil. 76
Manivelle. 77
Mecanique. 1

Mobile. 2
Moiſe. 73
grande Moiſe. 74
Moment. 3
Momentum. 7
Monoſpaſte. 74
Montant. 75
Montre. 268
Mortaiſe. 73
Mouſle. 51
Moulin à vent. 78
Moulinet. 72
Mouton. 75
Mouvement. 2
Mouvement local. 2
Mouvement égal. 2
Mouvement inégal. 2
Mouvement uniformement acceleré. 2
Mouvement de Vibration. 5
Mouvement d'Ondulation. 6
Mouvement violent. 17

N

Noyau. 82

O

Ondulation. 6
Organe. 20

P

Palan. 51
Pancratium. 189
Parabole tronquée. 189
Pas de Vis. 67
Pendule. 5
Pentaſpaſte. 74
Peſanteur. 6
Peſanteur ſpecifique. 7
Peſanteur abſolue. 7
Peſanteur relative. 7
Peſon. 34
Phalanx. 34
Pied de Chevre. 76
Pied cylindrique. 249
Pignon. 77
Piſton. 258
Poids. 6
Point fixe. 8
Point d'appuy. 8
Pointal. 81
Polyſpaſte. 74
Pompe. 258
Pompe foulante. 259
Pompe aſpirante. 260
Pompe expulſive. 260
Portée d'un Vaiſſeau. 251
Pouce cylindrique. 249
Poulie. 51
Preſſe. 81
Preſſoir. 81
Puiſſance. 7
Puiſſance animée. 8

Puiſſance inanimée. 8
Puiſſance double. 8
Puiſſance triple. 8

Soupente. 77
Succula. 72
Syphon. 234

Q

Quadratrice. 159
Quantité d'une Puiſſance 8
Quintal. 251

R

Racineaux. 77
Ranche. 73
Rancher. 73
Rhope. 7
Romaine. 34
Rouë par ſon aiſſieu. 59
Rouët. 78

S

Sellette. 73
Singe. 74
Sole. 73
Sonnette. 74
Statere. 34
Statique. 1
Soupape. 259
Soupape à queuë. 259

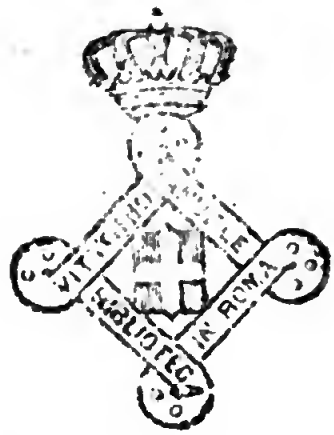
T

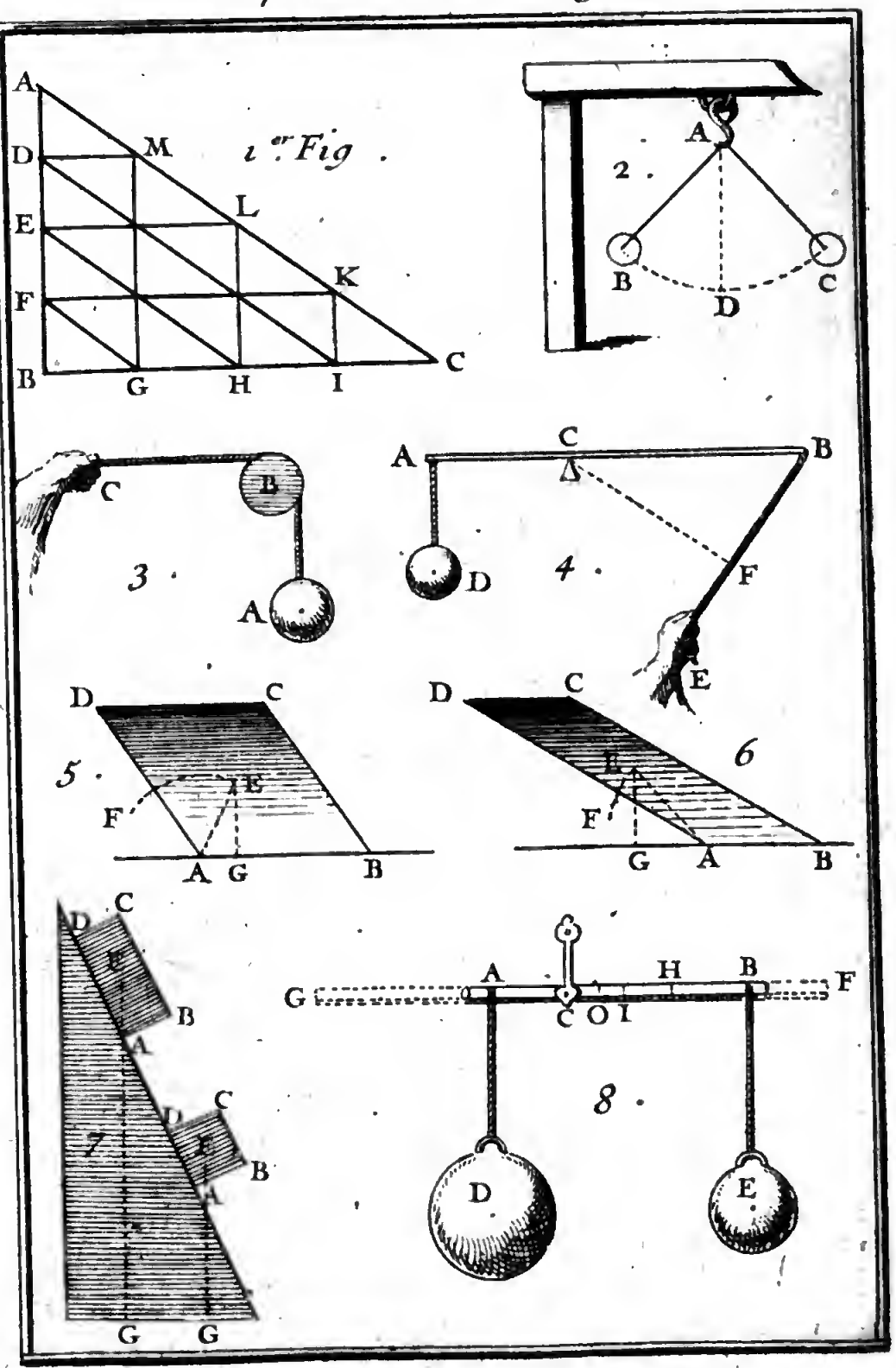
Tambour. 59. & 83
Tenon. 73
Thermometre. 265
Tetraſpaſte. 74
Tonneau. 251
Tour. 59
Tourillon. 79
Trait de Vis. 69
Treüil. 59
Triſpaſte. 74
Trochlea. 51
Tympan. 59. & 76.

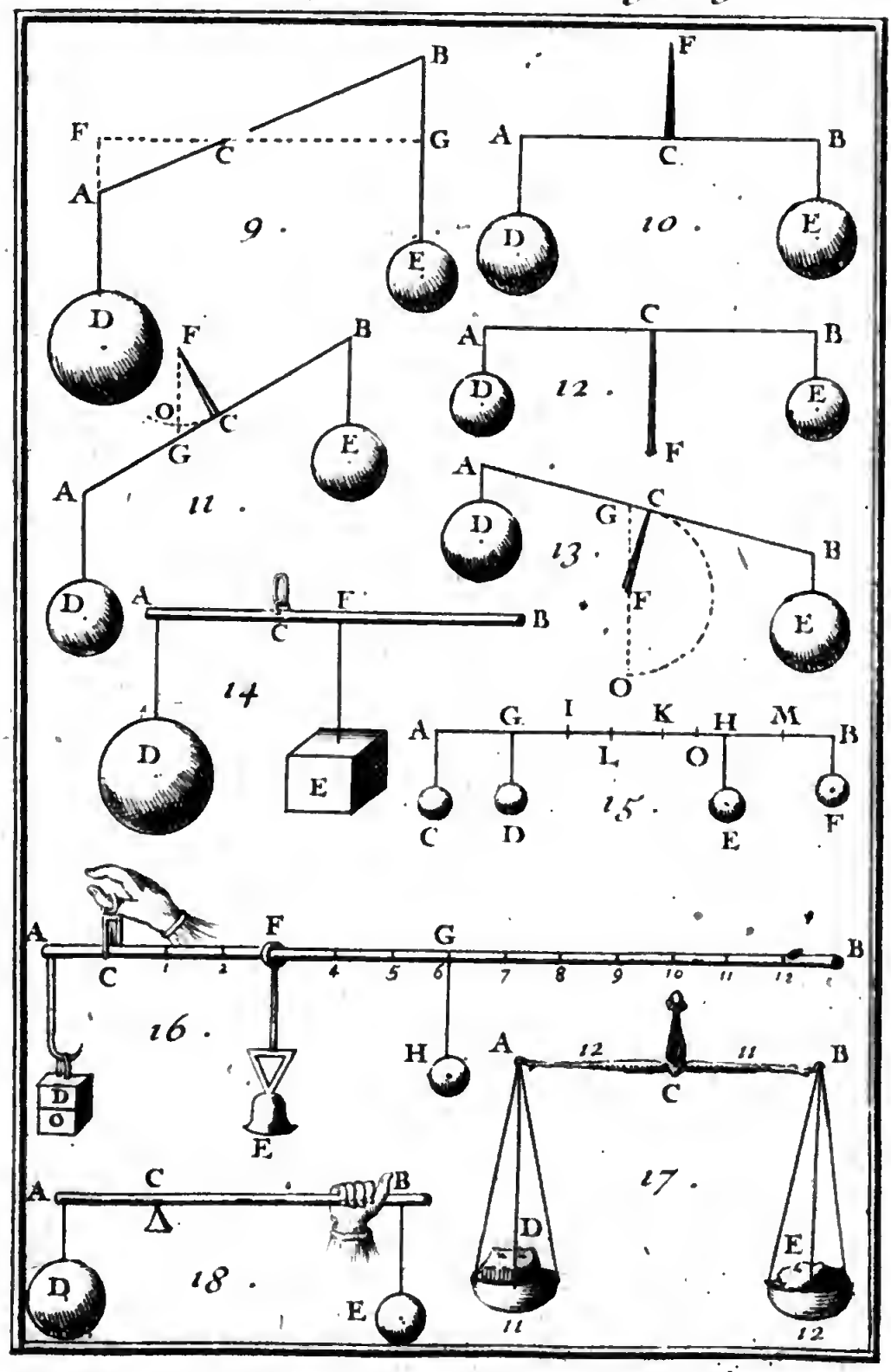
V

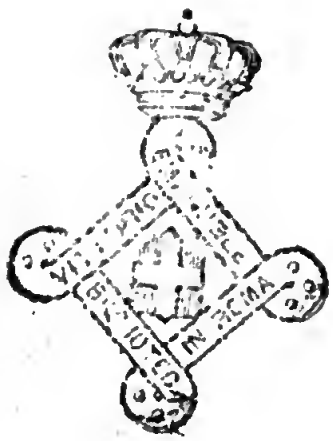
Verins. 81
Vibration ſimple. 5
Vibration compoſée. 5
Vindas. 72
Virevau. 72
Vis. 67
Vis ſans fin 81
Vis d'Archimede. 82
Volans. 78

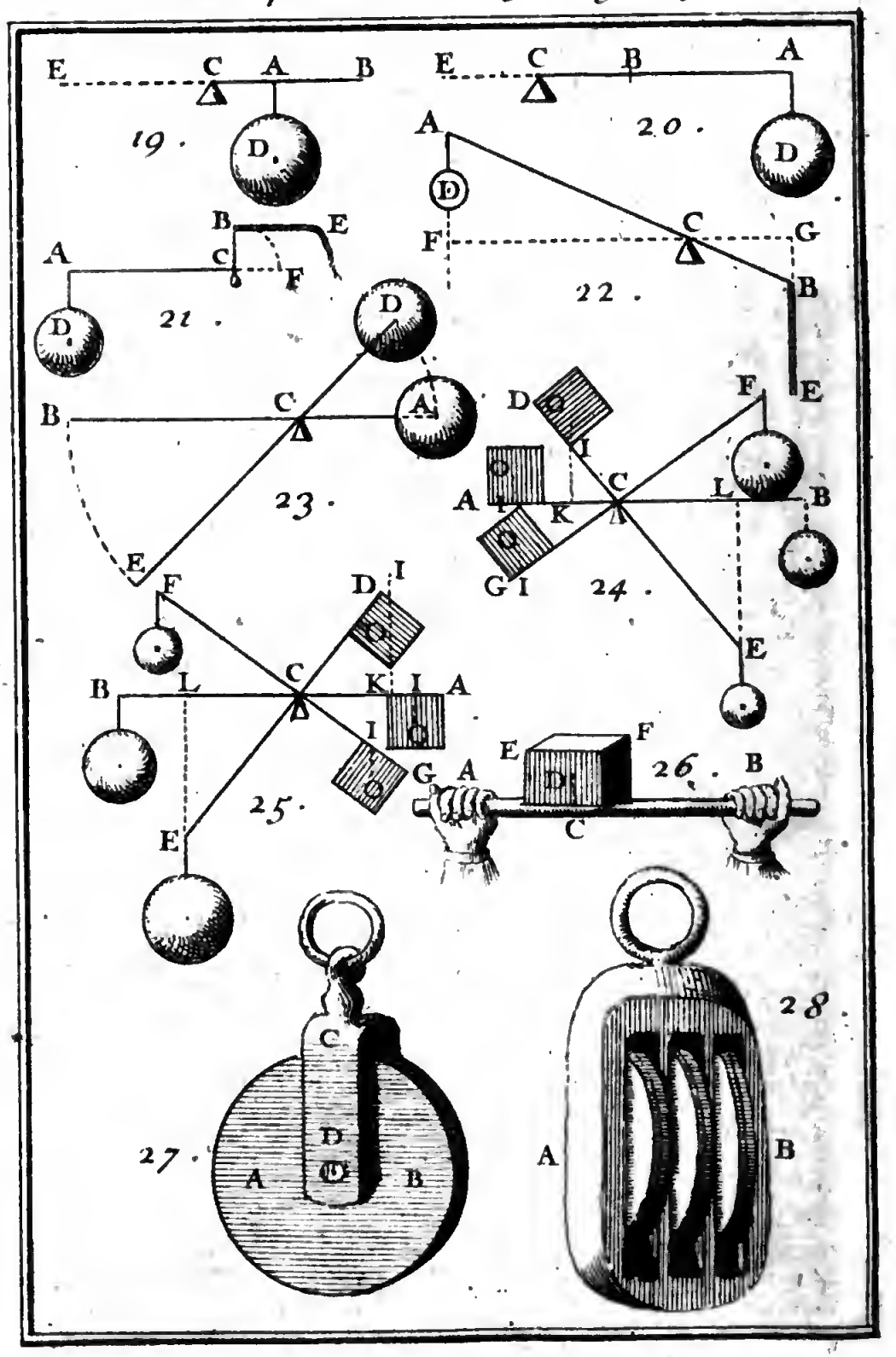
Fin de la Table des Matieres.

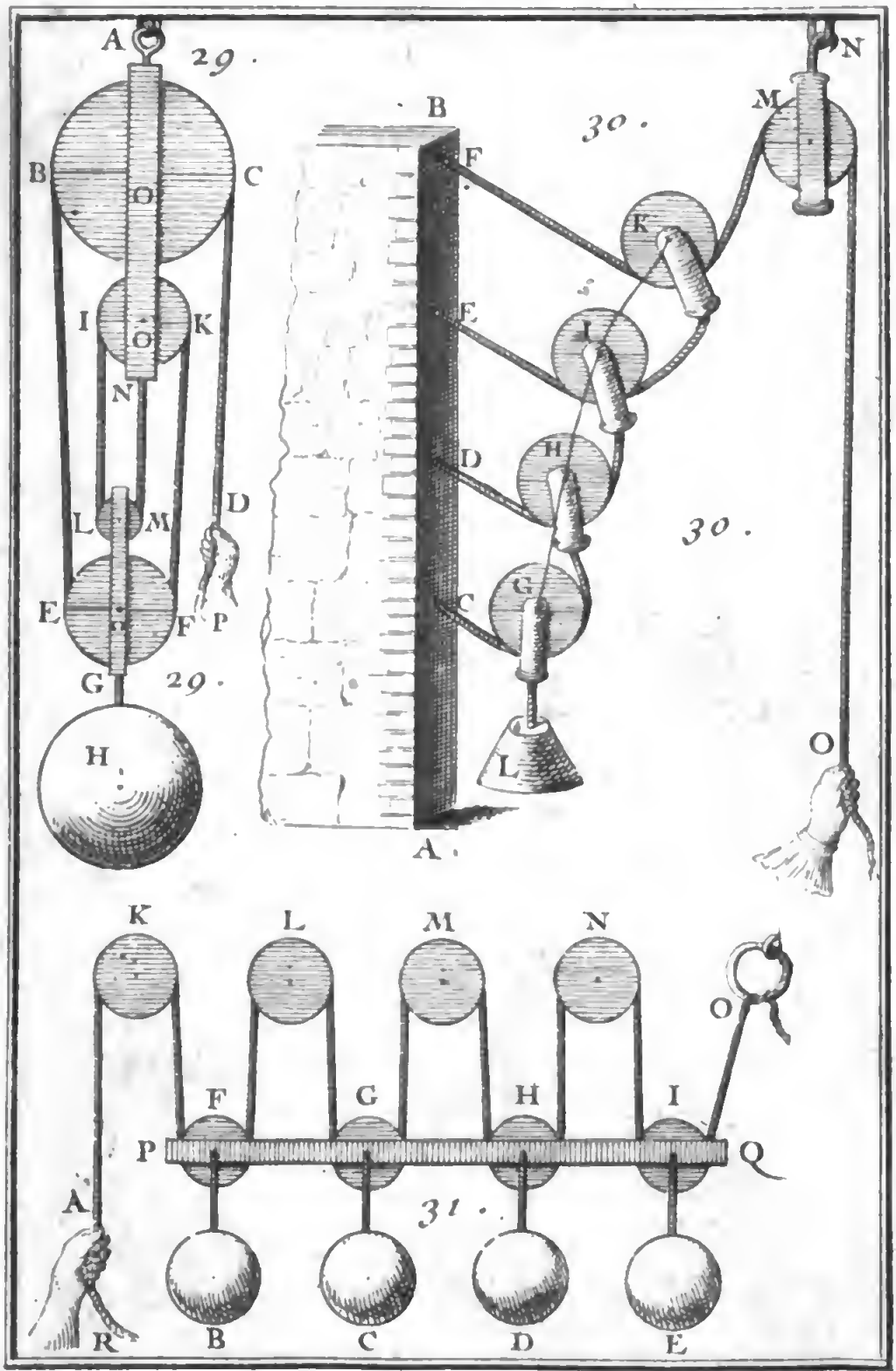

VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
IN ROMA


A
D
E
F
B
M
L
K
C
G
H
I
1 er Fig .
2 .
A
B
C
D
3 .
C
B
A
4 .
A
C
B
D
F
E
5 .
D
C
F
E
A
G
B
6
D
C
E
F
G
A
B
7
C
D
E
B
A
C
D
E
B
A
G
G
8 .
G
A
H
B
F
C
O
I
D
E

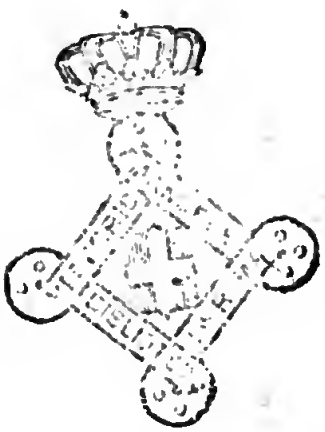

9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.

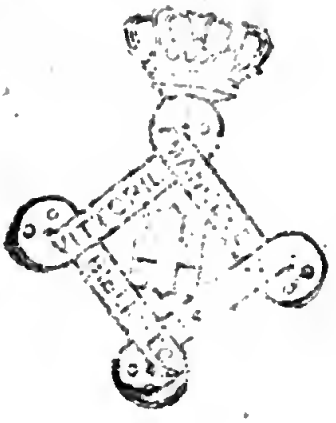


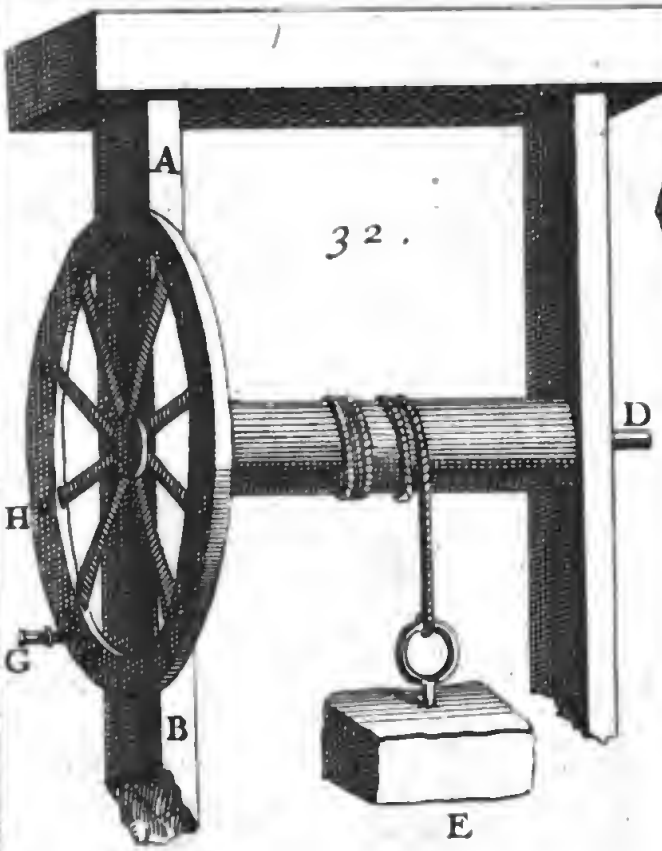

19.
20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.

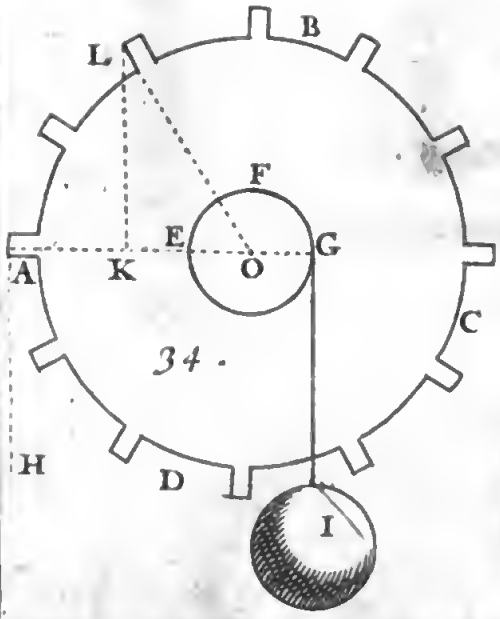

29.
A
B
C
O
I
K
N
L
M
D
E
F
P
G
H
29.
30.
B
F
E
D
C
A
K
I
H
G
L
M
N
O
30.
K
L
M
N
O
F
G
H
I
P
Q
A
R
31.
B
C
D
E

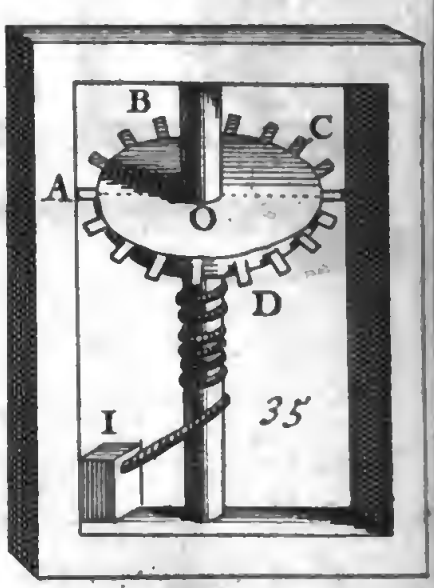
Berey fec.



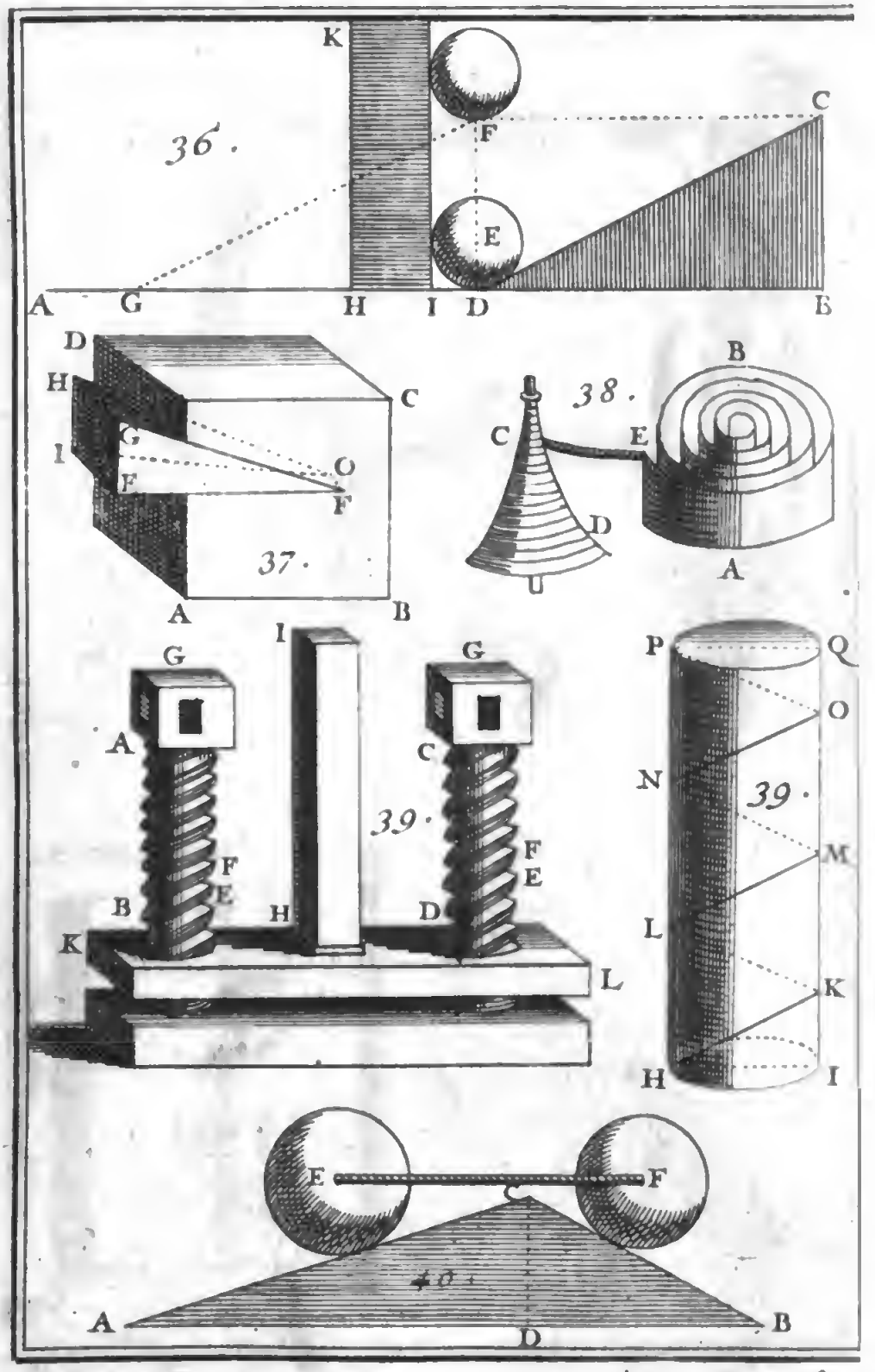






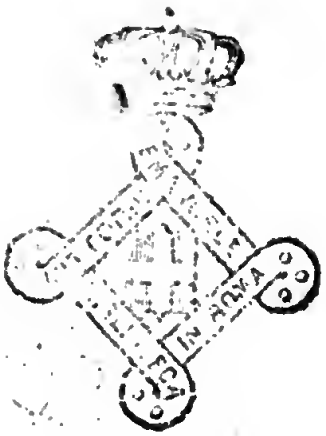


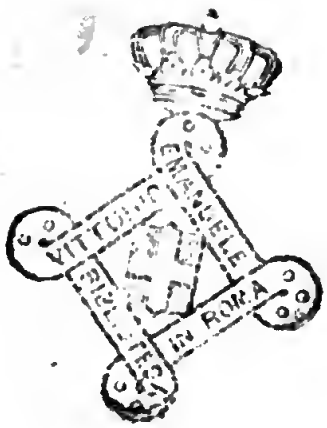
Berey fec.



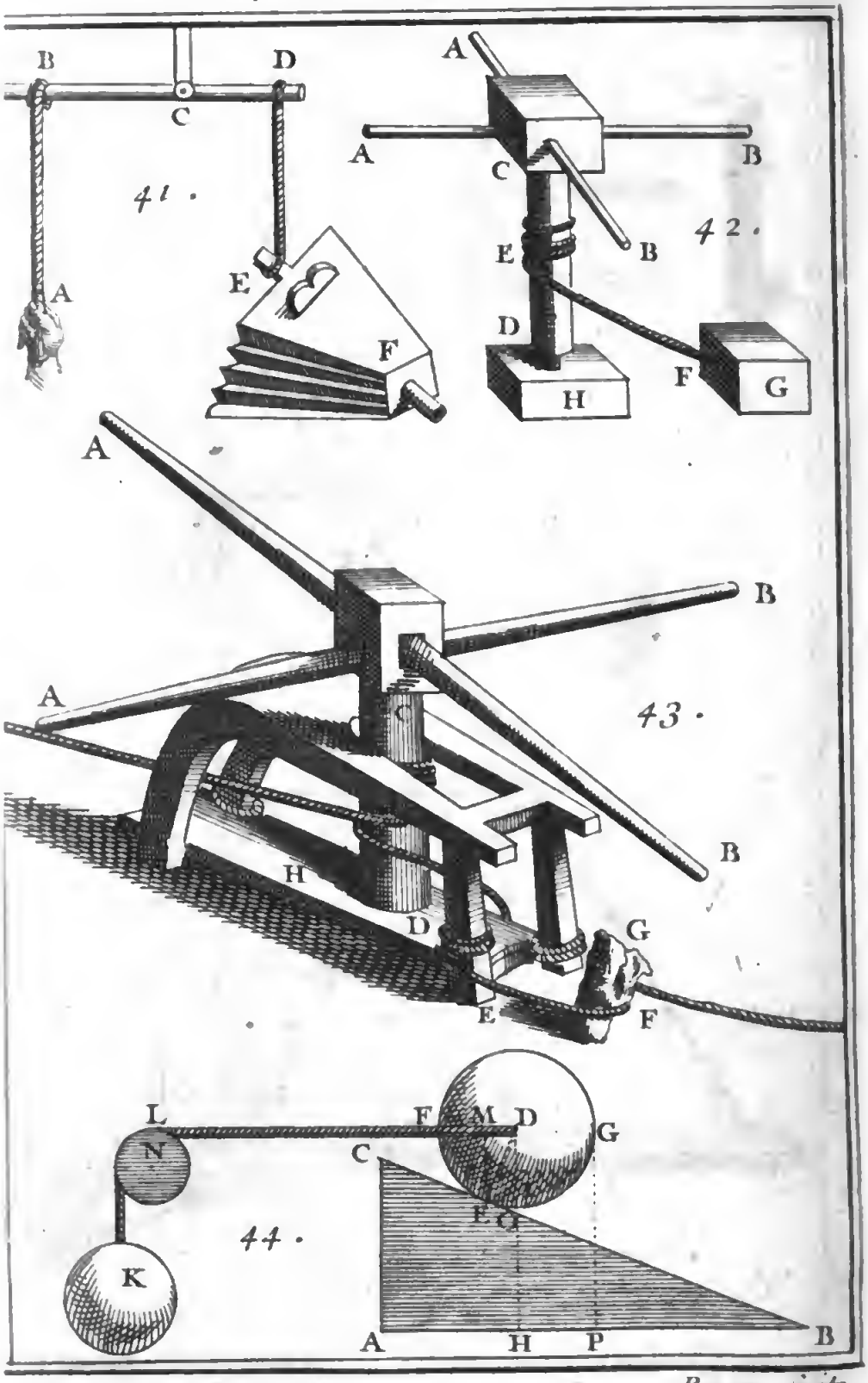
Berey fec.

Digitized by Google

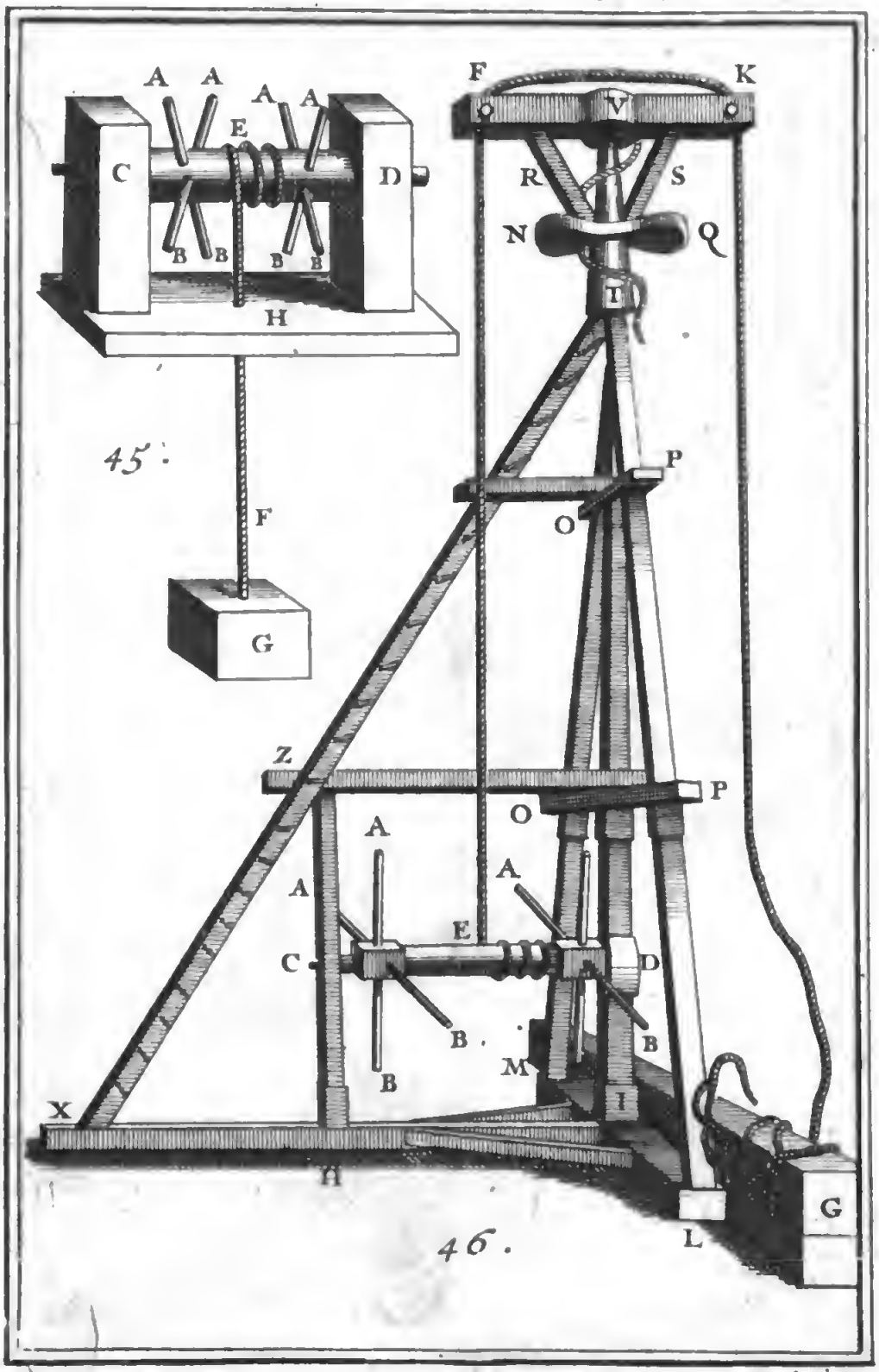




Digitized by Google

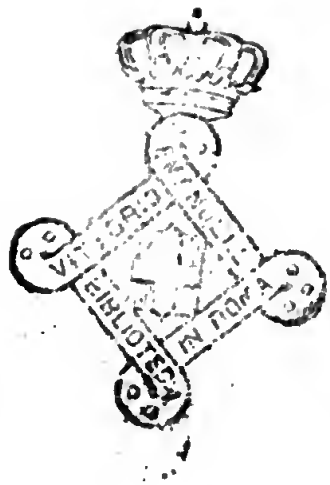


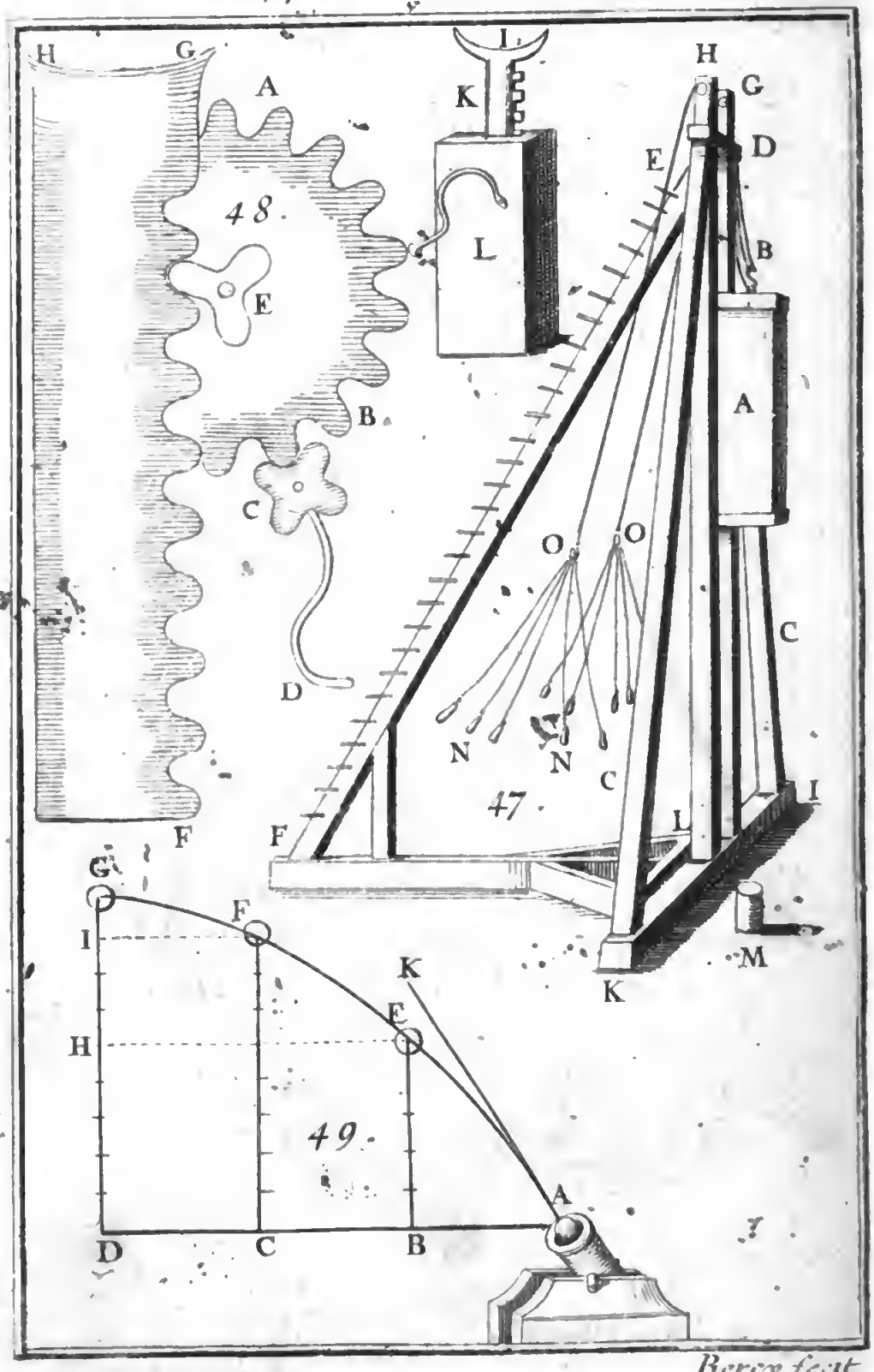
Berey fecit



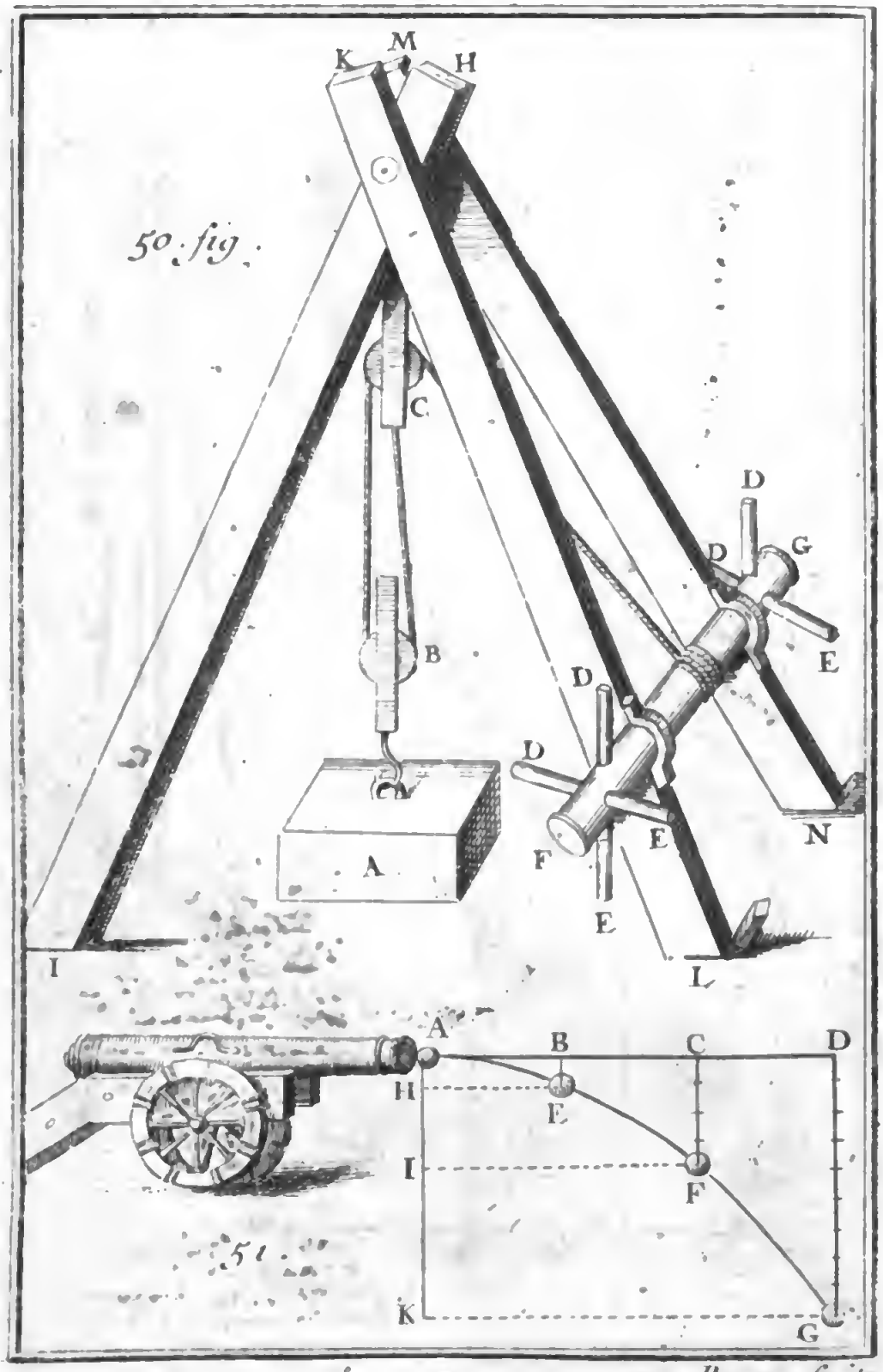
Berey fecit

Digitized by Google

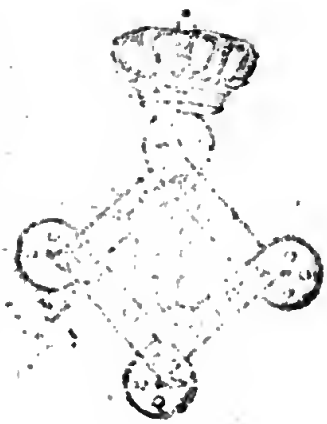

BIBLIOTECA



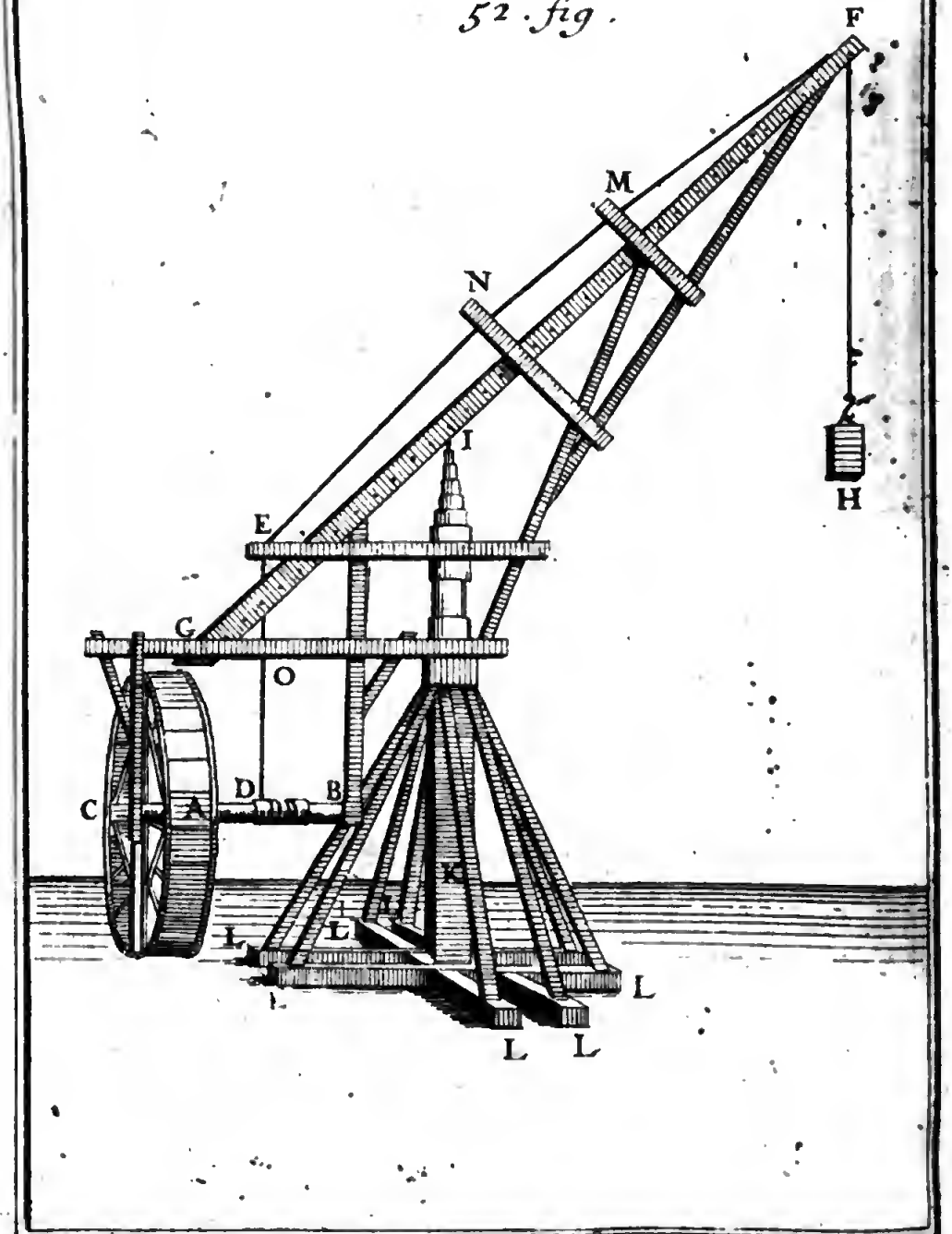
Berey fecit



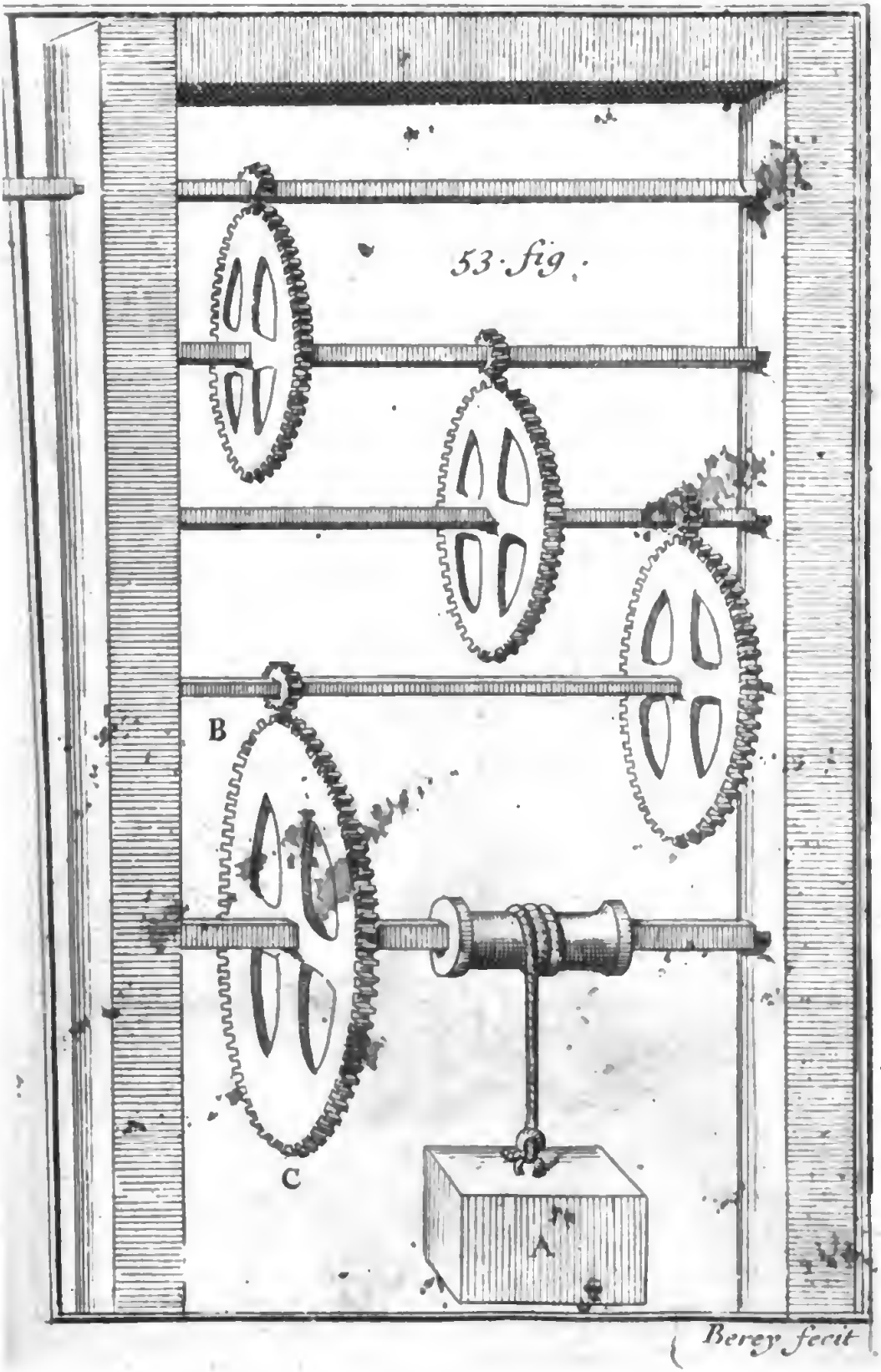
Berey. fecit

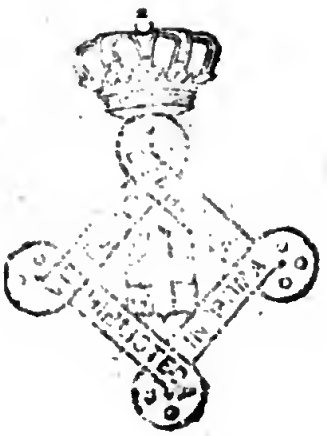


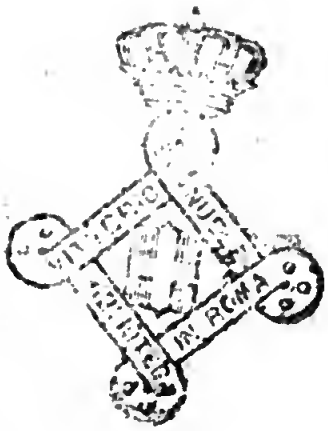
52. fig.



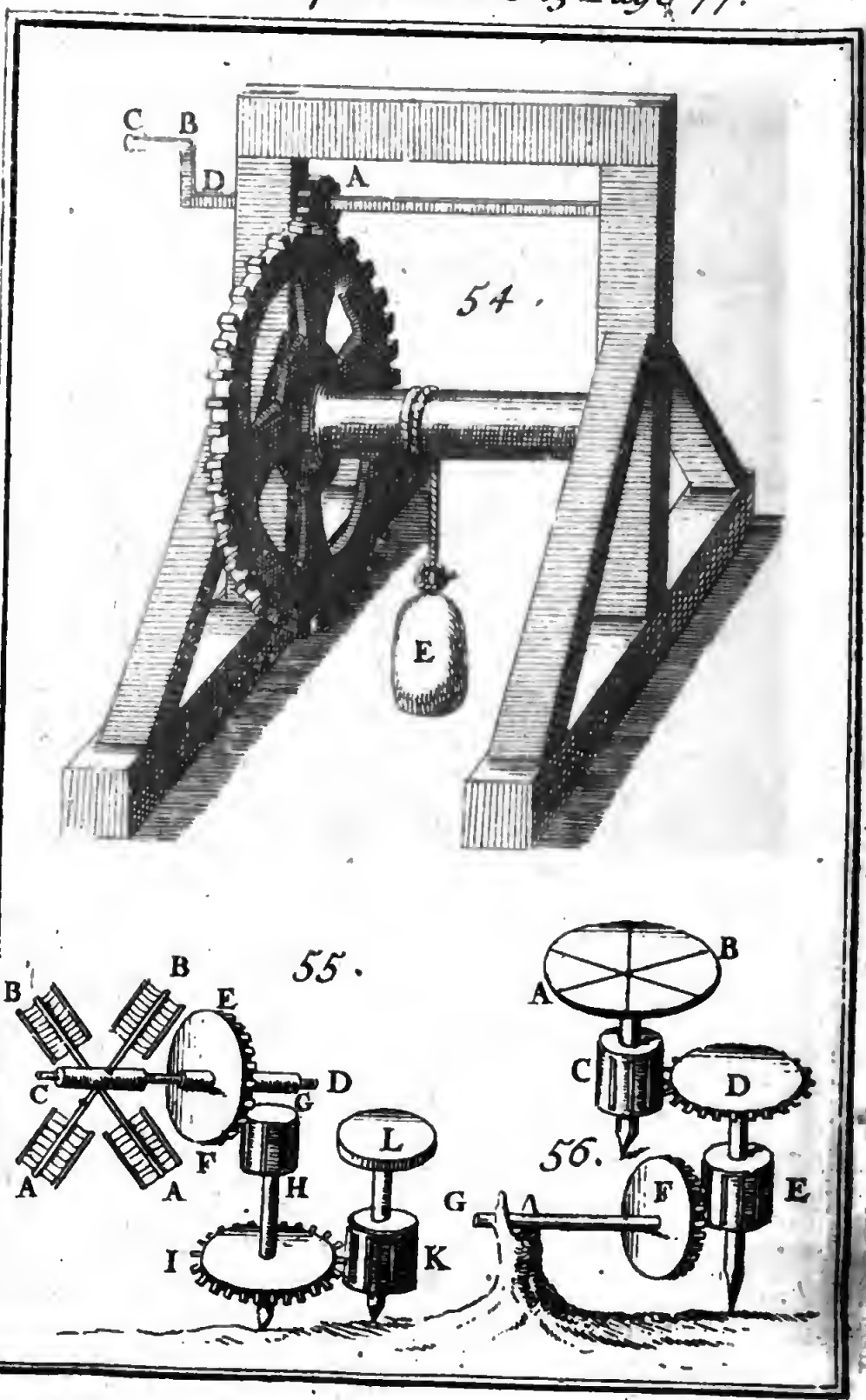
Berey fecit


53 fig .
B
C
A
Berey fecit

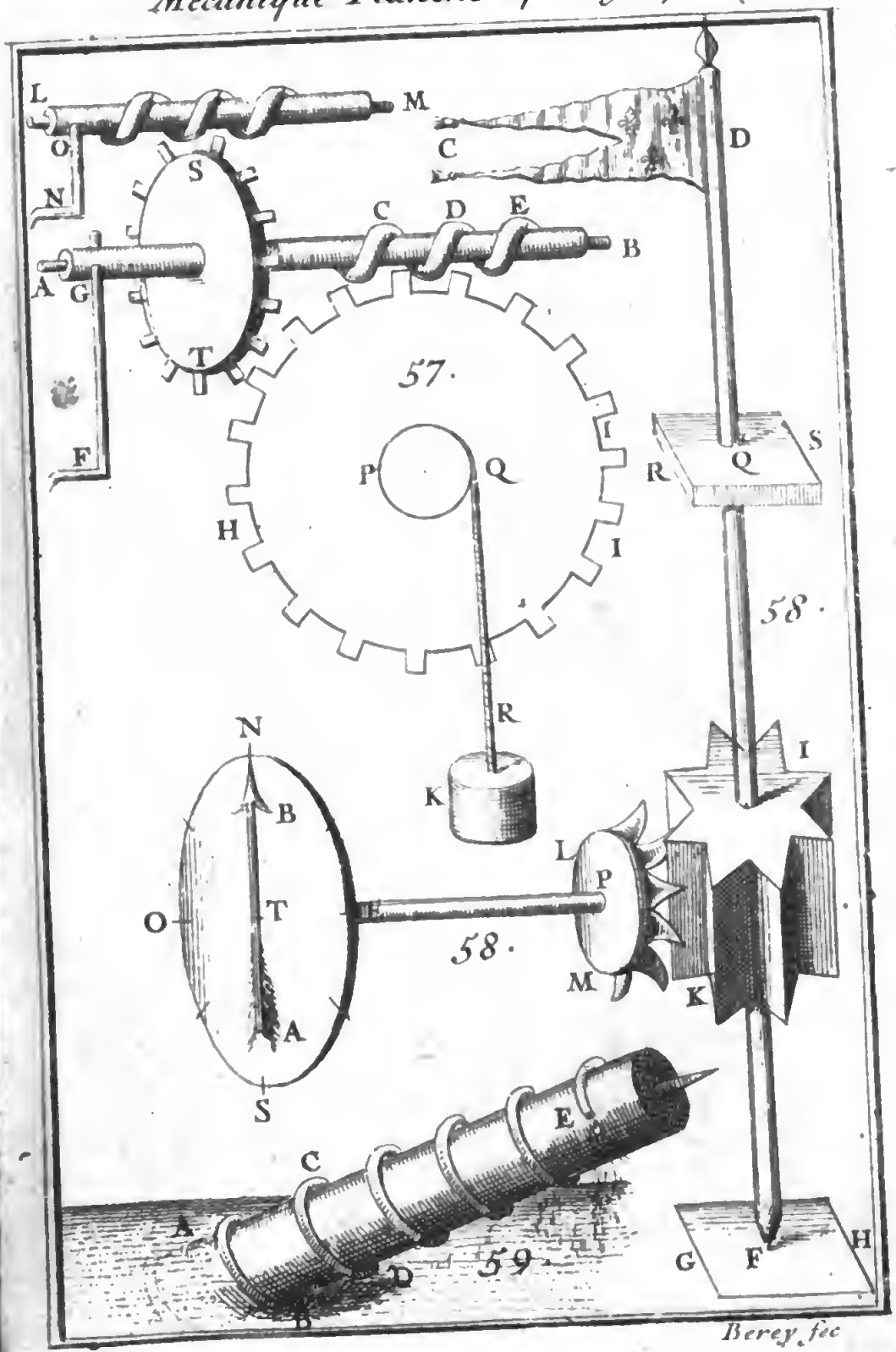




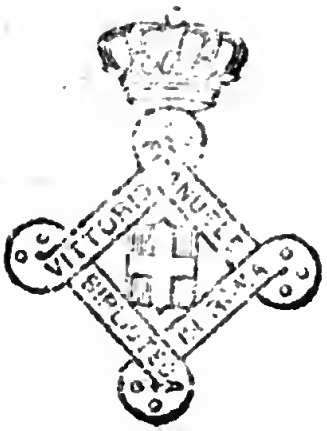
Digitized by Google

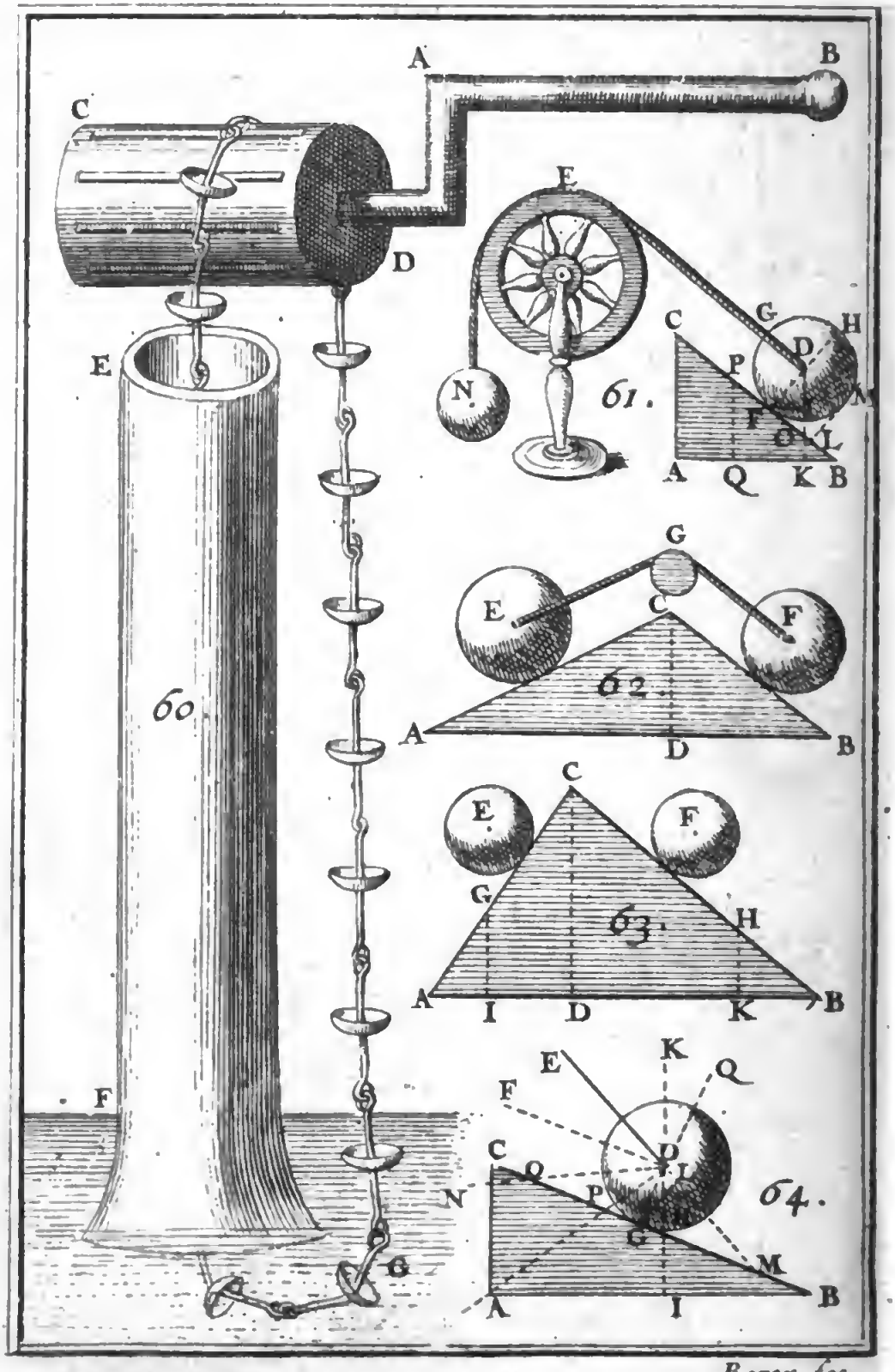


Berey. fec

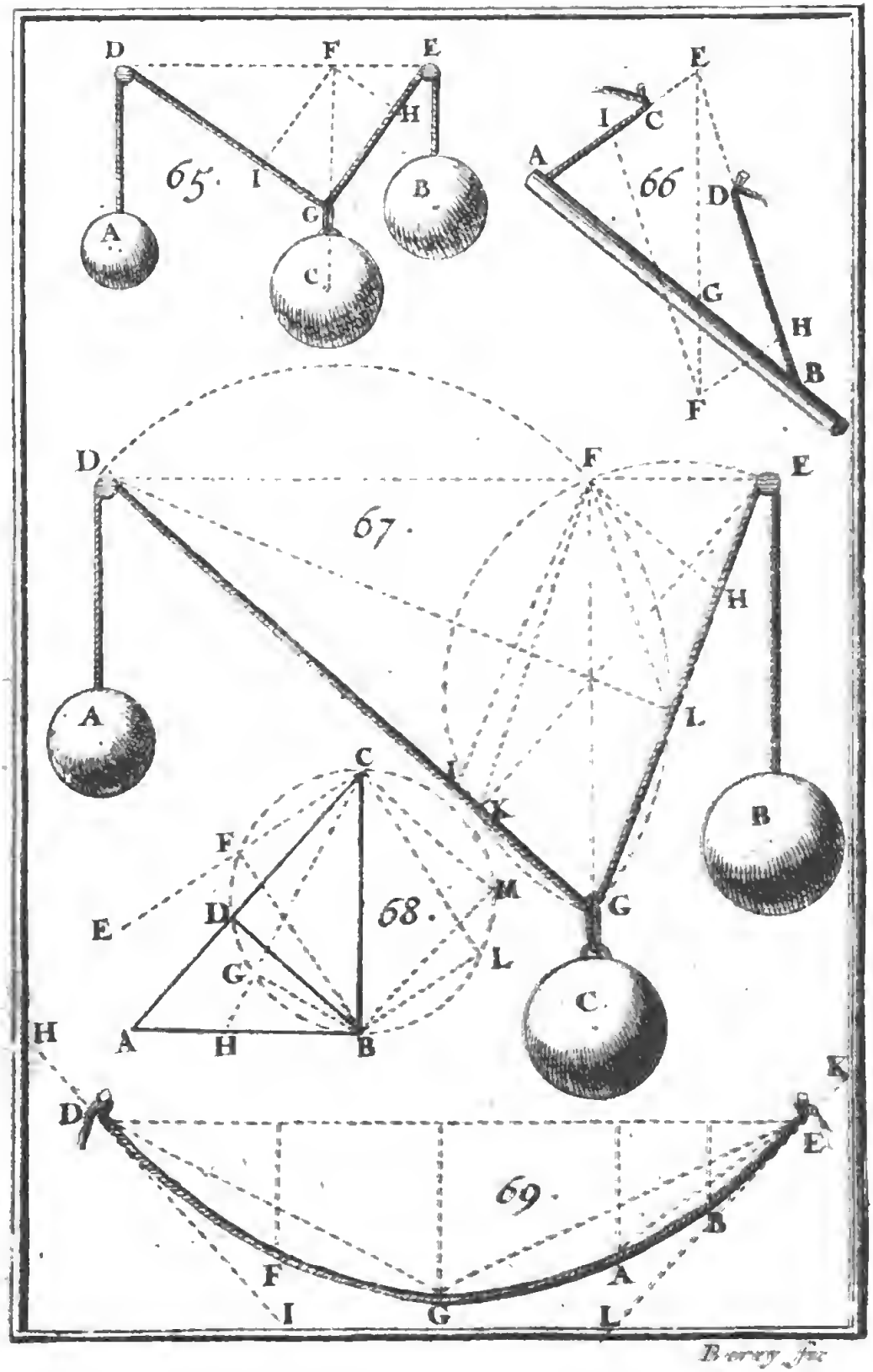


Berey fec


VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
NAZIONALE

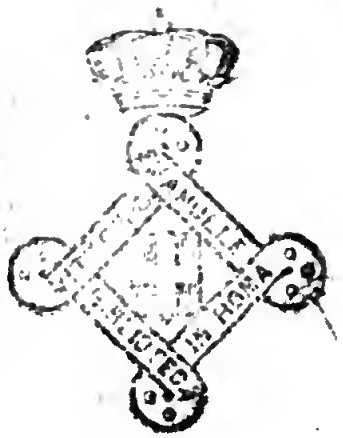


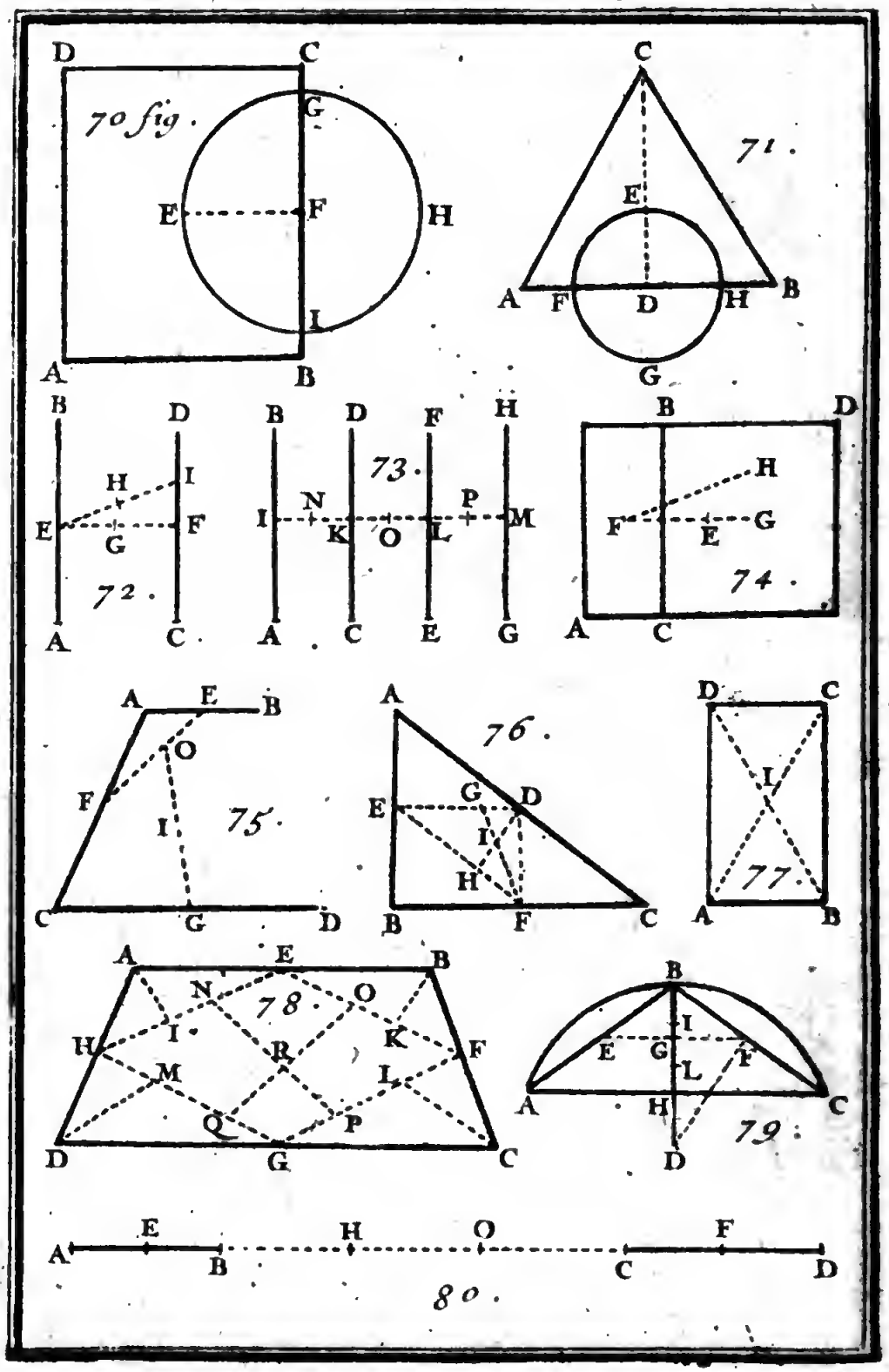
Berey fec

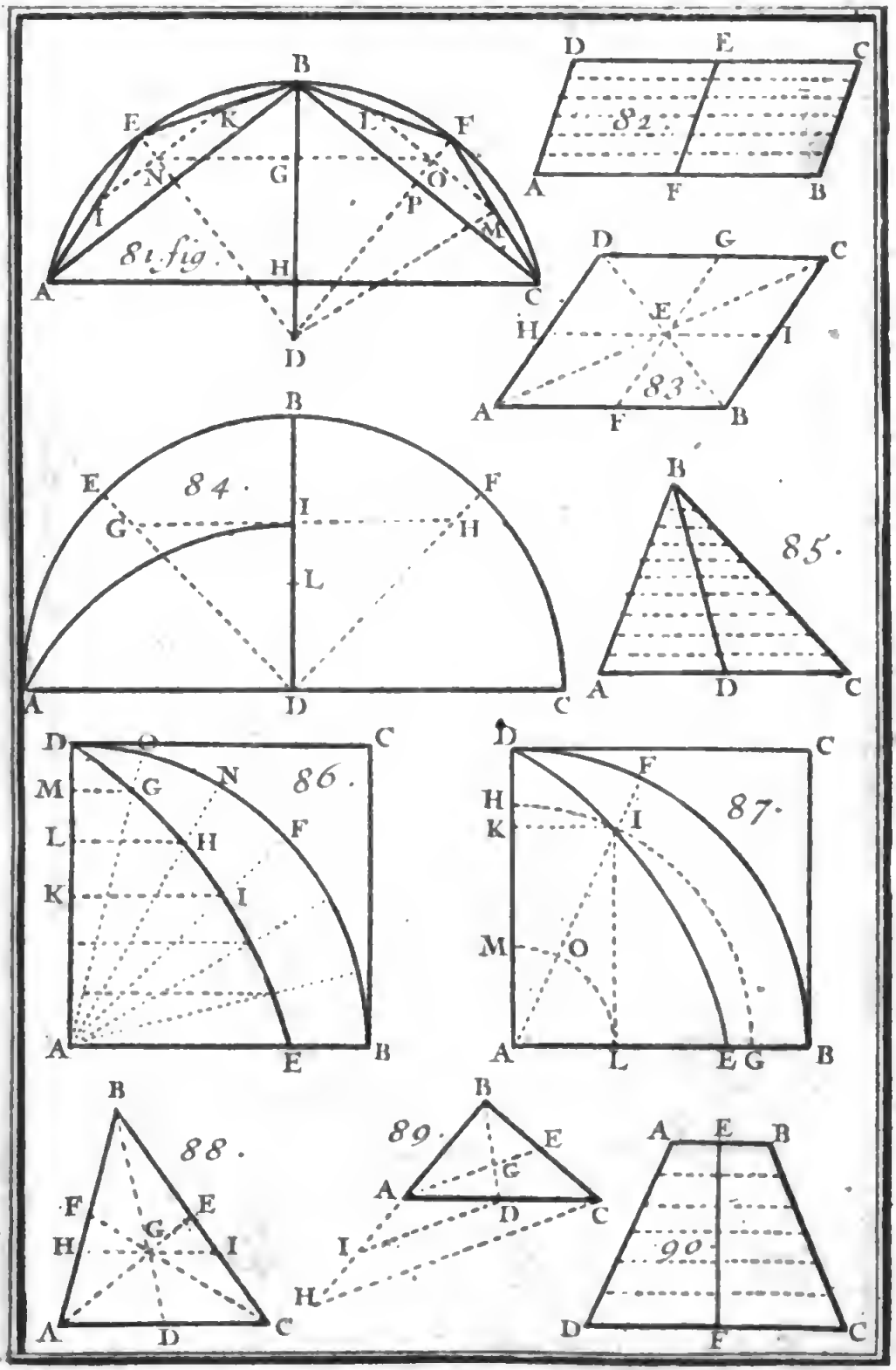

D
F
E
H
I
G
A
B
C
65.
E
I
C
A
66
D
G
H
B
F
D
F
E
67.
H
A
L
C
B
K
F
M
E
D
68.
G
L
G
C
H
A
H
B
K
D
E
69.
B
F
A
I
G
L

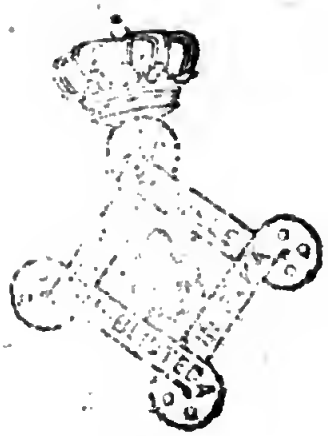
Berey fec

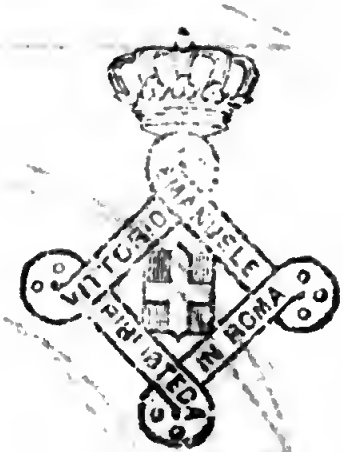
REAL ACADEMIA
DE LA HISTORIA
BIBLIOTECA



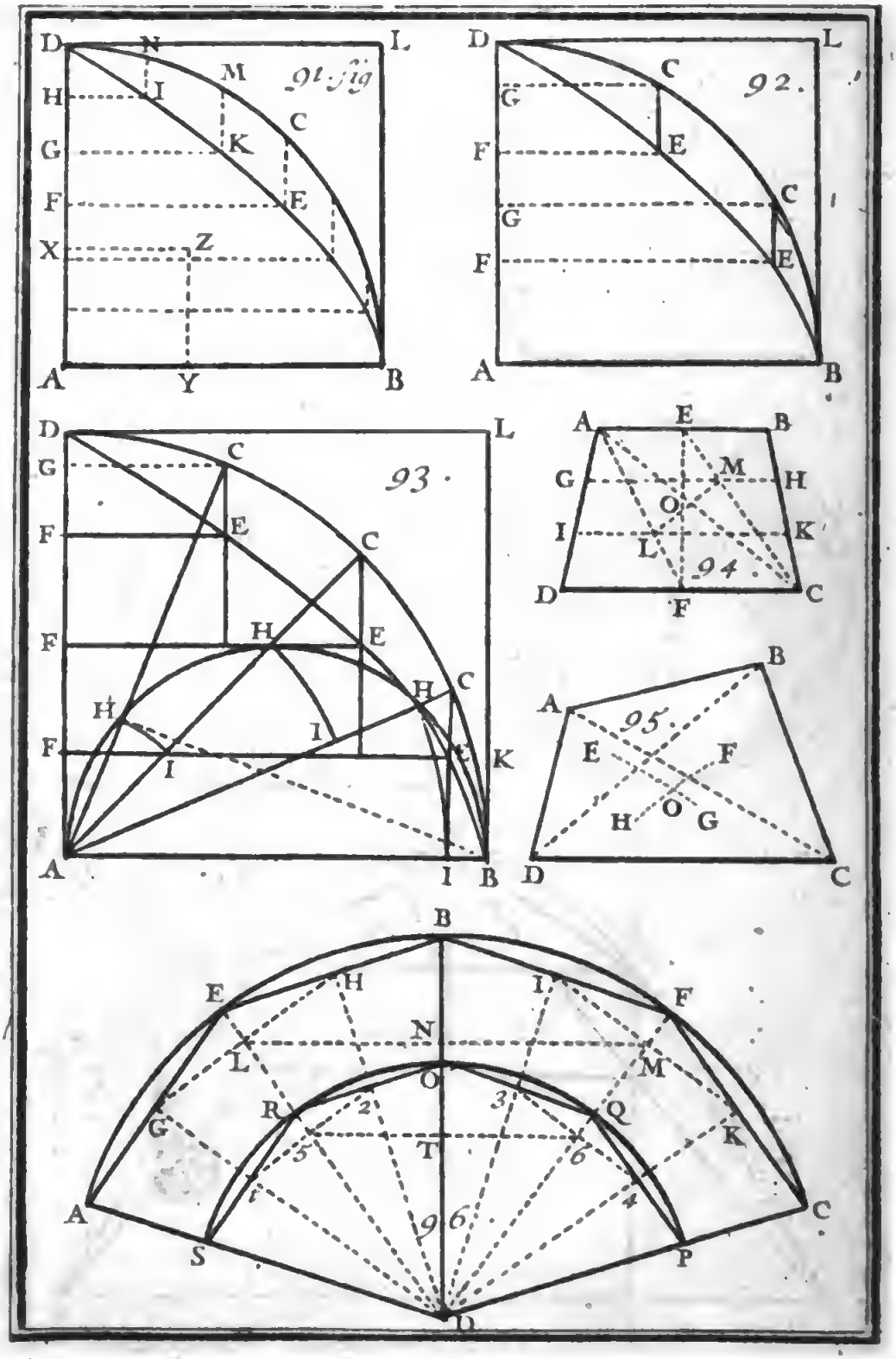

70 fig.
71.
72.
73.
74.
75.
76.
77.
78.
79.
80.

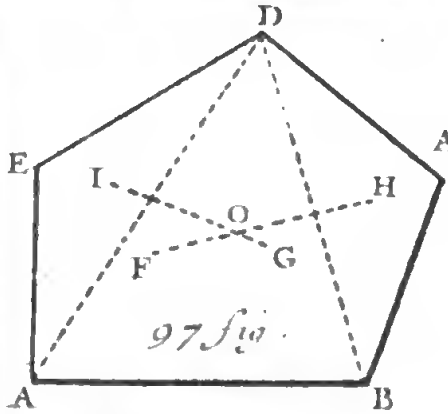

B
E
K
L
F
N
G
O
I
P
M
81 fig.
A
H
C
D
D
E
C
82.
A
F
B
D
G
C
E
H
I
83
A
F
B
B
84.
E
F
G
I
H
L
A
D
C
B
85.
A
D
C
D
C
M
G
N
86.
L
H
F
K
I
A
E
B
D
C
F
H
K
I
87.
M
O
A
L
E
G
B
B
88.
F
E
G
H
I
A
D
C
B
89.
E
A
G
D
C
I
H
A
E
B
90
D
F
C

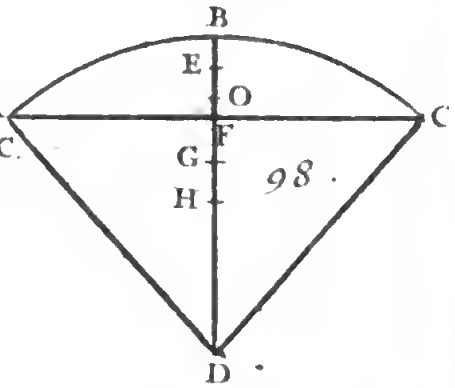


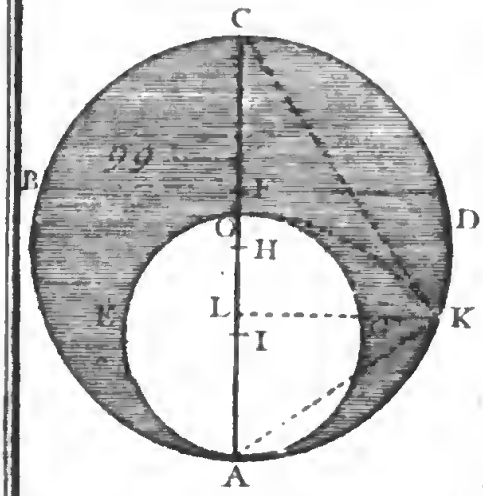


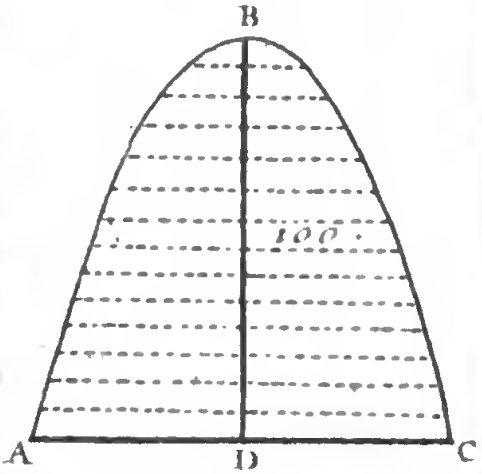
Digitized by Google

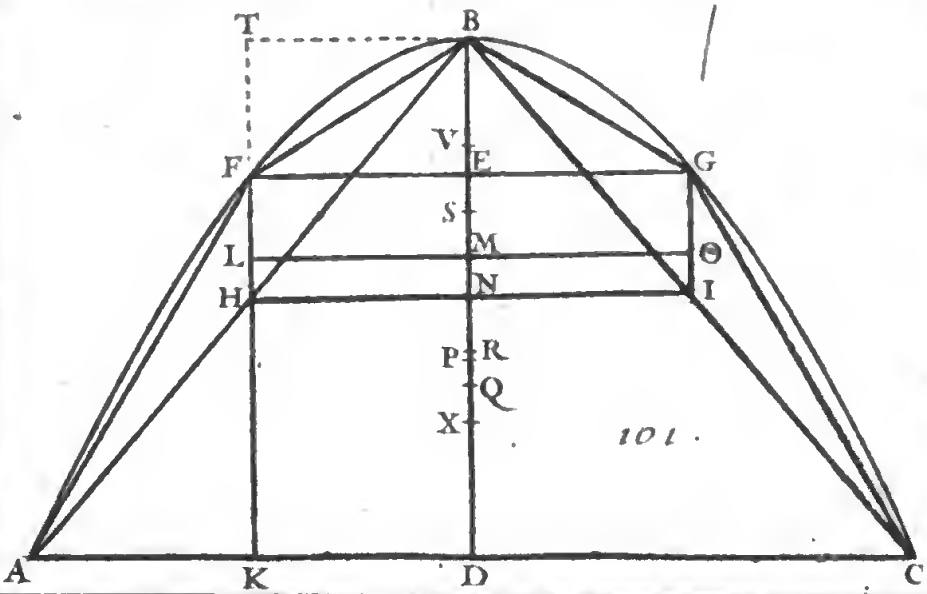

91 fig
92.
93.
94
95.
96

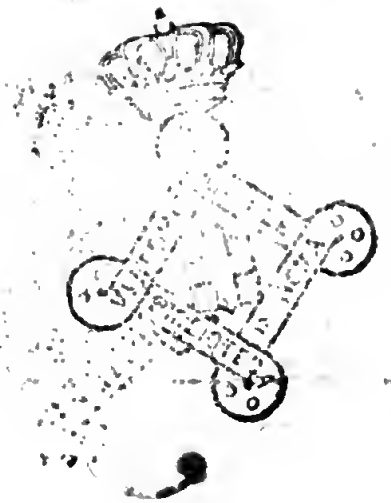

D
E
I
H
O
F
G
A
B
97 fig.


B
E
O
A
C
F
G
H
98.
D

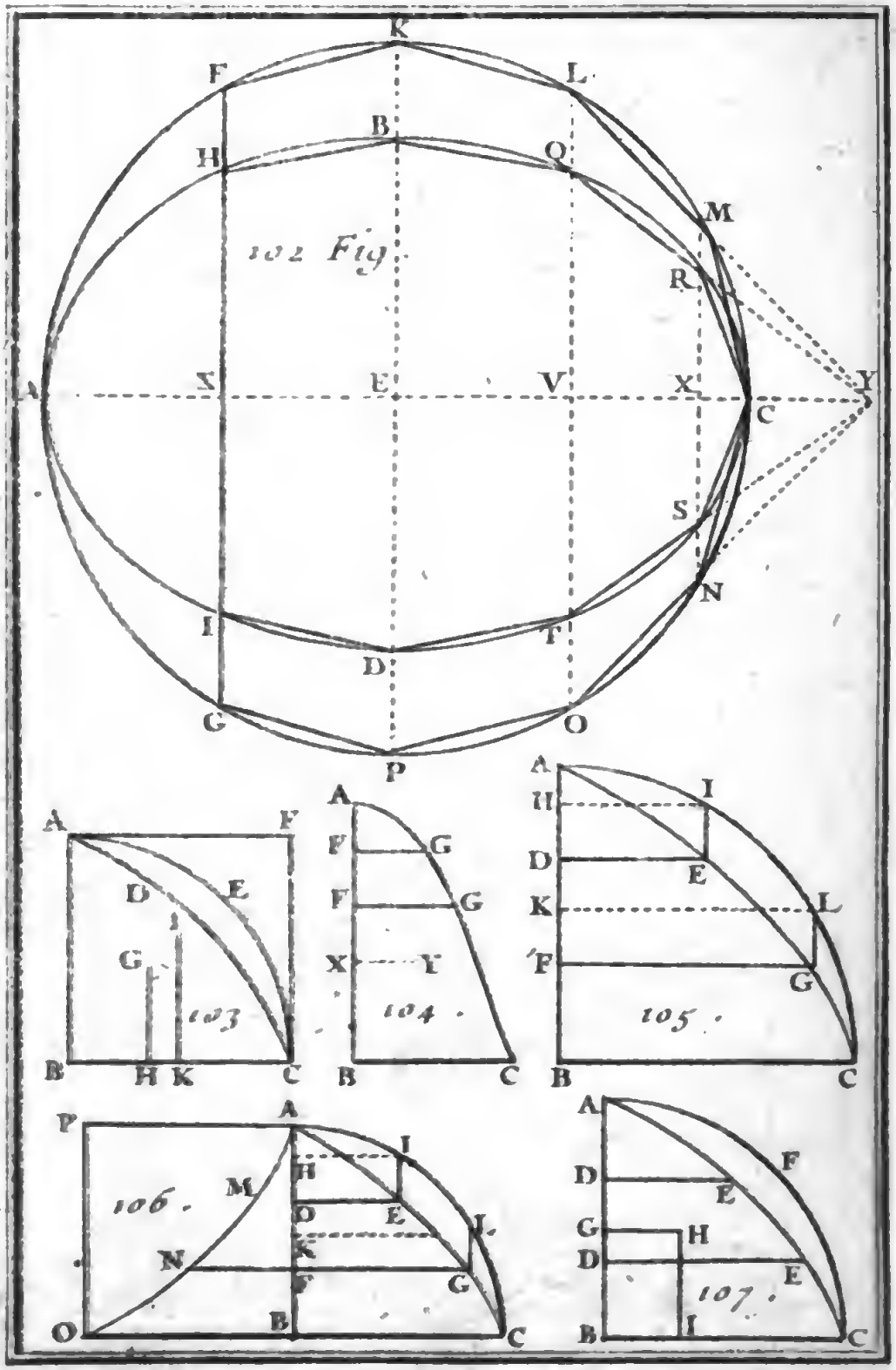

C
99.
B
F
D
O
H
L
E
K
I
A

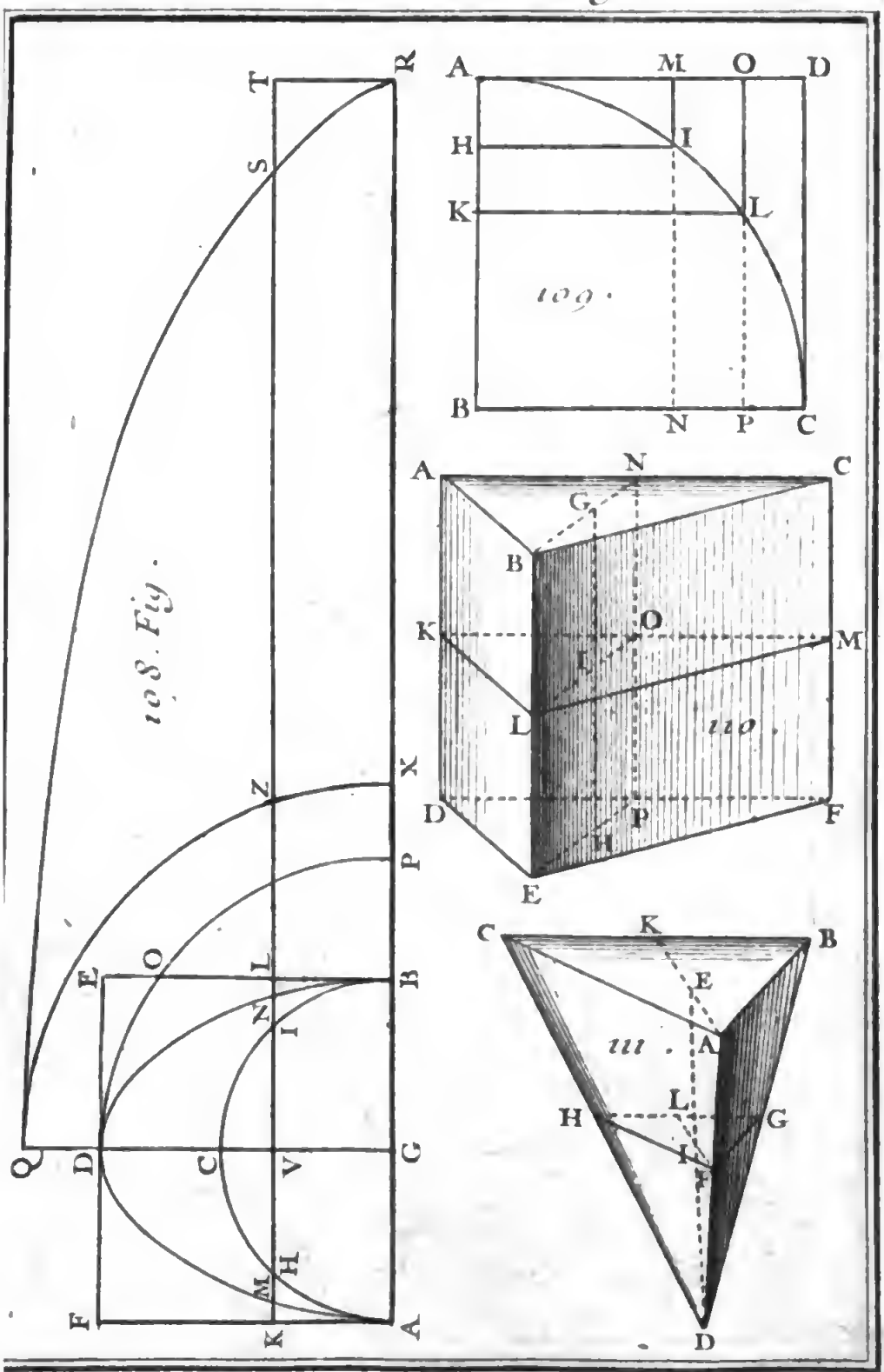

B
100.
A
D
C


T
B
V
F
E
G
S
L
M
O
H
N
I
P
R
Q
X
101.
A
K
D
C

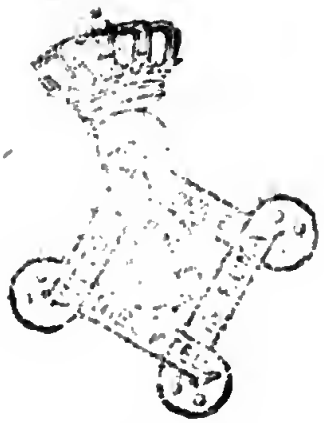


VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
IN ROMA

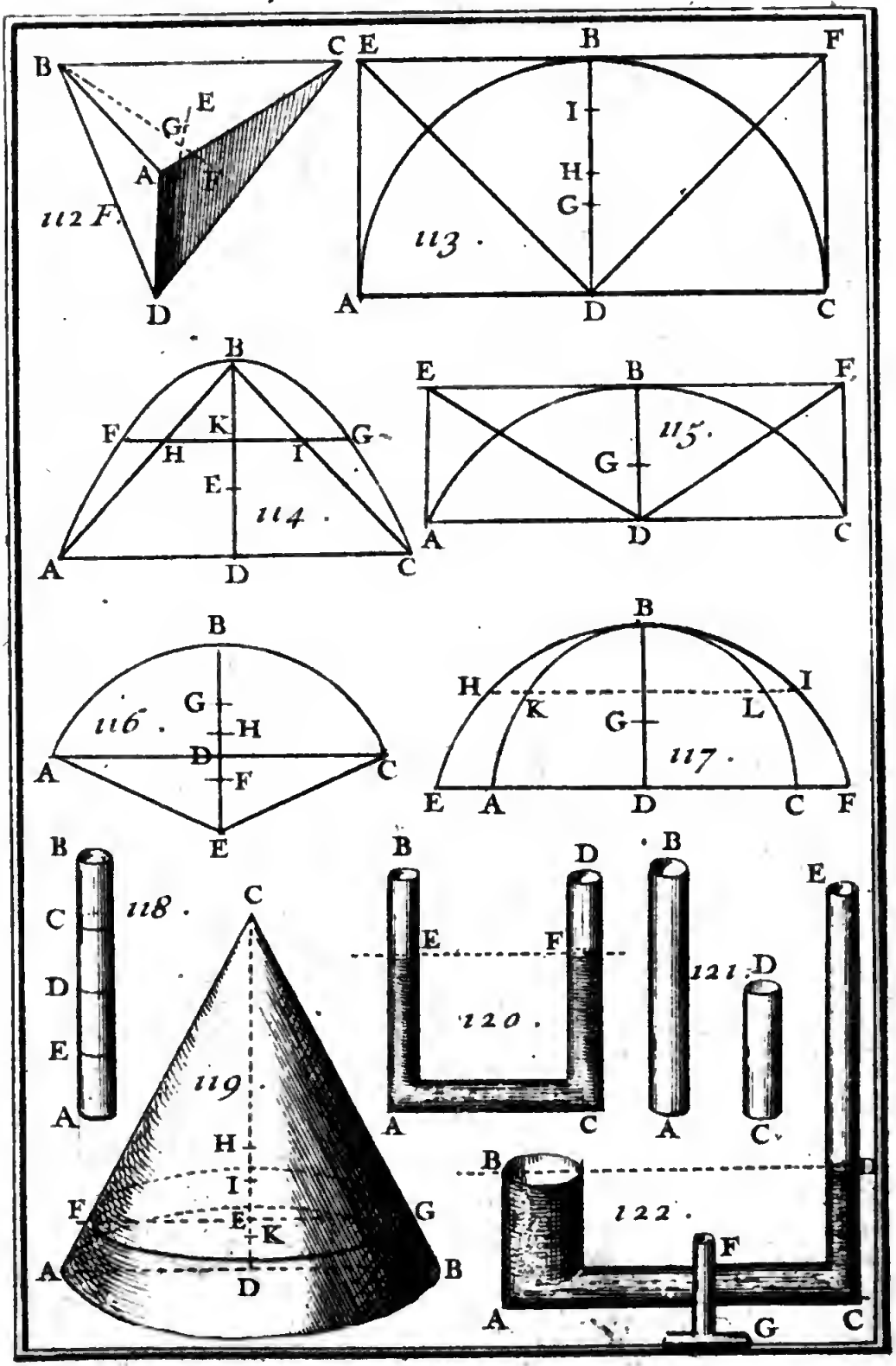

K
F
L
B
H
Q
M
102 Fig.
R
A
X
E
V
X
Y
C
S
N
I
T
D
G
O
P
A
F
D
E
I
G
103
B
H
K
C
A
F
G
F
G
X
Y
104.
B
C
A
I
H
D
E
K
L
F
G
105.
B
C
P
A
I
H
M
D
E
L
N
K
F
G
O
B
C
A
F
D
E
G
H
D
E
107.
B
I
C

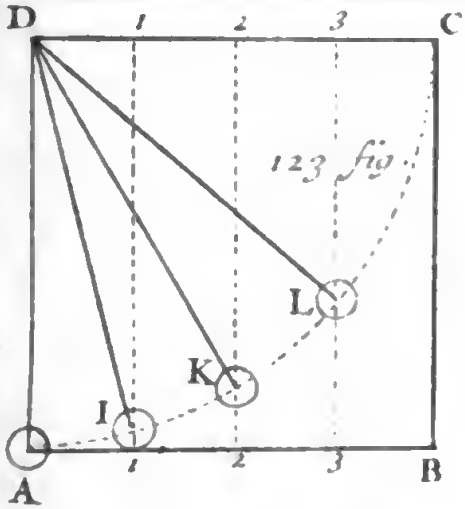


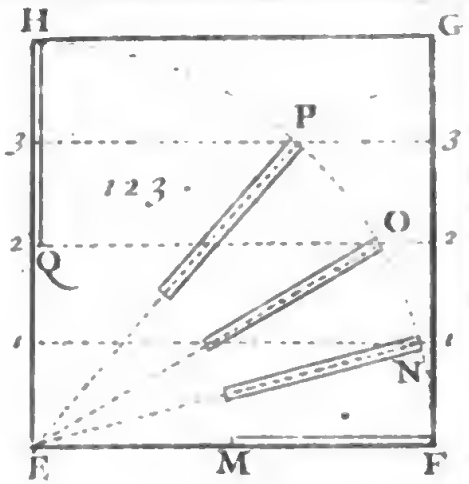
Berey fecit.

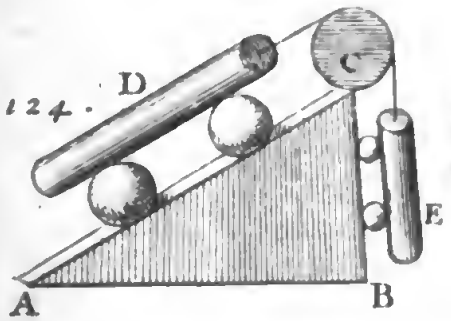


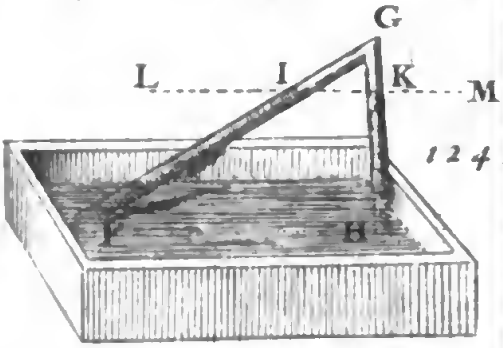
VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
ROMA

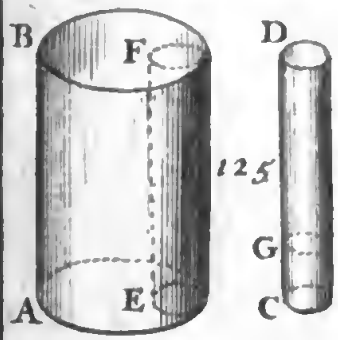

B
C
E
G
A
F
112 F.
D
E
B
F
I
H
G
113.
A
D
C
B
F
K
G
H
I
E
114.
A
D
C
E
B
F
115.
G
A
D
C
B
G
116.
H
D
F
A
C
E
B
H
I
K
G
L
117.
E
A
D
C
F
B
C
D
E
A
118.
C
119.
H
I
F
E
K
G
A
D
B
B
D
E
F
120.
A
C
B
A
121.
D
C
E
B
122.
F
A
G
C


D
1
2
3
C
123 fig.
L
K
I
A
1
2
3
B

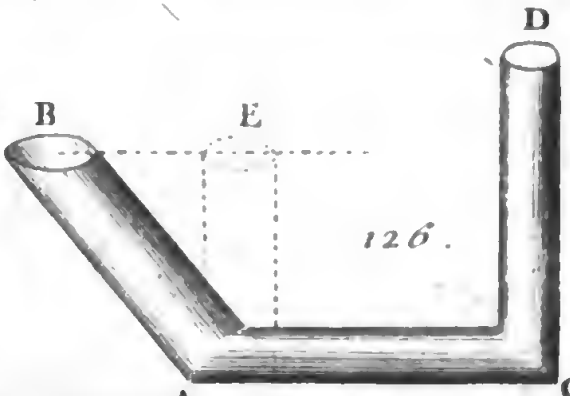

H
G
P
3
3
123.
O
2
Q
2
1
1
N
E
M
F

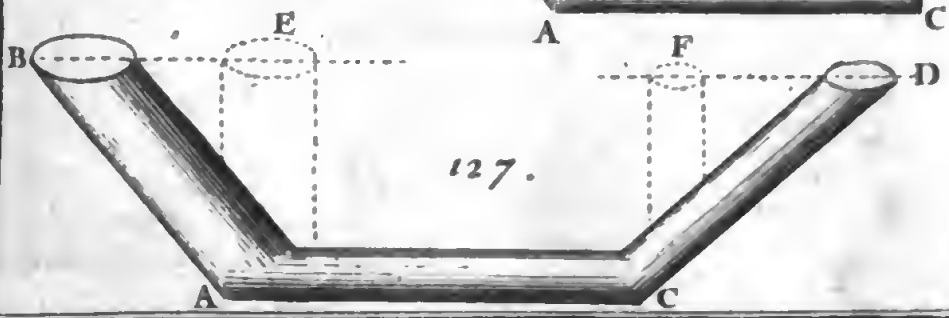

124.
D
C
E
A
B


G
L
I
K
M
124.
F
H

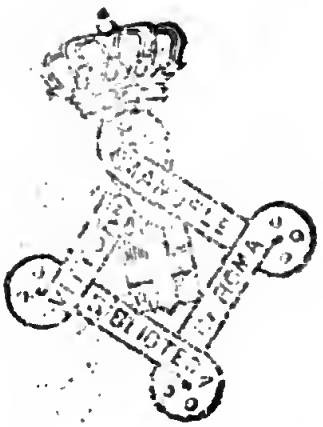

B
F
A
E

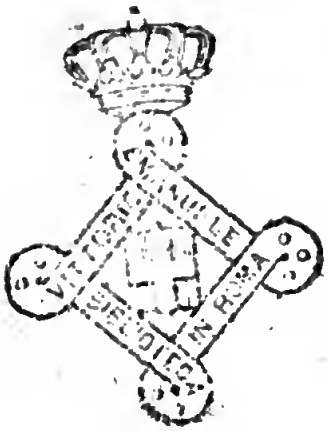
D
125
G
C


D
B
E
126.
A
C

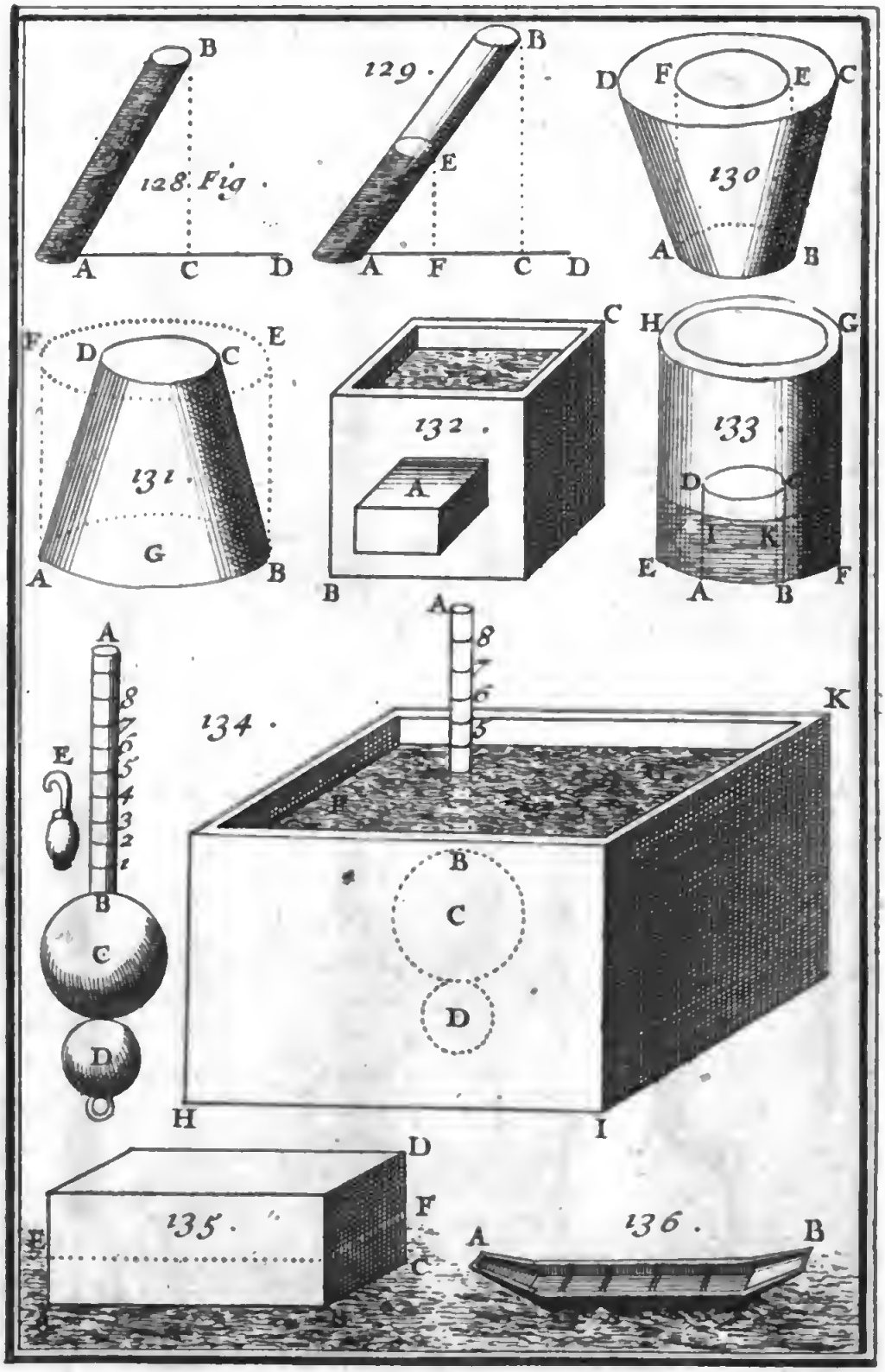

E
B
F
D
127.
A
C

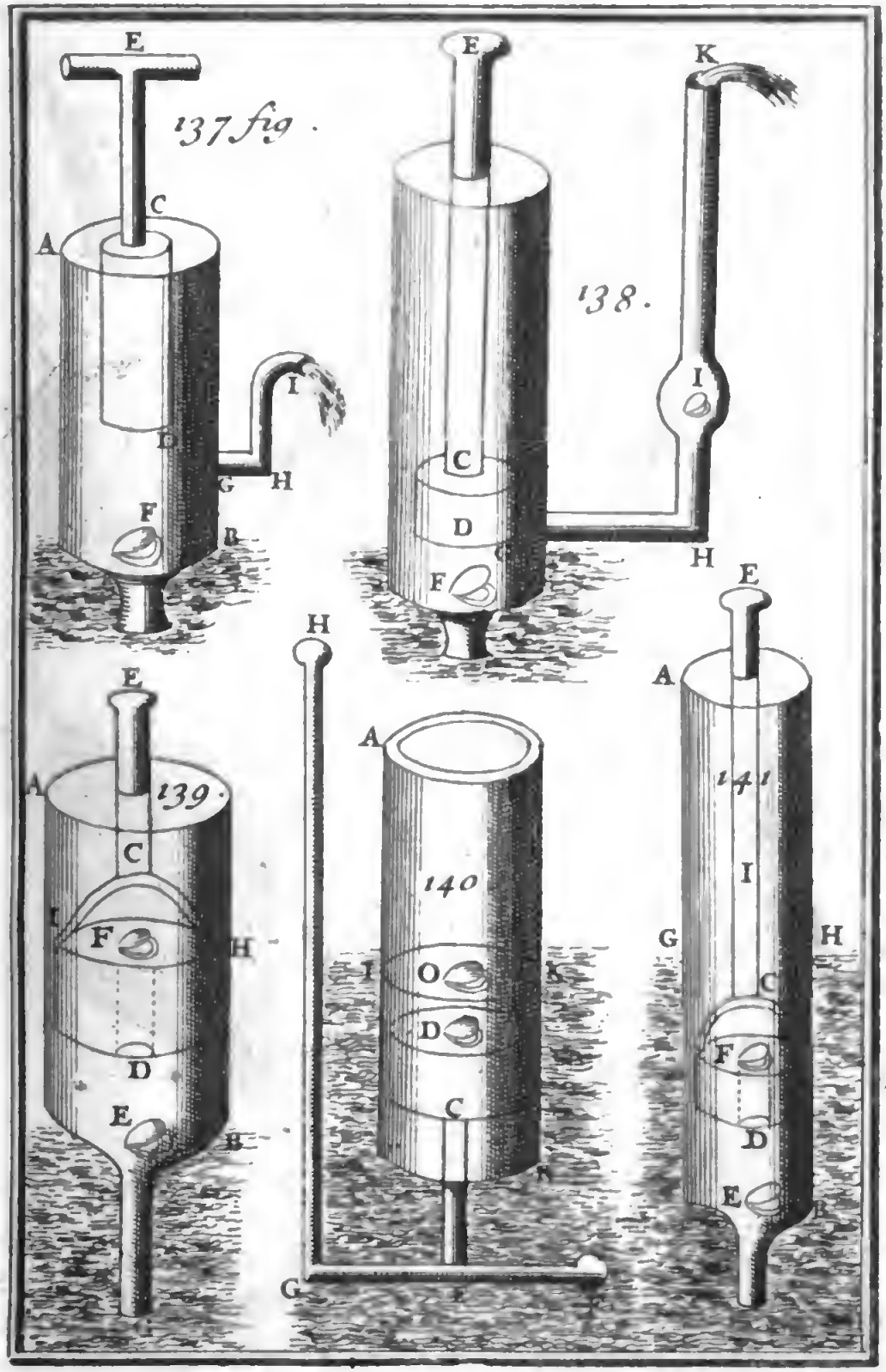
Berey fecit

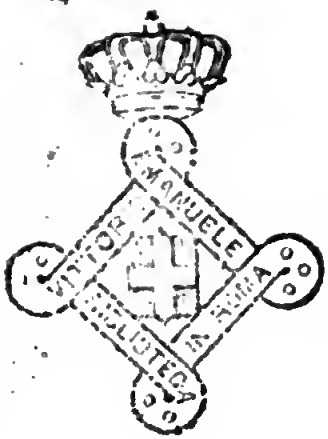

BIBLIOTECA

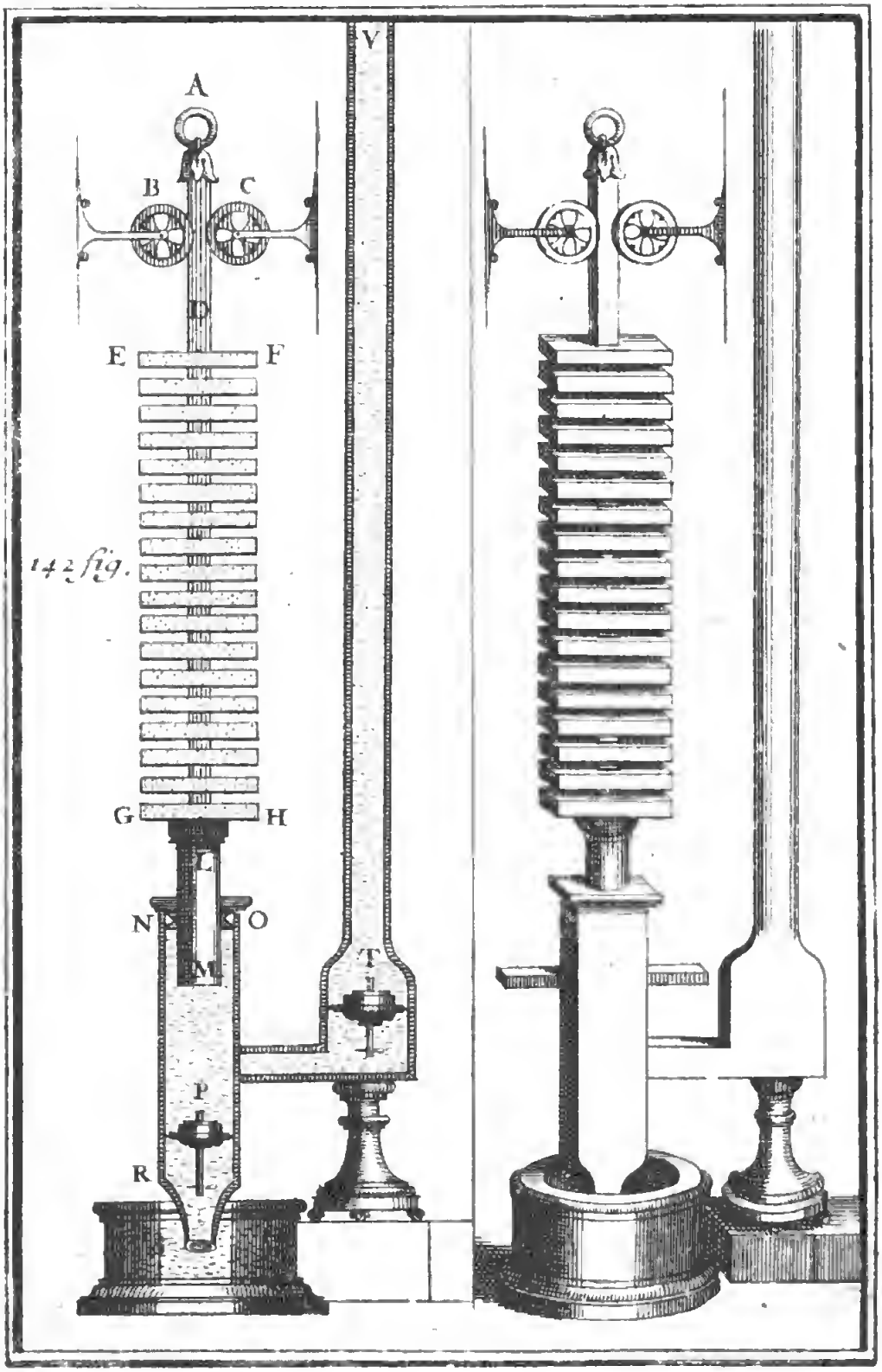


Digitized by Google


B
128 Fig.
A C D
129.
B
E
A F C D
D F E C
130
A B
F D E C
131.
G
A B
C
132.
A
B
H G
133.
D C
I K
E A B F
A
8 7 6 5 4 3 2 1
E
B
C
D
134.
A
8 7 6 5
K
H
B
C
D
H I
D
F
135.
E C
136.
A B

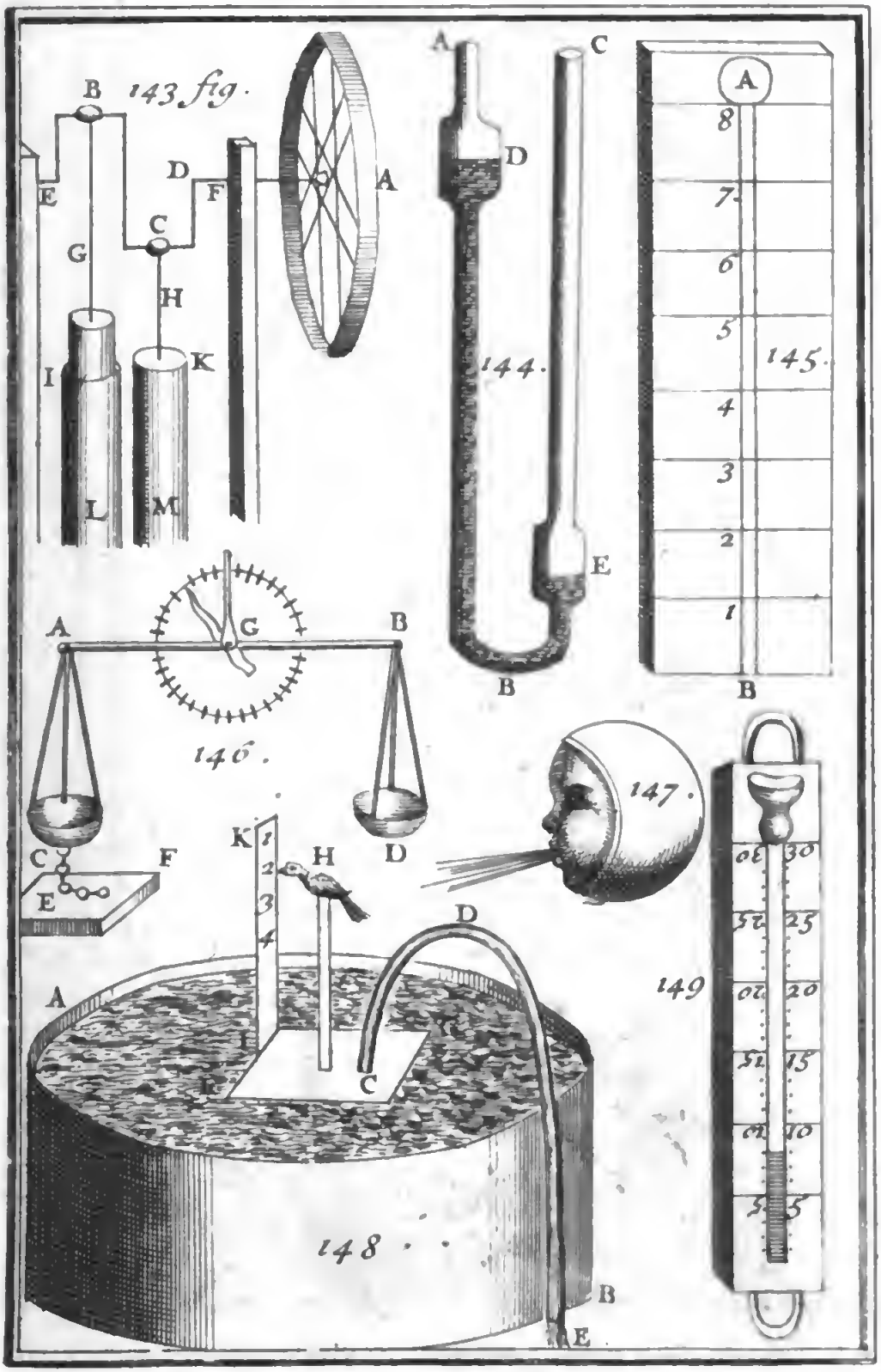

137 fig.
E
C
A
I
D
G
H
F
B
138.
E
K
I
C
D
F
H
E
A
139.
C
I
F
H
D
E
B
H
A
140
I
O
K
D
C
G
E
A
141
I
G
H
C
F
D
E
B

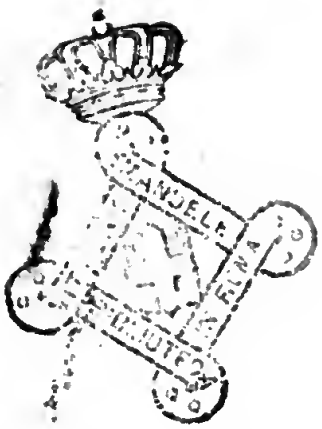

VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
ROMA



142 fig.

Digitized by Google


143 fig.
B
A
D
E
F
C
G
H
I
K
L
M
144.
A
C
D
E
B
145.
A
8
7
6
5
4
3
2
1
B
146.
A
G
B
C
D
F
E
147.
K
H
D
1
2
3
4
A
E
C
148.
B
E
149
30
25
20
15
10
5



TABLE

Des Titres contenus dans la Perſpective.

TRaité de Perſpective. Page 1
Définitions. 1

THEOREMES.

THEOREME I. *Si une ligne droite étant continuée ne paſſe pas par l'œil, ſon apparence dans le Tableau ſera une ligne droite.* 6

THEOR. II. *Si l'on coupe un Cone par un Plan parallele à ſa Baſe, la Section ſera un Cercle.* 6

THEOR. III. *Si l'on coupe un Cone ſcaléne par un Plan qui étant perpendiculaire à la Baſe du Triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle vers la pointe, un autre Triangle ſemblable dans une ſituation contraire; la Section ſera un Cercle.* 8

THEOR. IV. *Si l'on coupe un Cone par un Plan qui étant perpendiculaire à la Baſe du Triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle un autre Triangle diſſemblable vers la pointe, la Section ſera une Ellipſe.* 9

THEOR. V. *Si un Cercle eſt parallele au Tableau, ſon Apparence dans le Tableau ſera auſſi un Cercle.* 11

THEOR. VI. *Si un Cercle n'eſt point parallele au*

Tableau, & que ſon Plan étant continué ne paſſe pas par l'œil, ſon Apparence dans le Tableau ſera ou une Ellipſe, ou un Cercle. 12

THEOR. VII. *Si une ligne droite eſt parallele au Tableau, ſon Apparence dans le Tableau luy ſera parallele.* 12

THEOR. VIII. *Si une ligne droite étant continuée rencontre le Tableau, ſon Apparence étant prolongée dans le Tableau, paſſera par ſon Point accidental.* 13

THEOR. IX. *Si d'un même point il part deux lignes droites égales entre elles, & paralleles au Tableau, leurs Apparences dans le Tableau ſeront auſſi égales entre elles.* 14

THEOR. X. *Si une ligne droite parallele au Tableau eſt diviſée en parties égales, leurs Apparences dans le Tableau ſeront auſſi égales.* 15

THEOR. XI. *Si deux lignes droites égales & paralleles entre elles & au Tableau, ſont également éloignées du Tableau, leurs Apparences dans le Tableau ſeront égales entre elles.* 16

THEOR. XII. *Si de tant de points que l'on voudra d'une ligne droite, qui étant prolongée rencontre le Tableau, on tire autant de lignes droites égales entre elles, & paralleles auſſi entre elles & au Tableau, leurs Apparences ſeront bornées dans le Tableau par des lignes droites, qui étant prolongées paſſeront par le Point accidental de cette ligne droite.* 17

PROBLEMES.

PROBLEME I. *Etant donné un point dans le Plan Geometral, trouver ſon Apparence dans le Tableau.* 18

PROBL. II. *Etant donné un point dans le Plan Geometral, d'où il part une ligne droite perpendiculaire à l'Horizon d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne dans le Tableau.* 20

PROBL. III. *Etant donné dans le Plan Geometral un point, d'où il part une ligne droite inclinée d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne penchante dans le Tableau.* 21

PROBL. IV. *Etant donnée dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite du Plan Geometral, trouver dans le même Plan Geometral la grandeur & la position de cette ligne droite.* 23

PROBL. V. *Etant donnée l'Apparence & l'Assiete dans le Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, trouver la longueur & la hauteur de cette ligne au dessus du même Plan Geometral.* 25

PROBL. VI. *Diviser en parties égales en representation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite située sur le Plan Geometral.* 26

PROBL. VII. *Diviser en parties égales en representation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne objective élevée sur le Plan Geometral.* 29

PROBL. VIII. *D'un point donné sur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une Ligne Geometrale, retrancher une partie égale en representation à une ligne donnée.* 31

PROBL. IX. *D'un point donné sur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, retrancher une partie égale en representation à une ligne donnée.* 34

PROBL. X. *Tirer d'un point donné dans le Tableau, à l'Apparence donnée dans le même Tableau*

d'une ligne geometrale, une parallele en repreſentation. 36

PROBL. XI. *Tirer d'un point donné dans le Tableau à l'Apparence donnée dans le même Tableau d'une ligne droite élevée au deſſus du Plan Geometral, une parallele en repreſentation.* 37

PROBL. XII. *D'un point donné dans le Tableau, tirer une ligne perpendiculaire en repreſentation à une ligne droite donnée dans le même Tableau.* 39

PERSPECTIVE PRATIQUE.

PRATIQUE I. *Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un point donné dans le Plan Geometral.* 44

PRAT. II. *Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite donnée ſur le Plan Geometral.* 47

PRAT. III. *Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une Figure plane donnée ſur le Plan Geometral.* 48

PRAT. IV. *Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé de Quarrez égaux & vûs de face, ſans Plan Geometral.* 50

PRAT. V. *Repreſenter en Perſpective un Plancher de Quarreaux vûs par l'Angle, ſans Plan Geometral.* 51

PRAT. VI. *Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé de Quarrez égaux vûs de face, & entourez d'une Liziere, ſans Plan Geometral.* 53

PRAT. VII. *Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé de Quarrez égaux vûs par l'Angle, & entourez d'une Liziere, ſans Plan Geometral.* 53

PRAT. VIII. *Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé d'Octogones entremêlez de petits Quarreaux, ſans Plan Geometral.* 54

PRAT. IX. *Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé d'Exagones, ſans Plan Geometral.* 54
PRAT. X. *Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un Cercle donné dans le Plan Geometral.* 55
PRAT. XI. *Repreſenter en Perſpective les Aſſietes de pluſieurs Cubes vûs de face, égaux, & également éloignez l'un de l'autre, & mis dans pluſieurs rangs qui aboutiſſent au Point de vûë, ſans Plan Geometral.* 60
PRAT. XII. *Repreſenter en Perſpective un Quarré vû par l'Angle, avec quatre autres petits quarrez auſſi vûs par l'Angle, & ſituez aux quatre Angles du Grand Quarré ſans Plan Geometral.* 60

DES ELEVATIONS OU DE LA SCENOGRAPHIE.

PRATIQUE XIII. *D'un point donné dans le Tableau élever une ligne perpendiculaire à la Ligne de terre d'une grandeur donnée en repreſentation.* 62
PRAT. XIV. *Repreſenter en Perſpective un Priſme droit.* 64
PRAT. XV. *Repreſenter en Perſpective pluſieurs Cubes droits également éloignez entre eux, & mis dans divers rangs paralleles & perpendiculaires au Tableau.* 65
PRAT. XVI. *Repreſenter en Perſpective un Priſme droit concave.* 66
PRAT. XVII. *Repreſenter en Perſpective un Corps droit taludé.* 67
PRAT. XVIII. *Repreſenter en Perſpective deux Pyramides, dont l'une ſoit appuyée ſur ſa Baſe, &*

l'autre élevée ſur ſa Pointe. 68
PRAT. XIX. *Repreſenter en Perſpective un Corps droit concave taludé en dedans & en dehors.* 68
PRAT. XX. *Repreſenter en Perſpective un Profil de Fortification.* 69
PRAT. XXI. *Repreſenter en Perſpective une Croix double élevée à Angles droits ſur le Plan Geometral.* 70
PRAT. XXII. *Repreſenter en Perſpective un Priſme droit élevé ſur l'une de ſes faces obliques.* 71
PRAT. XXIII. *Repreſenter en Perſpective un Priſme incliné à l'Horizon, appuyé ſur un côté, & ſoûtenu par un autre Priſme droit.* 73

DES OMBRES.

REgles des Ombres Solaires, quand le Soleil eſt ſuppoſé hors du Plan du Tableau. 78
Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil eſt ſuppoſé dans le Plan Vertical & dans celuy du Tableau. 84
Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil eſt dans le Plan du Tableau, & hors du Plan Vertical. 88

Pratiques des Ombres Solaires.

PRATIQUE XXIV. *Trouver l'Apparence de l'ombre d'une ligne droite miſe en Perſpective, & perpendiculaire au Plan Geometral, ou bien au Tableau, ou bien au Plan Vertical, ſur l'un de ces Plans, ou de leurs paralleles, quand le Soleil eſt hors du Plan du Tableau.* 94
PRAT. XXV. *Trouver ſur un Plan incliné l'Apparence d'un point élevé au deſſus du Plan Geometral, lorſque le Soleil eſt hors du Plan du Ta-*

bleau. 96

PRAT. XXVI. *Trouver l'Apparence de l'ombre d'un Corps ſur le Plan Geometral, lorſque le Soleil eſt dans le Plan du Tableau.* 98

PRAT. XXVII. *Trouver ſur le Plan Geometral l'Apparence d'un objet percé à jour, quand le Soleil eſt dans le Plan du Tableau.* 100

PRAT. XXVIII. *Repreſenter en Perſpective les ombres qui prennent les figures des Plans ſur leſquels elles donnent.* 101

Pratiques des Ombres d'une petite lumiere.

PRATIQUE XXIX. *Trouver l'Apparence de l'ombre d'un point expoſé à une chandelle.* 103

PRAT. XXX. *Trouver ſur un Plan incliné l'Apparence de l'ombre d'un point expoſé à une petite lumiere.* 105

PRAT. XXXI. *Trouver à la lumiere d'une chandelle l'ombre d'un Corps élevé en l'air.* 105

Fin de la Table des Titres.

Extrait du Privilege du Roy.

PAr grace & Privilege du Roy, il eſt permis au ſieur Ozanam, Profeſſeur en Mathematique, de faire imprimer, vendre & diſtribuer un Livre intitulé *Cours de Mathematique, qui comprend toutes les parties de cette Science les plus utiles & les plus neceſſaires, &c. Avec des Recreations Mathematiques & Phyſiques, &c.* en un ou pluſieurs Volumes, conjointement ou ſeparement, en telle marge, grandeur, & caractere qu'il voudra, durant le temps de quinze années, à commencer du jour que ledit Ouvrage ſera achevé d'imprimer, avec défenſes à tous Libraires, Imprimeurs, & à toute autre perſonne, d'imprimer, faire imprimer ledit Ouvrage ſous pretexte de correction, d'augmentation, changement de titre, ni autrement, à peine de deux mille livres d'amende, & autres peines portées par ledit Privilege. DONNE' à Verſailles le onziéme jour de Janvier l'an de grace 1692. Signé, Par le Roy en ſon Conſeil, BOUCHER.

Et ledit ſieur Ozanam a cedé le preſent Privilege à Jean Jombert, Libraire à Paris, ſuivant l'accord fait entre eux.

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, le 21. *Janvier* 1692. Signé P. AUBOÜIN. Syndic.

TRAITE'

TRAITE'
DE
PERSPECTIVE.

LA *Perſpective* eſt l'Art de repreſenter les Objets viſibles, comme ils paroiſſent à l'œil dans le Tableau, que pour cette fin l'on ſuppoſe tranſparent, & ordinairement perpendiculaire à l'Horizon, & placé entre l'œil & l'objet. Cette repreſentation ſe fait en tirant de tous les points de l'objet juſqu'à l'œil des Rayons, qui rencontrent le Plan du Tableau en des points qui ſont les apparences ou repreſentations de ceux de l'objet.

On conſidere dans la Perſpective ſur tout l'œil, l'Objet, le Plan du Tableau, le Plan Geometral, le Plan Vertical, & un quatriéme Plan, qu'on appelle Plan horizontal, ce qui a donné lieu aux Définitions ſuivantes.

DEFINITIONS.

LE *Plan Geometral*, eſt une Surface plane paralele à l'Horizon, placée plus bas que l'œil,

Planche 1. 1. Fig. comme ABCD, dans laquelle on imagine les Objets visibles sans aucun changement, si ce n'est que quelquefois ils sont reduits de grand en petit, & sur laquelle on décrit l'Assiete de l'Objet que l'on veut representer en Perspective.

L'*Assiete* d'un point d'un objet, qui est hors du Plan Geometral, est un point de ce Plan où tombe une ligne perpendiculaire du point proposé. Ainsi l'on connoîtra que l'Assiete de l'extremité 2 du Bâton incliné 1, 2, est le point 3, où le Plan Geometral ABCD se trouve coupé par la ligne 2, 3, qui luy est perpendiculaire, ce qui fait que le Plan Geometral ABCD a été aussi appellé par quelques-uns *Plan d'assiete.*

Le *Tableau* est une Surface plane, que l'on suppose transparente comme du verre, & que l'on suppose ordinairement perpendiculaire au Plan Geometral, comme FGHI, que l'on place toûjours à quelque distance entre l'œil & les objets, pour y pouvoir representer ces objets en Perspective, ce qui fait que le Tableau a été appellé *Plan perspectif.*

Il arrive quelquefois que le Tableau est incliné, c'est à dire qu'il n'est pas perpendiculaire au Plan Geometral, ou à l'Horizon, & que sa Surface est courbe, comme quand on veut peindre sur la Surface d'une Voute, mais comme cela n'est pas ordinaire, nous concevrons dans la suite le Tableau comme un Plan perpendiculaire à l'Horizon.

La *Ligne de terre* est la commune section du Plan Geometral & du Tableau, comme FG, sur laquelle s'appuye le Tableau, ce qui fait que cette ligne est aussi appellée *Base du Tableau.*

Le *Plan Horizontal* est une Surface plane, qui passant par l'œil est perpendiculaire au Plan du Tableau, & par consequent parallele à l'Horizon,

comme OPQR, qui paſſe par l'œil que nous ſuppoſons au point E.

La *Ligne Horizontale* eſt la ligne droite dans laquelle le Plan Horizontal & le Plan du Tableau s'entrecoupent, comme VX, qui eſt neceſſairement parallele à la Ligne de terre FG.

Le *Rayon principal* eſt une ligne droite tirée de l'œil perpendiculairement au Plan du Tableau, comme ES, qui ſe rencontre neceſſairement dans le Plan Horizontal.

Le *Point de vûë*, qu'on appelle auſſi *Point principal*, & *Point de l'œil*, eſt le point où le Tableau ſe trouve coupé par le Rayon principal, comme S, qui eſt neceſſairement dans la Ligne Horizontale VX.

Le *Point de diſtance* eſt un point de la Ligne Horizontale, éloigné du Point de vûë d'une diſtance égale au Rayon principal, comme V, ou X, les lignes SV, SX, étant égales chacune au Rayon principal ES.

Le *Plan Vertical* eſt une Surface plane, qui paſſant par le Rayon principal eſt perpendiculaire à l'Horizon, & par conſequent au Plan Geometral, & au Tableau, comme KLMN, auquel la Ligne de terre FG, & la Ligne Horizontale VX ſont neceſſairement perpendiculaires.

La *Ligne de ſtation* eſt la Ligne droite dans laquelle le Plan Vertical coupe le Plan Geometral, comme KL, qui eſt neceſſairement parallele au Rayon principal, & par conſequent perpendiculaire au Tableau.

La *Ligne Verticale* eſt la Ligne droite, dans laquelle le Tableau ſe trouve coupé par le Plan Vertical, comme ST, qui eſt neceſſairement perpendiculaire à la Ligne de ſtation KL, & au Rayon principal EL, parce qu'elle eſt perpendiculaire au

Plan Geometral, & au Plan Horizontal.

La *Hauteur de l'œil* eſt une ligne droite, qui paſſant par l'œil eſt perpendiculaire au Plan Geometral, comme EK, qui eſt neceſſairement parallele & égale à la Ligne Verticale ST.

Planche 1. 2. Fig. Le *Point accidental* d'une ligne droite eſt le point où le Tableau ſe trouve coupé par une ligne droite tirée de l'œil parallelement à la ligne propoſée. Ainſi l'on connoîtra que le Point accidental de la ligne 5K, ou de ſa parallele 9L eſt le point S. D'où il eſt aiſé de conclure, que toutes les lignes paralleles au Tableau n'ont aucun Point accidental, & que toutes les autres qui ſont paralleles entre elles, ont un même Point accidental. On connoît auſſi facilement que toutes les lignes droites qui ſont perpendiculaires au Tableau, ont pour Point accidental le Point principal S, & que celles qui font avec le Tableau un Angle demi-droit, ont pour Point accidental l'un des deux Points de diſtance.

Le *Plan*, ou l'*Ichnographie* de quelque objet qu'on appelle auſſi *Aſſiete*, eſt ſa Projection Ortographique ſur le Plan Geometral. Ainſi l'on connoît que le Plan d'un Cylindre droit eſt un Cercle, & que le Plan d'un Cube droit eſt un Quarré.

On appelle *Projection Ortographique* d'un objet la figure qui ſe forme ſur le Plan Geometral, en tirant de tous les points de l'objet des lignes droites perpendiculaires au même Plan Geometral.

Mais on appelle *Front* la Projection ortographique d'un objet ſur un Plan parallele au Tableau : & *Profil* la Projection ortographique d'un objet ſur un Plan parallele au Plan Vertical.

La *Repreſentation*, ou l'*Apparence* d'un point de quelque objet eſt un point où le Tableau ſe trouve coupé par une ligne droite tirée de l'œil au point de

l'objet proposé. Ainsi l'on connoît que l'Apparence du point M est le point *m*, & que l'Apparence du point N est le point *n*, & que par conséquent l'Apparence de la ligne MN est *mn*. Planche 1. 2. Fig.

Il est évident que si une ligne droite de quelque objet étant continuée ne passe pas par l'œil, son Apparence sera une ligne droite du Tableau, où il sera coupé par une Surface plane qui sera composée d'une infinité de lignes tirées de tous les points de la ligne proposée, & aboutissant à l'œil, comme autant de Rayons visuels, comme nous démontrerons plus particulierement au *Theor.* 1.

Il est évident aussi que si une Surface de quelque objet étant continuée ne passe pas par l'œil, son apparence sera une partie du Tableau, comprise entre les apparences des lignes qui bornent cette Surface. Ainsi en supposant que la Surface 5, 6, 7, 9, du Cube 5, L, 8, étant continuée, ne passe pas par l'œil E, son apparence sera la partie 1, 2, 3, 4, comprise entre les apparences 12, 23, 34, 14, des lignes 59, 97, 76, 56, qui bornent la Surface proposée 5, 6, 7, 9.

Enfin il est évident que si quelque partie d'un objet touche le Tableau, son apparence sera au même endroit du Tableau où elle le touche. Ainsi l'on connoîtra que l'apparence de l'extremité P du Bâton incliné OP, qui touche le Tableau FGHI au point P, est le même point P.

Il suit de ce que nous venons de dire, que toutes les parties des objets qui sont plus bas que l'œil, ou que le Plan horizontal, doivent être representées dans le Tableau au dessous de la Ligne Horizontale VX; & que tout au contraire celles qui sont au dessus du Plan Horizontal, ou plus élevées que l'œil, doivent être representées dans le Tableau au

dessus de la même Ligne Horizontale VX : & qu'enfin tous les objets qui sont à l'égard de l'œil à droite du Plan Vertical, doivent être representez dans le Tableau à la droite de la Ligne Verticale, & à la gauche ceux qui sont à la gauche du même Plan Vertical.

THEOREMES.

THEOREME I.

Si une ligne droite étant continuée ne passe pas par l'œil, son apparence dans le Tableau sera une ligne droite.

Planche 1. 2. Fig.

SI la ligne droite MN étant continuée ne passe pas par l'œil E, je dis que son apparence *mn* dans le Tableau FGHI, est une ligne droite, parce que son Plan triangulaire MEN, que composent tous les Rayons visuels tirez de l'œil E par tous les points de la ligne MN, ne peut couper le Plan du Tableau FGHI que par une ligne droite, *par* 3. 11.

THEOREME II.

Si l'on coupe un Cone par un Plan parallele à sa Base, la Section sera un Cercle.

Planche 2. 3. Fig.

QUoique ce Theorême soit évident de luy-même, parce qu'un Cone est composé d'une infinité de Cercles paralleles entre eux & à sa Base qui est aussi un Cercle, ce qui a fait que dans la Gnomonique & dans la Geometrie, nous l'avons supposé comme démontré ; neanmoins afin que rien ne manque dans ce petit Cours de Mathematique, je démontreray que si le Cone ABCD est coupé par un Plan GKH parallele à la Base ADC, qui est un

Cercle, la Section GKH eſt auſſi un Cercle, en cette ſorte. Planche 2. 3. Fig.

Si l'on tire de la pointe B du Cone par le Centre E de la Baſe ADCF, qui eſt un Cercle, l'Axe BE, & que l'on coupe le Cone ABCD par un Plan qui paſſe par ſon Axe BE, la Section ſera le Triangle ABC, lequel à cauſe de cela eſt appellé *Triangle de l'Axe*, qui ſe trouvera coupé par le Plan GKH parallele à la Baſe ADCF, par la droite GH, qui *par* 16. 11. ſera parallele au Diametre AC, parce que ces deux lignes AC, GH, ſont les Sections des deux Plans paralleles ADC, GHK, par le troiſiéme Plan ABC. C'eſt pourquoy les deux Triangles AEB, GIB, ſeront ſemblables, auſſi-bien que les deux BEC, BIH, & la raiſon des deux lignes AE, GI, ſera égale à celle des deux CE, HI, parce que chacune de ces deux Raiſons eſt égale à celle des deux lignes BE, BI. D'où il ſuit que comme les deux lignes AE, CE, ſont égales entre elles, parce que le point E eſt le Centre du Cercle ADCF, auſſi les deux GI, HI, ſont égales entre elles.

Si par le point F pris à diſcretion ſur la circonference ADC, l'on tire à la pointe B du Cone ABCD, la droite BF, qui ſera ſur la Surface de ce Cone, & coupera le Plan GHK au point K, & qu'on mene les droites EF, IK, elles ſeront paralleles entre elles, *par* 16. 11. parce qu'elles ſont les Sections des deux Plans paralleles ADC, GKH, & du troiſiéme Plan EBF, ce qui rend ſemblables les deux Triangles BIK, BEF, & *par* 4. 6. la raiſon des deux lignes EF, IK, ſera égale à celle des deux BE, BI, & par conſequent à celle des deux AE, GI, & encore à celle des deux CE, HI, d'où il eſt aiſé de conclure, que comme les deux AE, CE, ſont égales entre elles, auſſi-bien que les deux GI, HI, auſſi les trois

IG, IH, IK, ſont égales entre elles, & que par conſequent la Section GKH eſt un Cercle. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

Si l'on coupe un Cone ſcaléne par un Plan qui étant perpendiculaire à la Baſe du Triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle vers la pointe, un autre Triangle ſemblable dans une ſituation contraire; la Section ſera un Cercle.

Planche 2, 4. Fig. JE dis que ſi le Cone ſcaléne ABCD eſt coupé par un Plan perpendiculaire à la Baſe AC du Triangle de l'Axe ABC, en ſorte que le Triangle BEF terminé par la Section EF de ce Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC ſoit ſemblable au même Triangle ABC, dans une ſituation contraire, ce qui s'appelle *Section ſoucontraire*, c'eſt à dire que l'Angle BEF ſoit égal à l'Angle ACB, & l'Angle BFE à l'Angle BAC, la Section EKF du Cone & du même Plan coupant eſt un Cercle.

DEMONSTRATION.

Si par le point G pris à diſcretion ſur la commune Section EF du Plan coupant EKF & du Triangle de l'Axe ABC, l'on tire la ligne HI parallele au Diametre AC de la Baſe ADC du Cone, & que par cette ligne HI l'on faſſe paſſer un Plan parallele à la même Baſe ADC, la Section HKI de ce Plan & du Cone ſera un Cercle, dont le Diametre eſt HI, *par Theor.* 2. & parce que tant le Plan HKI, que le Plan EKF eſt perpendiculaire au Triangle de l'Axe ABC, leur commune Section GK ſera perpendiculaire au même Triangle ABC, *par* 19. 11. & par

conſequent aux deux lignes HI, EF: & parce que chacun des deux Triangles BEF, BHI, eſt ſemblable au Triangle de l'Axe ABC, ils ſeront ſemblables entre eux, & l'Angle F ſera égal à l'Angle H, & l'Angle E à l'Angle I, ce qui rend ſemblables les Triangles EGH, IGF, & l'on connoîtra *par* 4. 6. que les quatre lignes GH, GE, GF, GI, ſont proportionnelles, & *par* 16. 6. que les Rectangle des deux lignes GE, GF, eſt égal à celuy des deux GH, GI, c'eſt à dire *par* 35. 3. au quarré de la ligne GK; d'où il eſt aiſé de conclure que la Section EKF eſt un Cercle. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 2. 4. Fig.

THEOREME IV.

Si l'on coupe un Cone par un Plan qui étant perpendiculaire à la Baſe du Triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle un autre Triangle diſſemblable vers la pointe, la Section ſera une Ellipſe.

JE dis que ſi l'on coupe le Cone ABCD, dont la Baſe eſt le Cercle ADC, & le Triangle de l'Axe eſt ABC, par un Plan qui ſoit perpendiculaire à la Baſe AC, du Triangle de l'Axe ABC, en ſorte que coupant les deux côtez AB, AC, de ce Triangle aux deux points E, F, il retranche du même Triangle de l'Axe ABC le petit Triangle diſſemblable BEF, dont la Baſe EF eſt la commune Section du Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC; la Section ENFH de ce Plan coupant & du Cone eſt une *Ellipſe*, ſçavoir une Figure plane terminée par une ligne courbe, où les quarrez des Ordonnées à un Diametre, comme au Diametre EF, ſont proportionnels aux Rectangles ſous les parties correſpondantes du même Diametre. 5. Fig.

Planche 2. 5. Fig.

PREPARATION.

Que l'on coupe par la penſée le Cone ABCD, par un Plan, qui paſſant entre les extremitez E, F, de la ligne EF, qu'on appelle *Diametre de Section*, ſoit parallele à la Baſe ADC du Cone ABC, pour avoir par cette Section le Cercle GLHM, dont le Diametre GH étant la commune Section du Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC, ſera parallele au Diametre AC de la Baſe ADC.

Que l'on coupe encore le Cone ABCD par un autre Plan, qui paſſant entre les mêmes extremitez E, F, du Diametre de Section EF, ſoit auſſi parallele à la Baſe ADC du Cone ABCD, pour avoir par cette ſeconde Section le Cercle INKO, dont le Diametre IK étant la commune Section de ce ſecond Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC, ſera parallele à la Baſe AC du même Triangle ABC, & par conſequent au Diametre GH.

Enfin tirez par les points oppoſez L, M, où la Section ENFH ſe trouve coupée par le Cercle GLHM, la droite LM qui ſera diviſée à Angles droits & en deux également par le Diametre de Section EF, au point P, où les deux Diametres EF, GH, s'entrecoupent. Pareillement tirez par les deux points oppoſez N, O, où la même Section ENFH ſe trouve coupée par le Cercle INKO, la droite NO, qui ſera auſſi coupée à Angles droits & en deux également par le Diametre de Section EF, au point R, où les deux Diametres EF, IK, s'entrecoupent. D'où il ſuit que les deux lignes LM, NO, ſont des Ordonnées au Diametre EF, & que ce Diametre EF eſt un Axe.

Plan-
che 2.
5. Fig.

DEMONSTRATION.

Cette Preparation étant faite, on aura dans les Triangles ſemblables GPE, IRE, cette Analogie, GP, IR::EP, ER, & dans les deux ſemblables HPF, KRF, on aura celle-cy, HP, KR::FP, FR : & ſi des termes homologues de ces deux Analogies on forme des Rectangles, comme vous voyez ici, on aura cette troiſiéme Analogie,

GP, IR :: EP, ER.
HP, KR :: FP, FR.

GPHP, IRKR::EPFP, ERFR.

GPHP, IRKR::EPFP, ERFR, dans laquelle mettant à la place des deux premiers termes, ſçavoir du Rectangle des lignes GP, HP, & du Rectangle des lignes IR, KR, les deux Quarrez PL, RN, qui leurs ſont égaux, par la nature du Cercle, on connoîtra que le Quarré PL, eſt au Quarré RN, comme le Rectangle des lignes EP, FP, eſt au Rectangle des lignes ER, FR, & que par conſequent la Section ENFH eſt une Ellipſe. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME V.

Si un Cercle eſt parallele au Tableau, ſon Apparence dans le Tableau ſera auſſi un Cercle.

SI l'on imagine par tous les points du Cercle propoſé autant de Rayons qui aboutiſſent à l'œil, il ſe formera un Cone, dont la pointe ſera l'œil, & la baſe ſera le Cercle : & comme ce Cone ſe trouve coupé par un Plan parallele à ſa baſe, ſçavoir par

le Tableau, il s'enſuit, *par Theor.* 2. que la Section ou l'Apparence eſt un Cercle. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME VI.

Si un Cercle n'eſt point parallele au Tableau, & que ſon Plan étant continué ne paſſe pas par l'œil, ſon Apparence dans le Tableau ſera ou une Ellipſe, ou un Cercle.

SI l'on imagine par tous les points du Cercle propoſé autant de Rayons qui aboutiſſent à l'œil, il ſe fera comme deſſus, un Cone qui ſera coupé obliquement par le Plan du Tableau, & dont par conſequent la Section ne peut être qu'une Ellipſe, *par Theor.* 4. à moins que la Section du Cone ne ſoit ſoucontraire, auquel cas elle ſeroit un Cercle, *par Theor.* 3.

THEOREME. VII.

Si une ligne droite eſt parallele au Tableau, ſon Apparence dans le Tableau luy ſera parallele.

Planche 1. 2. Fig.

SI la ligne 6, 7, eſt parallele au Tableau FGHI, je dis que ſon Apparence 3, 4, luy eſt parallele: car ſi l'on imagine le long de la ligne propoſée 6, 7, un Plan parallele au Tableau, comme le Plan 5, 6, 7, 9, les Sections de ces deux Plans paralleles FGHI, 5 6 7 9, par le troiſiéme Plan Triangulaire 6E7, ſçavoir 6, 7, & 3, 4, ſeront paralleles, *par* 16. 11.

COROLLAIRE.

Il ſuit de cette Propoſition, que ſi la ligne pro-

poſée eſt parallele à la Ligne de terre FG, comme 5, 6, ſon Apparence 1, 4, ſera auſſi parallele à la Ligne de terre FG: & que ſi la ligne propoſée eſt parallele au Plan Vertical, ou perpendiculaire à l'Horizon, comme 5, 9, ſon Apparence 1, 2, ſera perpendiculaire à la Ligne de terre FG: & enfin que ſi la ligne propoſée eſt inclinée à l'Horizon, comme 5, 7, ſon Apparence 1, 3, ſera ſemblablement inclinée, en ſorte qu'étant prolongée autant qu'il en ſera beſoin, elle fera avec la Ligne de terre FG, un Angle égal à celuy que fait la ligne propoſée avec le Plan Geometral. Planche 1. 2. Fig.

THEOREME VIII.

Si une ligne droite étant continuée rencontre le Tableau, ſon Apparence étant prolongée dans le Tableau, paſſera par ſon Point accidental.

SI la ligne 7, 8, étant continuée rencontre le Tableau FGHI, je dis que ſon Apparence 3R dans le Tableau ſera une partie de la ligne S3, qui eſt menée par l'Apparence 3 du point 7, & par le Point accidental S, terminé dans le Tableau par le Rayon ER parallele à la ligne propoſée 7, 8; c'eſt à dire que ſi dans la ligne 7, 8, on prend autant de points qu'on voudra, comme 8, & que de là on mene autant de Rayons vers l'œil E, comme E8, ce Rayon E8 paſſera par quelque point de la ligne S3, comme R. 2. Fig.

DEMONSTRATION.

Car le Plan qui paſſe par les deux lignes paralleles ES, 78, coupe celuy du Tableau par la ligne S3, & parce que les points E, 8, ſont pris dans deux

Planche 1. 2. Fig. lignes paralleles, la ligne E8 menée d'un point à l'autre, eſt neceſſairement dans leur Plan, *par 7. 11.* c'eſt pourquoy lorſqu'elle paſſe dans le Tableau, ce doit être dans la commune Section S3. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de ce Theorême, que l'Apparence d'une ligne perpendiculaire au Tableau, telle qu'eſt ici la ligne propoſée 7, 8, eſt une ligne droite, qui étant continuée paſſe par le Point principal S, & que l'Apparence d'une Ligne Horizontale qui fait avec le Tableau un Angle demi-droit, ou de 45 degrez, paſſe par le Point de diſtance qui eſt de ce côté-là.

THEOREME IX.

Si d'un même point il part deux lignes droites égales entre elles, & paralleles au Tableau, leurs Apparences dans le Tableau ſeront auſſi égales entre elles.

Planche 3. 6. Fig. SI du point L, il part les deux lignes droites & égales LM, LN, qui ſoient paralleles au Tableau FGHI, je dis que leurs Apparences 12, 13, ſont auſſi égales entre elles, comme l'on connoîtra en tirant de l'œil E, les Rayons EL, EM, EN.

DEMONSTRATION.

Car la ligne 12 eſt parallele à la ligne LM, & la ligne 13 à la ligne LN, *par Theor. 6.* ce qui rend ſemblables les deux Triangles ELN, E13, & auſſi les deux ELM, E12; d'où il eſt aiſé de conclure,

par 4. 6. que la Raiſon des deux lignes EL, E1, eſt égale à celle des deux LM, 12, & auſſi à celle des deux LN, 13, & que par conſequent les quatre lignes LM, LN, 12, 13, ſont proportionnelles : & parce que les deux premieres LM, LN, ſont ſuppoſées égales, il eſt de neceſſité que les deux dernieres 12, 13, ſoient auſſi égales. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 3. 6. Fig.

COROLLAIRE.

Il s'enſuit *par* 10. 11. que puiſque les deux lignes LM, LN, ſont paralleles aux deux 12, 13, l'Angle L des deux lignes LM, LN, eſt égal à l'Angle 1 de leurs Apparences 12, 13.

THEOREME X.

Si une ligne droite parallele au Tableau eſt diviſée en parties égales, leurs Apparences dans le Tableau ſeront auſſi égales.

SI la ligne droite LO eſt parallele au Tableau FGHI, & qu'elle ſoit diviſée par exemple en deux également au point M, je dis que les Apparences 12, 24, des parties égales LM, MO, ſont auſſi égales entre elles, comme l'on connoîtra en tirant de l'œil E, les Rayons EL, EM, EO. 6. Fig.

DEMONSTRATION.

Car la ligne 14 eſt parallele à la ligne LO, *par Theor.* 7. ce qui rend équiangles les deux Triangles ELM, E12, & auſſi les deux EMO, E24, d'où l'on conclud *par* 4. 6. que la Raiſon des deux lignes EM, E2 eſt égale à celle des deux LM, 12, & auſſi à celle

Planche 3. 6. Fig. des deux MO, 24, & que par conſequent les quatre lignes LM, MO, 12, 24, ſont proportionnelles : & parce que les deux premieres LM, MO, ſont ſuppoſées égales, les deux dernieres 12, 24, ſeront auſſi égales. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Si la ligne LO étoit continuée vers O, en ſorte que la partie qui luy ſeroit ajoûtée, fût égale à LM, ou à MO, on démontreroit de la même façon que l'Apparence de cette nouvelle ligne ajoûtée ſeroit égale à l'Apparence 12, de la partie LM, ou à l'Apparence 24 de l'autre partie MO.

THEOREME XI.

Si deux lignes droites égales & paralleles entre elles & au Tableau, ſont également éloignées du Tableau, leurs Apparences dans le Tableau ſeront égales entre elles.

7. Fig. LEs lignes LM, NO, ſont ſuppoſées égales & paralleles entre elles & au Tableau FGHI, & de plus également éloignées du même Tableau, en ſorte que la ligne LN, ou MO, qui joint leurs extremitez, ſoit parallele à la Ligne de terre FG, & par conſequent à la Ligne Hotizontale VX. Cela étant, je dis que les Apparences 12, 34, des deux lignes égales LM, NO, ſont auſſi égales.

DEMONSTRATION.

Car puiſque *par Theor.* 6. les Apparences des lignes LM, NO, paralleles au Tableau FGHI, ſçavoir 12, 34, ſont paralleles entre elles, auſſi-bien que

que les deux 13, 24, qui ſont les Apparences des lignes LN, MO, paralleles entre elles & au Tableau, la figure 1, 2, 4, 3, ſera un Parallelogramme, dont les deux côtez oppoſez 12, 34, ſont *par* 34. 1. égaux entre eux. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME XII.

Si de tant de points que l'on voudra d'une ligne droite, qui étant prolongée rencontre le Tableau, on tire autant de lignes droites égales entre elles, & paralleles auſſi entre elles & au Tableau, leurs Apparences ſeront bornées dans le Tableau par des lignes droites, qui étant prolongées paſſeront par le Point accidental de cette ligne droite.

QUe des deux points L, N, de la ligne droite LN, dont le Point accidental eſt S, l'on tire les droites LM, NO, égales entre elles, & paralleles entre elles & au Tableau FGHI; je dis que les Apparences 12, 34, de ces deux lignes LM, NO, doivent être bornées par les lignes 13, 24, qui étant prolongées aboutiront au Point accidental S. Planche 4. 8. Fig.

DEMONSTRATION.

Car puiſque les lignes LM, NO, ſont paralleles & égales entre elles, les lignes LN, MO, qui joignent leurs extremitez, ſeront auſſi égales & paralleles entre elles, *par* 33. 1. & l'une de ces deux lignes, ſçavoir LN étant ſuppoſée parallele au Rayon ES, l'autre ligne MO ſera auſſi parallele au même Rayon ES, & le point S ſera le Point accidental des deux lignes LN, MO, auquel doivent concourir leurs Apparences 13, 24, *par Theor.* 7.

PROBLEMES.

PROBLEME I.

Etant donné un point dans le Plan Geometral, trouver ſon Apparence dans le Tableau.

Planche 4. 9. Fig.

LE point donné dans le Plan Geometral ABCD ſoit L, dont il faille trouver l'Apparence dans le Tableau FGHI, dont le point de vûë eſt S, à l'égard de l'œil en E, & la Ligne Horizontale VX; marquez ſur cette Ligne Horizontale VX, les deux parties SV, SX, égales chacune au Rayon principal ES, ou à la diſtance de l'œil au Tableau, pour avoir en V & en X, les deux points de diſtance, par le moyen deſquels on trouvera l'Apparence du point propoſé L, en cette ſorte.

Tirez de ce point L, la Ligne LM, perpendiculaire à la Ligne de terre FG, & du point M, où cette perpendiculaire coupe la Ligne Horizontale, tirez au Point principal S, la droite SM. Portez la longueur de la perpendiculaire LM, depuis M ſur la Ligne de terre FG à droit ou à gauche, par exemple en N, & tirez par ce point N & par le point de diſtance oppoſé X, la droite XN, qui donnera ſur la ligne SM l'Apparence du point propoſé L au point O.

DEMONSTRATION.

Car ſi l'on joint les droites EX, LN, on connoîtra aiſément qu'elles ſont paralleles entre elles, parce qu'elles ſont avec le Tableau des Angles Demi-droits, à cauſe des Triangles iſoſcéles rectangles ESX, LMN, c'eſt pourquoy le Point de diſtance

X ſera le Point accidental de la ligne LN, & *par Theor.* 8. l'Apparence du point L ſera en quelque point de la ligne XN, & comme il eſt auſſi dans la ligne SM, parce que la ligne LM eſt perpendiculaire au Tableau, le point O de leur commune Section doit être la repreſentation du point propoſé L. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.* Planche 4. 9. Fig.

SCOLIE.

Il eſt évident que l'Apparence O du point L n'eſt qu'à l'égard du point E, où nous avons ſuppoſé l'œil, & où par conſequent il doit être placé quand on aura à regarder le Tableau d'un endroit où le point O repreſente exactement le point L: car ſi l'œil eſt ailleurs qu'en E, où le Point de vûë ſe changera, ou bien la diſtance de l'œil au Tableau, & alors les Points de diſtance V, X, ne ſeront plus les mêmes: & la repreſentation du point L ſe fera ailleurs qu'au point O.

On peut à l'aide de ce Problême repreſenter dans le Tableau telle figure qu'on voudra ſuppoſer dans le Plan Geometral: car ſi cette figure eſt compoſée de lignes droites, on cherchera l'Apparence de chacune en particulier, en trouvant les Apparences des deux points qui la bornent: & ſi elle eſt compoſée de quelques lignes courbes, on en trouvera l'Apparence en joignant par une ligne pluſieurs points du Tableau, qui ſoient les Apparences d'autant d'autres points qu'on aura marquez à diſcretion dans les lignes Courbes du Plan Geometral.

PROBLEME II.

Etant donné un point dans le Plan Geometral, d'où il part une ligne droite perpendiculaire à l'Horizon d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne dans le Tableau.

Planche 3. 6. Fig.

LE point L eſt donné dans le Plan Geometral ABCD, & il en part une ligne à plomb, dont la longueur LM eſt donnée. Il eſt propoſé de trouver l'Apparence de cette ligne LM dans le Tableau FGHI, dont le Point principal eſt S, & les deux Points de diſtance ſont V, X.

Ayant tiré par le point L, la ligne LN parallele à la Ligne de terre FG, & égale à la propoſée LM, tirez des points L, N, les lignes LP, NQ, perpendiculaires à la Ligne de terre FG, & *par Probl.* 1. achevez de trouver les Apparences 1, 3, des deux points L, N, c'eſt à dire l'Apparence 13 de la ligne LN. Aprés cela élevez du point 1, la ligne 12 perpendiculaire à la Ligne de terre FG, & égale à la ligne 13, & cette perpendiculaire 12 ſera l'Apparence de la ligne propoſée LM.

DEMONSTRATION.

Car la ligne LM étant perpendiculaire au Plan Geometral ABCD, ſon Apparence dans le Tableau ſera perpendiculaire à la Ligne de terre FG, *par Theor.* 7. & elle paſſera par le point 1, qui eſt l'Apparence du point L : & parce que LM eſt perpendiculaire & égale à LN, qui part du point L, & qui eſt parallele à la Ligne de terre FG, les Apparences de ces deux lignes égales LM, LN, doivent être égales, *par Theor.* 9. c'eſt pourquoy la ligne 12,

qui part du point 1, ayant été tirée perpendiculaire à la Ligne de terre FG, & égale à la ligne 13, qui eſt l'Apparence de la ligne LN, ſera l'Apparence de la ligne LM. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.* Planche 3. 6. Fig.

SCOLIE.

Dans la pratique la ligne LN n'avoit pas beſoin d'être tirée, il falloit ſeulement aprés avoir tiré du point L, la ligne LP perpendiculaire à la Ligne de terre FG, prendre ſur cette Ligne de terre FG, la partie PQ égale à la ligne propoſée LM, & tirer du Point principal S, par le point Q, la droite SQ, qui terminera au point 3, la ligne 13 parallele à la Ligne de terre FG, & cette ligne 13 ſera la longueur de la perpendiculaire 12 qu'on cherche.

On peut par le moyen de ce Problême repreſenter dans le Tableau tel Priſme qu'on voudra, dont la hauteur ſera connuë, & dont le Plan ſera donné dans le Plan Geometral, en décrivant l'Apparence de ce Plan dans le Tableau, *par Probl.* 1, & en élevant des points de cette Apparence des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre, & égales à la hauteur du Priſme propoſé, comme il vient d'être enſeigné.

PROBLEME III.

Etant donné dans le Plan Geometral un point, d'où il part une ligne droite inclinée d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne penchante dans le Tableau.

SUppoſons que du point L, qui eſt donné dans le Plan Geometral ABCD, il parte une ligne inclinée LM, dont la longueur & la poſition ſoit Planche 5. 10. Fig.

Planche 5. 10. Fig. donnée. Pour en trouver l'Apparence dans le Tableau FGHI, dont le Point de vûë eſt S, & l'un des deux Points de diſtance eſt X; tirez de l'extremité M d'en haut la droite MN perpendiculaire au Plan Geometral ABCD, pour avoir en N ſur ce Plan Geometral l'Aſſiete de l'extremité M; & ayant trouvé *par Probl.* 1. les Apparences 1, 2, des deux points L, N, qui ſont ſur le Plan Geometral ABCD, trouvez *par Probl.* 2. l'Apparence 2, 3, de la perpendiculaire MN, & menez la droite 1, 3, qui ſera l'Apparence de la ligne inclinée LM, parce que le point L eſt repreſenté par le point 1, & le point M par le point 3.

SCOLIE.

On peut auſſi par le moyen de ce Problême repreſenter dans le Tableau un Corps incliné & taludé, dont on aura l'Ichnographie ſur le Plan Geometral, & la hauteur de toutes ſes parties, ſçavoir en cherchant *par Probl.* 1. l'Apparence du Plan du Corps incliné, & en cherchant enſuite l'Apparence de toutes les lignes inclinées qui bornent ce Corps incliné, comme il vient d'être enſeigné.

La Perſpective pratique que nous enſeignerons aprés ces Problêmes, vous ſera mieux entendre la pratique des trois Problêmes precedens, qui pourroient ſuffire pour les pratiques ordinaires de la Perſpective : mais pour reſoudre pluſieurs difficultez qui peuvent arriver, nous ajoûterons encore ici les Problêmes ſuivans.

PROBLEME IV.

Etant donnée dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite du Plan Geometral, trouver dans le meme Plan Geometral la grandeur & la poſition de cette ligne droite.

LA ligne AB repreſente la Ligne de terre, & ſa parallele DD la Ligne Horizontale, ſur laquelle on a marqué le Point de vûë V, & les deux points D, D, de diſtance également éloignez du Point principal V. Nous marquerons toûjours ces choſes par les mêmes lettres, pour n'être pas obligez de les repeter davantage. Le reſte qui eſt au deſſous de la Ligne de terre AB ſera pris pour le Plan Geometral, que l'on doit concevoir au derriere du Tableau. Planche 5. 11. Fig.

La ligne FG eſt l'Apparence d'une ligne du Plan Geometral, & il eſt propoſé de trouver ſur le même Plan Geometral la longueur & la poſition de cette ligne qui eſt repreſentée dans le Tableau par la ligne FG. Tirez par les deux extremitez F, G, de la ligne propoſée FG, à l'un des deux Points de diſtance D, les droites DB, DE, & au Point principal V, les droites VM, VN, & par les points M, N, de la Ligne de terre AB, tirez à la même Ligne de terre les perpendiculaires MO, NP, en ſorte que MO ſoit égale à ME, & NP à NB, & menez la droite OP, qui ſera la ligne qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Car il eſt évident *par Probl.* 1. que le point F eſt l'Apparence du point O, & le point G l'Apparence du point P, & que par conſequent la ligne FG eſt

Planche 5. 11. Fig. l'Apparence de la ligne OP. Ainſi nous avons trouvé ſur le Plan Geometral la grandeur & la poſition de la ligne OP, dont l'Apparence FG a été donnée dans le Tableau. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

SCOLIE.

On peut ſe paſſer du Point principal V, lorſqu'on a les deux Points de diſtance comme ici, ſçavoir en tirant par ces deux points de diſtance D, D, & par les extremitez F, G, de la ligne propoſée FG, les droites DE, DB, & en diviſant en deux également la diſtance EE au point M, & la diſtance BB au point N, pour achever le reſte comme auparavant.

Il eſt évident que lorſque la ligne propoſée FG ne ſera pas parallele à la Ligne Horizontale AB, elle rencontrera étant prolongée la même Ligne Horizontale en un point, comme C, qui ſera le même par lequel paſſera la ligne OP auſſi prolongée, dont la ligne FG eſt l'Apparence, ce qui peut apporter quelque abregé dans la pratique.

Si la ligne propoſée FG étoit courbe, auquel cas elle repreſenteroit auſſi une ligne courbe, on trouveroit de la même façon ſur le Plan Geometral cette ligne courbe, ſçavoir en trouvant ſur le Plan Geometral pluſieurs de ſes points, comme l'on a trouvé le point O, dont F eſt l'Apparence, & le point P, dont G eſt l'Apparence.

Si la ligne propoſée FG tendoit au Point principal V, auquel cas les deux points M, N, conviendroient enſemble, elle repreſenteroit une ligne perpendiculaire au Tableau, *par Theor.* 8. & alors il ſuffiroit d'en trouver ſur le Plan Geometral une de ſes extremitez, pour en tirer à la Ligne de terre AB

une perpendiculaire, qui étant égale à la distance des points E, B, terminez par les deux Rayons qui partent d'un même point de distance D, sera la ligne qu'on cherche.

PROBLEME V.

Etant donnée l'Apparence & l'Assiete dans le Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, trouver la longueur & la hauteur de cette ligne au dessus du même Plan Geometral.

ON donne dans le Tableau la ligne droite CO, & l'Assiete EP, d'une ligne droite élevée sur l'Horizon, & il est proposé de trouver la longueur de la ligne CO, & la hauteur des deux extremitez C, O, c'est à dire la longueur des deux perpendiculaires CE, OP. Planche 6. 12. Fig.

Tirez premierement du Point de vûë V, par les deux points E, P, les droites VE, VP, qui étant prolongées donneront sur la Ligne de terre AB, les points T, S, par le moyen desquels, & par le Problême precedent, vous trouverez la position & la longueur FG de l'Assiete EP.

Aprés cela tirez par le point d'Assiete E, à la ligne de terre AB, la parallele EH égale à la perpendiculaire CE, & du point Q pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD, tirez par les points E, H, les droites QI, QK, qui donneront sur la Ligne de terre AB, la hauteur IK du point C.

Pareillement tirez par l'autre Point d'assiete P, à la Ligne de terre AB, la parallele PL égale à la perpendiculaire OP, & du point R pris à volonté sur la Ligne Horizontale DD, tirez par les deux points P, L, les droites RM, RN, qui donneront sur la

Planche 6. 12. Fig. Ligne de terre AB, la hauteur MN du point O.

Enfin tirez du point F, la ligne FY perpendiculaire à la ligne FG, & égale à la hauteur trouvée IK: & pareillement du point G, la ligne GZ perpendiculaire à la même ligne FG, & égale à la hauteur trouvée MN, & joignez la droite YZ, qui repreſentera la longueur de la ligne propoſée CO.

SCOLIE.

Si la ligne propoſée CO eſt courbe, on trouvera les hauteurs de pluſieurs de ſes points, comme nous avons trouvé celles des points C, O, aprés quoy l'on trouvera ſur la ligne FG, qui peut être droite & courbe les poſitions des mêmes points, pour tirer de ces nouveaux points d'Aſſiete des perpendiculaires à la droite FG, & égales aux hauteurs trouvées correſpondantes aux mêmes points, & en joignant les extremitez de toutes ces perpendiculaires par une ligne courbe, cette nouvelle courbe ſera celle qui eſt repreſentée dans le Tableau par la courbe propoſée.

Lorſqu'il arrivera que les deux hauteurs trouvées IK, MN, ſeront égales entre elles, cela fera connoître que la droite propoſée CO eſt horizontale, c'eſt dire parallele au Plan Geometral, & alors il ne ſera pas neceſſaire de tirer les deux perpendiculaires FY, GZ, pour connoître la longueur de la ligne CO, parce que dans ce cas cette longueur ſera égale à la ligne FG, à cauſe des deux égales, & paralleles FY, GZ, &c.

On peut aiſément par le moyen de ce Problême trouver la longueur & la poſition ſur le Plan Geometral d'une ligne inclinée, dont on a l'Apparence dans le Tableau, & ſon Aſſiete. Comme ſi l'on donne dans le Tableau la ligne inclinée EO, & ſon Aſ-

ſiete EP, il n'y a qu'à trouver ſur le Plan Geometral le point F, dont E ſoit la repreſentation, & la ligne FG, dont EP ſoit l'Apparence, avec la hauteur MN, dont OP ſoit l'Apparence, & élever du point G, ſur FG, la perpendiculaire GZ égale à la hauteur trouvée MN, pour joindre la droite FZ, qui donnera la longueur & la poſition de la ligne inclinée EO. Planche 6. 12. Fig.

PROBLEME VI.

Diviſer en parties égales en repreſentation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite ſituée ſur le Plan Geometral.

IL peut arriver pluſieurs cas, parce que la ligne propoſée dans le Tableau peut être parallele à la Ligne de terre, ou concourir au Point de vûë, ou à l'un des deux Points de diſtance, ou bien à quelque autre point de la Ligne Horizontale : mais tous ces cas ſe reſoudront de la même façon, par le moyen d'un point que nous prendrons indifferemment ſur la Ligne Horizontale, comme vous allez voir.

Pour diviſer la ligne propoſée GH, qui tend au Point principal V, par exemple en trois parties égales en repreſentation, tirez par ſes deux extremitez G, H, du point D pris à diſcretion ſur la Ligne Horizontale DD, les droites DG, DH, & les prolongez juſqu'à ce qu'elles rencontrent la Ligne de terre AB, en deux points, comme I, K. Aprés cela diviſez la partie IK en trois parties égales aux points 3, 4, par leſquels tirant au même point D, des lignes droites, elles diviſeront la ligne propoſée GH en trois parties égales en repreſentation. 13. Fig.

DEMONSTRATION.

Planche 6. 13. Fig. La Démonſtration de cette pratique ſera évidente à celuy qui conſiderera le point D comme le Point accidental de quatre lignes paralleles entre elles, qui ſont repreſentées par les lignes qui partent de ce Point accidental D, & qui diviſeront en trois parties égales la ligne du Plan Geometral, dont la propoſée GH eſt l'Apparence.

Pareillement pour diviſer en trois parties égales en repreſentation, la ligne NO, qui tend au Point de diſtance D, on tirera par leurs extremitez N, O, du point V pris à diſcretion ſur la Ligne Horizontale DD, les droites VL, VM, & ayant diviſé la partie LM de la Ligne de terre AB, en trois parties égales aux points 5, 6, on tirera par ces points 5, 6, au même point V, des lignes droites qui diviſeront la ligne propoſée NO en trois parties égales en repreſentation.

On travaillera de la même façon pour toute autre ligne, mais quand elle ſe rencontrera parallele à la Ligne de terre, comme CD, il ſuffira de la diviſer ſimplement en trois parties égales aux points 7, 8, ce qui ſera la même choſe que ſi l'on diviſoit la partie EF en trois également aux points 1, 2, parce que cette ligne CD repreſentant une ligne parallele au Tableau, *par Theor.* 7. ſes diviſions doivent être égales entre elles, *par Theor.* 10.

SCOLIE.

Ce Problême ſe peut auſſi reſoudre generalement en cherchant *par Probl.* 1. ſur le Plan Geometral la ligne dont la propoſée dans le Tableau eſt l'Apparence, & en diviſant en parties effectivement égales cette ligne du Plan Geometral, que nous appelle-

rons dans la ſuite *Ligne Geometrale*, & qu'on appelle auſſi *Ligne Objective*, ce terme s'appliquant generalement à toute ligne, qui étant hors du Tableau appartient à quelque objet. Aprés quoy l'on tirera des points de diviſion de cette Ligne Geometrale des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre qui ſera coupée par ces perpendiculaires en des points, par où tirant autant de lignes droites au point de vûë, ces lignes droites diviſeront la propoſée en parties égales en repreſentation. Cela ſe peut pratiquer encore plus generalement par le moyen du *Probl.* 8. Planche 6. 13. Fig.

PROBLEME VII.

Diviſer en parties égales en repreſentation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne objective élevée ſur le Plan Geometral.

IL peut auſſi arriver pluſieurs cas differens, parce que la ligne propoſée dans le Tableau peut repreſenter une ligne qui ſoit toute hors du Plan Geometral, ou qui touche en l'une de ſes deux extremitez le Plan Geometral, l'autre extremité étant en l'air, & que dans ces deux cas cette ligne peut être ou inclinée, ou perpendiculaire à l'Horizon. Planche 7. 14. Fig.

Tous ces cas ſe reſoudront par le moyen de l'Aſſiete de la ligne propoſée, excepté celuy auquel cette ligne eſt perpendiculaire à la Ligne de terre AB, comme OP, parce que ſon Aſſiete n'étant qu'un point, on ne peut pas s'en ſervir pour diviſer la ligne propoſée en parties égales en repreſentation, mais il ſera facile de reſoudre ce dernier cas, comme vous verrez aprés avoir reſolu les premiers en cette ſorte.

Planche 7. 14. Fig.

Pour diviſer premierement la ligne FG qui repreſente une ligne objective élevée ſur le Plan Geometral, par exemple en trois parties égales en repreſentation, diviſez *par Probl. 6.* l'Aſſiete HI en trois parties égales en repreſentation aux points 1, 2, & tirez de ces deux points 1, 2, autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, qui diviſeront la ligne propoſée FG en trois parties égales en repreſentation.

Pareillement pour diviſer par exemple en quatre parties égales en repreſentation la ligne inclinée LM, dont l'Aſſiete eſt LN, on diviſera *par Probl. 6.* cette Aſſiete LN en quatre parties égales en repreſentation, & des points de diviſion 3, 4, 5, on élevera autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, qui diviſeront la ligne propoſée LM en quatre parties égales en repreſentation, comme il étoit propoſé.

Parce que la ligne OP eſt perpendiculaire à la Ligne de terre AB, on connoît *par Theor. 7.* qu'elle repreſente une ligne objective parallele au Tableau, & *par Theor. 10.* que ſes diviſions ſont égales : c'eſt pourquoy pour la diviſer par exemple en quatre parties égales en repreſentation, on la diviſera en quatre parties effectivement égales aux points 6, 7, 8, qui ſeront les points de la diviſion que l'on demande.

SCOLIE.

Parce que la ligne FG tend au Point principal V, ſon Aſſiete HI tend auſſi au Point de vûë V, & alors pour la diviſer en parties égales en repreſentation, l'on ſe peut ſervir du Point de diſtance D, qui eſt ſon Centre diviſeur : mais comme l'Aſſiete LN de la ligne inclinée LM ne tend pas au Point principal

V, ſon Centre diviſeur ſera à un autre point de la Ligne Horizontale DD. Nous allons enſeigner à le trouver dans le

PROBLEME VIII.

D'un point donné ſur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une Ligne Geometrale, retrancher une partie égale en repreſentation à une ligne donnée.

IL peut encore arriver pluſieurs cas differens, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut être parallele à la Ligne de terre AB, où elle peut tendre au Point principal V, ou à l'un des deux Points de diſtance D, ou bien à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale DD. Planche 7. 15. Fig.

Tous ces cas ſe reſoudront d'une même maniere, ſçavoir par un point que nous marquerons ſur la Ligne Horizontale DD, & que nous appellerons *Centre diviſeur*, qui ſe trouve differemment ſelon la poſition de la ligne donnée dans le Tableau, comme vous allez voir.

Premierement ſi la ligne propoſée dans le Tableau eſt parallele à la Ligne de terre AB, comme FG, ſon Centre diviſeur ſe pourra prendre en tel point qu'on voudra de la Ligne Horizontale DD, comme en H: c'eſt pourquoy s'il faut retrancher depuis le point donné O vers G, une partie égale en repreſentation à la ligne donnée CE, tirez du Centre diviſeur H, par le point donné O, le Rayon HO, & le prolongez juſqu'à ce qu'il rencontre la Ligne de terre AB, en quelque point, comme en I. Aprés cela faites IK égale à CE, & menez le Rayon HK, qui déterminera ſur la ligne donnée FG, la partie OL égale en repreſentation à la ligne donnée CE.

Secondement ſi la ligne donnée dans le Tableau tend au Point principal V, comme MN ſon Centre diviſeur ſera celuy qu'on voudra des deux Points de diſtance D. Si donc on donne ſur cette ligne le point O, pour en retrancher une partie égale en repreſentation à la ligne donnée CE, on tirera du point D par le point O, le Rayon DQ, & ayant fait QP égale à CE, on tirera le Rayon DP, qui retranchera de la ligne donnée MN, la partie OR égale en repreſentation à la ligne donnée CE.

Planche 8. 16. Fig. Mais ſi la ligne donnée dans le Tableau tend à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale DD, par exemple au Point de diſtance D, comme FG, ſon Centre diviſeur ſe trouvera en tirant par le Point principal V, la ligne VL perpendiculaire à la Ligne Horizontale DD, & égale à la diſtance VD de l'œil au Tableau, & en portant la diſtance DL depuis D à droit ou à gauche ſur la Ligne Horizontale DD en M, qui ſera le Centre diviſeur de la ligne propoſée FG. Si donc on donne la ligne CE, & le point O, l'on tirera le Rayon MOH, & ayant fait HA égale à CE, le Rayon MA déterminera ſur la ligne propoſée FG, la partie OK, égale en repreſentation à la ligne donnée CE.

Pareillement pour trouver le Centre diviſeur de la ligne PQ, qui tend au point R de la Ligne Horizontale DD, portez la diſtance RL de ce point L à l'œil depuis le même point R à droit ou à gauche ſur la Ligne Horizontale DD en N, qui ſera le Centre diviſeur de la ligne PQ. Si donc on donne la ligne CE, & le point O ſur la ligne propoſée PQ, & que l'on tire le Rayon NOS, pour faire SB égale à CE, en tirant le Rayon NB, on aura ſur la ligne propoſée PQ la partie OI égale en repreſentation à la ligne donnée CE.

DEMONSTRATION.

Planche 8. 16. Fig.

DEMONSTRATION.

La démonſtration de cette pratique ſera évidente ſi l'on conſidere que le point R eſt le Point accidental de la Ligne Geometrale, dont PQ eſt l'Apparence, *par Theor.* 8. & que le point L repreſente l'œil, en prenant la ligne LV pour le Rayon principal, de ſorte que la ligne LR ſera celle qui détermine dans le Tableau le Point accidental R, & qui par conſequent ſera parallele à la Ligne Geometrale repreſentée par la ligne PQ dans le Tableau : car ſi par ces deux lignes paralleles on fait paſſer un Plan, & qu'on les faſſe mouvoir horizontalement avec leur Plan, la Geometrale autour du point P, & ſa parallele LR autour du point R, juſqu'à ce que ce Plan convienne avec celuy du Tableau, auquel cas le point L parviendra en N, & la Ligne Geometrale conviendra avec la partie PP de la Ligne de terre AB, ce point N ſur la Ligne Horizontale DD aura le même effet ſur le Plan du Tableau que le point L en l'air, & il ſera par conſequent le Centre diviſeur de la ligne propoſée PQ.

SCOLIE.

Il n'eſt pas mal-aiſé de juger que l'on peut de la même façon ajoûter à une ſemblable ligne donnée dans le Tableau une ligne d'une grandeur donnée en repreſentation, & que l'on peut auſſi par le moyen de ce Problême reſoudre le precedent, mais ce Problême ſe peut auſſi reſoudre par le moyen du ſuivant.

PROBLEME IX.

D'un point donné ſur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite élevée au deſſus du Plan Geometral, retrancher une partie égale en repreſentation à une ligne donnée.

IL peut auſſi arriver pluſieurs cas, parce que la ligne donnée dans le Tableau, peut repreſenter une ligne inclinée ſur le Plan geometral, ou perpendiculaire au Plan geometral, ou bien une ligne tout-à-fait élevée ſur le Plan geometral, qui peut être parallele au Plan geometral, ou inclinée, ou perpendiculaire au même Plan Geometral.

Tous ces cas ſe reſoudront d'une même façon, ſçavoir par le moyen de l'Aſſiete de la ligne propoſée dans le Tableau, excepté quand cette ligne ſera perpendiculaire à la ligne de terre, parce que dans ce cas ſon Aſſiete n'étant qu'un point, on ne peut pas s'en ſervir comme quand elle eſt une ligne droite, mais il ſera facile de reſoudre ce cas aprés avoir reſolu les autres en cette ſorte.

Planche 8. 17. Fig. Que la ligne FG dont l'Aſſiete eſt IF, repreſente une ligne inclinée ſur le Plan geometral, & qu'il en faille retrancher depuis le point donné O vers G, une partie égale en repreſentation à la ligne donnée CE.

Ayant trouvé *par Probl.* 5. la ligne PM, dont l'Aſſiete IF ſoit la repreſentation, & la ligne MN, dont la ligne propoſée FG ſoit l'Apparence, tirez du point donné O, la ligne OL perpendiculaire à la ligne de terre AB, & du Point principal V, par le point L, la droite LB, qui rencontre ici la ligne de terre AB, en B, par où vous tirerez à la même ligne

de terre AB, la perpendiculaire BR, qui donnera sur PM le point R, dont L est l'Apparence. Elevez de ce point R sur PM, la perpendiculaire RZ, qui donnera sur MN le point Z, dont le point donné O est l'Apparence. Faites ZT égale à la ligne donnée CE, & tirez du point T, sur PM la perpendiculaire TQ, & du point Q à la ligne de terre AB, la perpendiculaire QS. Enfin tirez du Point principal V, par le point S, le Rayon SK, & du point K à la ligne de terre AB, la perpendiculaire KH, qui déterminera sur la ligne proposée FG, la partie OH en representation à la ligne ZT, ou à la ligne donnée CE. Planche 8. 17. Fig.

Pareillement si l'on donne le point O sur l'Apparence donnée 1, 2, d'une ligne élevée sur le Plan geometral, dont l'Assiete est 3, 4, pour en retrancher une partie égale en representation à la ligne donnée CE; tirez de ce point O, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire O6, & ayant trouvé *par Probl.* 5. la ligne 10, 13, dont l'Assiete 3, 4, soit l'Apparence, & la ligne 14, 17, dont la ligne proposée 1, 2, soit la representation; tirez du Point principal V, par le point 6, la droite 6, 8, & par le point 8, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire 8, 11, & encore par le point 11, à l'Assiete Geometrale 10, 13, la perpendiculaire 11, 15, qui donnera sur la ligne 14, 17, le point 15, depuis lequel on prendra sur la même ligne 14, 17, la partie 15, 16, égale à la ligne donnée CE, pour tirer du point 16 à la ligne 10, 13, la perpendiculaire 16, 12, & du point 12, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire 12, 9; aprés quoy l'on tirera du point 9, au Point principal V, le Rayon 7, V, & on élevera du point 7, la ligne 7, 5, perpendiculaire à la ligne de terre AB, & l'on aura sur la ligne proposée 1, 2, la partie O5 égale

en repreſentation à la ligne donnée CE.

Planche 8. 17. Fig. Si le point O eſt donné ſur une ligne perpendiculaire à la ligne de terre AB, comme 18, 19, dont le point d'Aſſiete eſt 18, tirez par ce point 18, à la ligne de terre AB, la parallele 18, 21, terminée par deux Rayons, tirez du point V pris à diſcretion ſur la Ligne Horizontale DD, par les points A, 22, éloignez entre eux ſur la ligne de terre AB, d'une diſtance égale à la ligne donnée CE, & faites O, 20, égale à 18, 21, & la partie O, 20, ſera égale en repreſentation à la ligne donnée CE.

PROBLEME X.

Tirer d'un point donné dans le Tableau, à l'Apparence donnée dans le même Tableau d'une ligne geometrale, une parallele en repreſentation.

Planche 9. 18. Fig. IL peut arriver deux cas, parce que la ligne propoſée dans le Tableau peut être parallele à la ligne de terre AB, comme CE, ou bien étant prolongée elle peut rencontrer en quelque point la Ligne Horizontale, comme GH, qui rencontre la Ligne Horizontale DD au point K, qui *par Theor.* 8 eſt le Point accidental de la ligne geometrale, dont GH eſt la repreſentation.

Pour tirer en premier lieu à la ligne donnée CE, parallele à la ligne de terre AB, par le point donné O, une ligne parallele en repreſentation, l'on tirera par ce point donné O, à la ligne de terre AB, la parallele OF, qui *par Theor.* 4. ſera parallele en repreſentation à la ligne donnée CE, c'eſt à dire qu'elle repréſentera une ligne geometrale parallele à celle que la ligne CE repreſente.

Pour tirer en ſecond lieu par le même point donné

O, une ligne parallele en repreſentation à la ligne donnée GH, qui étant prolongée rencontre la Ligne Horizontale DD au point K, tirez par ce point K & par le point donné O, la ligne IL, qui *par Theor.* 5. ſera parallele en repreſentation à la ligne donnée GH.

PROBLEME XI.

Tirer d'un point donné dans le Tableau à l'Apparence donnée dans le même Tableau d'une ligne droite élevée au deſſus du Plan Geometral, une parallele en repreſentation.

IL peut auſſi arriver pluſieurs cas differens à l'égard de la ligne donnée dans le Tableau, parce qu'elle peut repreſenter une ligne droite qui touche en l'une de ſes deux extremitez le Plan Geometral, ou qui eſt tout-à-fait élevée au deſſus du Plan Geometral, & que dans ces deux cas la ligne propoſée peut repreſenter une ligne inclinée au Plan Geometral, ou parallele au Plan Geometral, ou bien perpendiculaire au même Plan Geometral, auquel cas la ligne propoſée eſt perpendiculaire à la ligne de terre, & reçoit une ſolution particuliere, comme vous verrez.

Pour tirer en premier lieu par le point donné O, dans le Tableau une ligne parallele en repreſentation à l'Apparence donnée CE d'une ligne droite inclinée au Plan Geometral, & touchant le même Plan Geometral en un point, dont C eſt l'Apparence; tirez *par Probl.* 10. par le point donné O, à l'Aſſiete CF, la parallele OK, qui ſoit égale en repreſentation à la même Aſſiete CF, ou à la ligne GH, dont CF eſt la repreſentation, ce qui ſe peut faire *par* Planche 2. 19. Fig.

Planche 9. 19. Fig. *Probl.* 8. car je ſuppoſe que *par Probl.* 3. on a trouvé ſur le Plan Geometral la figure GHI, dont CEF eſt l'Apparence. Aprés cela tirez du point K, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire KL égale en repreſentation à la perpendiculaire EF, ou à la perpendiculaire HI, dont EF eſt la repreſentation, ce qui ſe peut faire *par Probl.* 2. & menez la droite OL, qui ſera parallele en repreſentation à la ligne propoſée CE.

Si la ligne propoſée eſt tout-à-fait élevée au deſſus du Plan Geometral, comme MN, dont l'Aſſiete eſt PQ, ayant trouvé *par Probl.* 3. la figure STZX, ſur le Plan Geometral, dont la figure PQNM ſoit l'Apparence dans le Tableau, tirez par le point S du Plan Geometral à la ligne XZ, la parallele SY, & ayant fait *par Probl.* 2. la ligne QR égale en repreſentation à la ligne TY, menez la droite PR, qui repreſentera une ligne inclinée au Plan Geometral, & parallele à la propoſée MN. C'eſt pourquoy ſi, comme nous venons d'enſeigner dans le premier cas, on tire par le point donné dans le Tableau une ligne parallele en repreſentation à la ligne PR, cette parallele ſera auſſi parallele en repreſentation à la ligne propoſée MN.

Il eſt évident *par Theor.* 4. que ſi la ligne donnée dans le Tableau eſt parallele à la ligne de terre AB, ſa parallele en repreſentation ſera auſſi parallele à la même ligne de terre AB; & que ſi la même ligne donnée dans le Tableau eſt perpendiculaire à la ligne de terre AB, en ſorte qu'elle repreſente une ligne perpendiculaire à l'Horizon, ſa parallele en repreſentation ſera auſſi perpendiculaire à la même ligne de terre AB.

COROLLAIRE.

On tire de ce Problême la maniere de trouver le Point accidental d'une ligne propoſée dans le Tableau : car ſi par un point pris à volonté dans le Tableau, on tire une ligne parallele en repreſentation à la propoſée, le point de Section dans le Tableau de ces deux lignes paralleles en repreſentation, ſera le Point accidental de la ligne propoſée.

PROBLEME XII.

D'un point donné dans le Tableau, tirer une ligne perpendiculaire en repreſentation à une ligne droite donnée dans le même Tableau.

IL peut arriver deux cas principaux, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut repreſenter une ligne geometrale, ou une ligne élevée au deſſus du Plan Geometral, mais comme ce ſecond cas n'eſt pas de grand uſage, nous ne parlerons que du premier, qui peut avoir auſſi pluſieurs cas differens, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut être parallele à la ligne de terre, ou concourir au Point de vûë, ou à l'un des deux Points de diſtance, ou bien à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale.

Premierement ſi la ligne donnée dans le Tableau eſt parallele à la ligne de terre AB, comme CE, & que le point donné ſoit O, on tirera de ce point O par le Point principal V, la droite OF, qui ſera perpendiculaire en repreſentation à la ligne donnée CE. Planche 10. 20. Fig.

Si la ligne donnée dans le Tableau tend au Point principal V, comme GH, on tirera par le point donné O, à la ligne de terre AB, la parallele OI, qui ſera perpendiculaire en repreſentation à la ligne propoſée GH.

Planche 10. 20. Fig. Si la ligne donnée dans le Tableau tend à l'un des deux Points de distance D, comme KL, on tirera à l'autre Point de distance D par le point donné O, la droite DO, qui sera perpendiculaire en representation à la ligne proposée KL, parce que chacune de ces deux lignes fait avec le Tableau un Angle demi-droit; ce qui fait que ces deux mêmes lignes font entre elles un Angle droit.

Enfin si la ligne donnée dans le Tableau rencontre la Ligne Horizontale DD en quelqu'autre point, comme MN, qui la rencontre au point P, tirez du Point principal V, la ligne droite VQ perpendiculaire à la Ligne Horizontale DD, & égale à la distance VD de l'œil au Tableau, & ayant joint la droite QP, tirez-luy par le point Q, la perpendiculaire QT, qui donnera sur la Ligne Horizontale DD le point T, duquel on tirera par le point donné O, la droite RS, qui sera perpendiculaire en representation à la ligne proposé MN. Nous ne donnons point la démonstration de toutes ces petites pratiques, parce qu'elle est facile à trouver à celuy qui entend bien les Theorêmes precedens.

PERSPECTIVE PRATIQUE.

LA *Perspective Pratique* est celle qui par des abregez, c'est à dire par des regles courtes & faciles represente en Perspective tout ce que l'on veut dans le Tableau. Elle se divise en *Perspective Lineale*, qui est la diminution des lignes dans le Plan du Tableau, où elles en representent d'autres

éloignées du Tableau : & en *Perſpective Aërienne*, qui eſt la diminution des teintes & des couleurs, qui n'appartient proprement qu'aux Peintres, c'eſt pourquoy nous n'en parlerons pas ici davantage.

Les Problêmes precedens ne ſont que pour la theorie de la Perſpective priſe en general, & les ſuivans ſeront pour la Perſpective Pratique, où il n'y aura aucunes Démonſtrations, parce qu'il ſera tres-facile de les comprendre à celuy qui aura quelque connoiſſance dans la Geometrie, & qui aura bien compris les Theorêmes precedens.

Avant que de venir à aucune pratique, il faut ſçavoir à peu prés de combien les Points de diſtance doivent être éloignez du Point de vûë, ou ce qui eſt la même choſe, ſous quel Angle on doit regarder un Tableau, afin que tout ce qu'on y veut repreſenter y paroiſſe dans une juſte proportion, & compris aiſément de l'œil par un ſeul regard.

Pour trouver cet Angle, conſiderons l'œil DGE, dont la Prunelle eſt vers F, & la Retine vers G, qui ne s'étend tout au plus que depuis D juſqu'à E, qui ſont deux points diametralement oppoſez. Il eſt certain que cet œil ne peut appercevoir que les objets qui ſont contenus dans l'enceinte du Demi-cercle ACB, & que ceux en même temps, qui peuvent tracer leurs images dans la Retine DGE, & c'eſt pour cela que nous ne l'avons pas étenduë au delà d'un Demi-cercle. Planche 10. 21. Fig.

Cela étant ſuppoſé, ſi l'œil regarde l'objet 2, 2, ſous un Angle droit 2O2, ſa repreſentation contiendra la Retine DGE, mais ſes extremitez 2, 2, ne ſeront pas vûës ſi diſtinctement, parce que leurs Rayons O2, O2, tomberont ſur les extremitez D, E, de la Retine, & l'œil peinera un peu, s'il veut regarder diſtinctement cet objet tout entier 2, 2.

Planche 10. 21. Fig. Le même œil ne pourroit pas voir les extremitez de l'objet 1, 1, parce que les Rayons O1, O1, ne tomberoient pas dans la Retine DGE. Il regarderoit fort commodement l'objet 3, 3, parce qu'il le verroit ſous l'Angle 3O3 moindre qu'un droit, ce qui ne le peineroit pas tant. Il verroit encore plus facilement l'objet 4, 4, pour la même raiſon. Mais ſi l'objet étoit fort éloigné, l'Angle viſuel ſeroit trop petit, & la repreſentation de cet objet ne ſeroit pas aſſez diſtincte, à cauſe de la confuſion des Rayons viſuels.

Planche 11. 23. Fig. Pour connoître preſentement ſous quel Angle on doit regarder un objet, par exemple un Quarré, qui renferme tout ce que l'on veut repreſenter en Perſpective, ſuppoſons que le Plan ABDD ſoit celuy du Tableau, dont DD eſt la Ligne Horizontale, que le Point de vûë ſoit V, les Points de diſtance D, D, & que la ligne de terre ſoit AB, parallele à la Ligne Horizontale DD, qui en eſt éloignée de toute la hauteur de l'œil au deſſus du Plan Geometral. Suppoſons auſſi que AB ſoit la longueur du côté du Quarré, que nous voulons repreſenter en Perſpective, dont l'Apparence dans le Tableau s'appelle *Quarré Perſpectif*, comme ABCE.

Cela étant ſuppoſé, ſi l'œil du Spectateur étoit en G, il ne pourroit pas voir les deux extremitez A, B, du Quarré Perſpectif, parce qu'il ne peut voir tout au plus que ſous l'Angle HGI, qui eſt droit. Mais s'il étoit en K, il pourroit voir les extremitez A, B, parce que l'Angle AKB eſt droit. Il verroit mieux les extremitez A, B, s'il étoit en L, & il les verroit encore mieux s'il étoit en M, où l'Angle AMB eſt de 60 dégrez: & ce ſera de là qu'on verra les objets en leur perfection, parce que la repreſentation qui s'en fait dans l'œil, n'eſt ni trop grande,

ni trop petite, à cauſe de l'Angle viſuel AMB, qui n'eſt ni trop grand, ni trop petit. L'Angle viſuel ANB eſt auſſi tres-raiſonnable. Planche 11. 23. Fig.

Pour donc avoir les Points de diſtance, prenez la diſtance FK, ou pour mieux faire, la diſtance FL, ou mieux encore la diſtance FM, ou bien encore ſi vous voulez, la diſtance FN, & la tranſportez ſur la Ligne Horizontale DD, de part & d'autre depuis le Point principal V, aux points D, D, qui ſeront les Points de diſtance. Car ſi cette diſtance VD étoit moindre que FK, le Quarré Perſpectif ABCE paroîtroit difforme, parce qu'il ſeroit vû ſous un Angle obtus, & par conſequent trop grand, comme vous avez vû.

Ainſi l'on peut tenir pour une maxime generale, que l'éloignement des Points de diſtance depuis le Point de vûë, doit pour le moins être égal à FA ou à FB, c'eſt à dire l'eſpace qu'il y a depuis l'extremité de la Ligne Verticale VF, à l'un des Coins de la Perſpective: & mêmes il ſera bon de faire cette diſtance un peu plus grande, & comme dans ce cas il ſe pourroit faire que le Plan du Tableau ne ſeroit pas aſſez large pour recevoir deux Points de diſtance, on en marquera un ſeul, & au lieu de placer le Point principal de front, on le placera de côté.

Pour commencer par ce qu'il y a de plus aiſé, qui ſont les repreſentations des Points, des Lignes, & des Plans, il faut partager en deux la feüille de papier ſur laquelle on veut travailler, par la Ligne AB, qui ſera la Ligne de terre, que nous marquerons toûjours par les mêmes lettres A, B, le haut de cette feüille, ſçavoir ABDD, ſera priſe pour le Plan du Tableau, & le bas pour le Plan Geometral. Le Point principal V, & le Point de diſtance D, ſeront auſſi toûjours marquez par les mêmes lettres, comme nous avons déja dit ailleurs.

PRATIQUE I.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un point donné dans le Plan Geometral.

Planche 12. 24. Fig. POur trouver l'Apparence du point C, qui eſt donné dans le Plan Geometral, abaiſſez de ce point C, ſur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire CE, & du point E, tirez au Point principal V, la droite VE. Prenez ſur la Ligne de terre AB, depuis E, la partie EF, ou bien la partie EA, égale à la perpendiculaire CE; & tirez du point A au Point de diſtance oppoſé D, ou bien du point F au Point de diſtance oppoſé D, une ligne droite qui donnera ſur la ligne VE l'Apparence du point donné C en G.

SCOLIE.

Comme ce Problême eſt le fondement de tous les autres qui ſuivent, j'enſeigneray ici quelques autres moyens pour le reſoudre, dont on peut ſe ſervir tres-utilement dans quelques rencontres, & je reſoudray auſſi deux difficultez qui peuvent arriver dans la pratique.

On peut donc premierement trouver l'Apparence G du point donné C, ſans ſe ſervir du Point principal V, lorſqu'on a dans le Tableau les deux Points de diſtance D, D, ſçavoir dans l'interſection des deux Rayons DA, DF. Mais comme on n'a ordinairement qu'un ſeul Point de diſtance ſur la Ligne Horizontale DD, cette ſeconde Methode eſt plus curieuſe qu'utile, c'eſt pourquoy j'en ajoûteray une troiſiéme qui eſt plus courte & plus commode.

Pour donc trouver l'Apparence du point C, qui eſt donné ſur le Plan Geometral, abaiſſez comme

auparavant, de ce point donné C, ſur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire CE, & ayant fait EF égale à CE, tirez le Rayon DE. Aprés cela élevez du Point principal V, ſur la Ligne Horizontale DD, la perpendiculaire VX égale à la diſtance VD de l'œil au Tableau, & le point X ſervira de Point de diſtance, pour trouver dans le Tableau les Apparences de tous les points que l'on voudra ſuppoſer dans le Plan Geometral, comme ici pour le point donné C, car en tirant le Rayon CX, on aura ſur le Rayon DF, l'Apparence du point propoſé C, au point G. Planche 12. 25. Fig.

On auroit auſſi pû trouver cette Apparence ſur le Rayon EV, mais comme les deux Rayons CX, EV, peuvent difficilement ſe couper, lorſque le point donné C eſt preſque vis-à-vis du Point principal V, & qu'ils ne ſe coupent point du tout, lorſque ce point C eſt tout-à-fait vis-à-vis le Point de vûë, il vaudra mieux dans la pratique ſe ſervir du Rayon DF que du Rayon EV.

Ainſi pour trouver par cette maniere l'Apparence du point H, qui eſt donné ſur le Plan Geometral, tirez de ce point H, ſur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire HI, & ayant fait IK égale à cette perpendiculaire HI, tirez au point K du Point de diſtance oppoſé D, le Rayon DK, qui ſera coupé par le Rayon XH, en quelque point, comme en L, qui ſera l'Apparence du point propoſé H.

Au lieu de tirer du point donné H, ſur la Ligne de terre AB, une perpendiculaire, on luy peut tirer telle autre ligne oblique qu'on voudra, comme HM, à laquelle on tirera par le point X, la parallele XN, car joignant la droite MN, on aura ſur le Rayon XH, l'Apparence L du point propoſé H.

La premiere Methode qui ſe pratique par l'un des

Planche 12. 25. Fig

Points de distance marqué sur la Ligne Horizontale DD est la plus commode & la plus ordinaire, c'est pourquoy dans la suite nous nous en servirons toûjours, & pour la rendre plus familiere, nous la repeterons encore ici pour le point donné H.

Ayant tiré du point donné H, la ligne HI perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & ayant tiré du point I au Point principal V, le Rayon VI, faites IK égale à la perpendiculaire IH, & menez par le point K & par le Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui donnera sur le Rayon VI, le point L, qui sera l'Apparence qu'on cherche.

S'il arrive qu'en portant la longueur de la perpendiculaire HI sur la Ligne de terre AB, le point K tombe hors de la largeur du Tableau, on la portera de l'autre côté, s'il y a un autre Point de distance: mais s'il n'y en a qu'un, ce qui est le plus ordinaire, tirez par le point B, pris à discretion sur la Ligne de terre AB, & par le Point principal V, le Rayon VB, & ayant fait MB égale à la perpendiculaire HI, tirez le Rayon DM, qui donnera sur le Rayon VB, le point O, par où vous tirerez à la Ligne de terre AB, la parallele OL, qui donnera sur le Rayon VI, le point L qu'on cherche.

Pour faire que tout ce que l'on veut mettre en Perspective paroisse dans une juste proportion, on est quelquefois obligé d'éloigner beaucoup l'œil du Tableau, ce qui peut empêcher de pouvoir marquer le point D de distance sur la Ligne Horizontale DD; Dans ce cas on mettra seulement la moitié de la distance de l'œil au Tableau sur la Ligne Horizontale DD, depuis le Point principal V en Q, qui representera l'un des Points de distance: & alors il faudra seulement porter aussi la moitié de la ligne perpendiculaire HI, sur la Ligne de terre AB, de-

puis I en P, & en tirant le Rayon QP, on aura ſur le Rayon VI, le point L, comme auparavant, pour l'Apparence du point propoſé H.

PRATIQUE II.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite donnée ſur le Plan Geometral.

POur trouver dans le Tableau l'Apparence de la ligne droite HI, qui eſt donnée ſur le Plan Geometral, tirez de ſes deux extremitez H, I, les droites HB, IL, perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & menez par les deux points L, B, au Point principal V, les deux Rayons VL, VB. Faites LO égale à LI, & tirez du point O, par le Point de diſtance oppoſé D, le Rayon DO, qui donnera ſur le Rayon VL, l'Apparence du point I en M. Faites pareillement BK égale à BH, & tirez du point K, par le Point de diſtance oppoſé D, le Rayon DK, qui donnera ſur le Rayon VB, l'Apparence du point H en N. Enfin joignez la droite MN, qui ſera l'Apparence de la ligne propoſée HI. Planche 12. 24. Fig.

Pareillement pour trouver l'Apparence de la ligne droite CH, qui eſt donnée ſur le Plan Geometral, ayant tiré de ſes deux extremitez C, H, les lignes CE, HI, perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & du Point principal V, par les deux points E, I, où ces deux perpendiculaires coupent la Ligne de terre, les Rayons VE, VI, faites EF égale à EC, & IK égale à IH, & tirez par le point F, au Point de diſtance oppoſé D, le Rayon DF; qui donnera ſur le Rayon VE, l'Apparence du point C en G, & pareillement tirez du point K, au Point de diſtance oppoſé D, le Rayon DK, qui donnera ſur le Rayon 25. Fig.

Planche 12. 25. Fig. VI, l'Apparence du point H en L, c'eſt pourquoy ſi l'on joint la droite GL, on aura l'Apparence de la ligne propoſée CH. Ainſi des autres.

SCOLIE.

La pratique & la theorie vous fourniront pluſieurs abregez, étant certain *par Theor.* 7. que ſi la ligne propoſée CH, eſt parallele à la Ligne de terre AB, ſon Apparence dans le Tableau, ſçavoir GL, ſera auſſi parallele à la même Ligne de terre : & *par Theor.* 8. que lorſque la ligne donnée ſur le Plan Geometral ſera perpendiculaire à la Ligne de terre, ſon Apparence dans le Tableau étant continuée paſſera par le Point de vûë, & par le Point de diſtance quand elle ſera avec la Ligne de terre un Angle demi-droit.

Lorſque la ligne donnée dans le Plan Geometral ne ſera pas droite, l'on tirera de pluſieurs de ſes points autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre, par le moyen deſquelles & de ce qui vient d'être dit, on trouvera dans le Tableau les Apparences de tous ces points, leſquelles étant jointes par une ligne courbe, cette ligne courbe ſera l'Apparence de la propoſée.

PRATIQUE III.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une Figure plane donnée ſur le Plan Geometral.

Planche 13. 26. Fig. POur trouver dans le Tableau ABDV, l'Apparence de l'Exagone regulier 1, 2, 3, 4, 5, 6, qui eſt donné dans le Plan Geometral, on tirera de tous ſes Angles autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & par les points 7, 8, 9, où elles

elles coupent la même Ligne de terre AB, l'on tirera au Point principal V, les lignes V7, V8, V9, par le moyen desquelles, & par ce qui vient d'être dit, on trouvera les Apparences des lignes qui bornent l'Exagone proposé. Comme pour trouver l'Apparence de la ligne 1, 2, on portera la longueur de la perpendiculaire 8, 1, sur la Ligne de terre AB, depuis 8 en E, & la longueur de la perpendiculaire 7, 2, sur la même Ligne de terre AB, depuis 7 en F, & l'on tirera du Point de distance opposé D, les Rayons DE, DF, &c. Planche 13. 26. Fig.

SCOLIE.

On peut ici travailler par abregé, pour trouver l'Apparence du point 5, dont la perpendiculaire 9, 5, ne se peut pas transporter sur la Ligne Horizontale AB, depuis le point 9 vers la partie opposée au Point de distance, parce que le Plan du Tableau ne se rencontre pas assez étendu : car comme les deux points 5, 3, se trouvent dans une ligne parallele à la Ligne de terre AB, ayant trouvé dans le Tableau l'Apparence du point 3 sur la ligne V7, il n'y a qu'à tirer par l'Apparence 3, à la Ligne de terre AB, une parallele qui donnera sur le Rayon V9, l'Apparence de l'autre point 5. On fera si l'on veut, la même chose à l'égard des deux points 2, 6, qui sont aussi également éloignez de la Ligne de terre AB.

On peut trouver encore autrement l'Apparence du point 5, non seulement par les abregez qui ont été enseignez dans la *Prat.* 1. mais encore en cette sorte. Parce que le Polygone proposé 1, 2, 3, 4, 5, 6, est regulier, si sur la ligne V8, l'on trouve l'Apparence G de son Centre O, & que par ce point G, qu'on appelle *Centre Apparent*, on tire au point 2 de l'Apparence du point 2 diametralement op-

posé au point 5, une ligne droite, cette ligne droite étant prolongée donnera sur le Rayon V9 l'Apparence du point 5 qu'on cherche. C'est de la même façon que le Rayon V8 donne sur le Rayon DA l'Apparence du point 4 diametralement opposé au point 1. Ainsi des autres.

PRATIQUE IV.

Representer en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux & vûs de face, sans Plan Geometral.

Planche 10. 22. Fig.

DIvisez la Ligne de terre AB en autant de parties égales qu'il vous plaira, dont chacune representera le côté d'un Quarré. Tirez par chaque point de division au Point principal V, autant de lignes droites ou Rayons, dont les deux derniers seront VA, VB, & par le point A, qui est le commencement de la division, tirez au Point de distance opposé D, le Rayon AD, qui coupera les precedens en des points, par où l'on tirera à la Ligne de terre AB, autant de paralleles, dont la derniere sera EF, qui aura ses divisions égales entre les deux points G, H, lesquelles on pourra continuer depuis G vers E, & depuis H vers F, pour tirer par ces nouveaux points de division, du Point principal V, d'autres Rayons, qui donneront sur les deux lignes DA, DB, qui passent par les deux Points de distance D, les mêmes points par où passent les paralleles precedentes à la Ligne de terre, & par où par consequent on pourra tirer des Rayons au Point principal V, sans qu'il soit besoin de prolonger les divisions de la ligne GH.

Ainsi l'on aura en Perspective tous les Quarrez qui peuvent entrer dans l'espace ABFE; & si vous en

voulez davantage, tirez par le point E, au Point de distance opposé D, le Rayon DE, qui coupera ceux qui partent du Point principal V, en des points, par où l'on tirera comme auparavant, à la Ligne de terre AB, autant de paralleles, dont la derniere sera KL, qui passe par la Section 1 des Rayons VB, DE, &c.

SCOLIE.

Si l'on décrit dans le Plan Geometral des Quarrez, dont les côtez soient égaux aux parties de la Ligne de terre AB. les petits quarrez perspectifs seront les apparences de ceux du Plan Geometral, & l'on s'en pourra servir tres-commodément pour mettre en Perspective une ou plusieurs Figures composées de plusieurs lignes, par exemple un Polygone fortifié, qui étant décrit parmi les quarrez du Plan Geometral, il ne sera pas difficile de le décrire en Perspective parmi les quarrez du Tableau, en le faisant passer par les mêmes quarrez du Tableau, que du Plan Geometral. Il ne faut que regarder la Figure pour comprendre tout cela. Planche 15. 31. Fig.

PRATIQUE V.

Representer en Perspective un Plancher de Quarreaux vûs par l'Angle, sans Plan Geometral.

SI vous voulez representer tous ces Quarreaux vûs par l'Angle dans un Plancher quarré vû de front, dont le côté AB soit déterminé sur la Ligne de terre, on décrira premierement l'Apparence de ce Quarré, en tirant par les deux extremitez A, B, de ce côté, au Point principal V, les Rayons VA, VB, & aux deux Points de distance D, les Rayons DFA, DEB, qui couperont les deux precedens VA, VB, Planche 16. 32. Fig.

Planche 16. 32. Fig. en deux points, comme F, E, que vous joindrez par la droite EF, qui ſera parallele à la Ligne de terre, ce qui fait que par un ſeul Point de diſtance, l'on peut aiſément décrire le Quarré Perſpectif ABFE, que vous diviſerez en Quarreaux vûs par l'Angle en cette ſorte.

Ayant comme dans la *Prat.* 4. diviſé la partie AB de la Ligne de terre, ou le côté du Quarré Perſpectif en parties égales, tirez par les points de diviſion à chaque Point de diſtance D, autant de lignes droites, qui par leurs communes interſections formeront les Apparences des Quarreaux vûs par l'Angle, dont il ſera facile de remplir tout le Quarré Perſpectif ABFE, parce que tous les Rayons qui partent des deux Points de diſtance D, diviſent également dans les mêmes points le côté EF parallele au côté AB, qui eſt auſſi diviſé également & dans les mêmes points par les mêmes Rayons qui partent des deux points de diſtance D.

SCOLIE.

Si l'on fait ſur le même côté AB un Quarré dans le Plan Geometral, comme ABGH, dont le Quarré Perſpectif ABFE en ſoit la repreſentation, & que l'on diviſe ce Quarré du Plan Geometral ABGH en d'autres petits quarrez par des lignes paralleles aux Diagonales AG, BH, on ſe pourra ſervir de ce Quarré ainſi diviſé, comme il a été enſeigné dans la *Prat.* 4. pour mettre facilement en Perſpective pluſieurs choſes à la fois, dont le deſſein ſera tracé ſur le Quarré du Plan Geometral.

PRATIQUE VI.

Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé de Quarrez égaux vûs de face, & entourez d'une Liziere, ſans Plan Geometral.

DIviſez la Ligne de terre AB en autant de parties alternativement égales & inégales que vous voudrez de quarreaux & de lizieres, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, & menez de tous ces points au Point principal V : autant de Rayons, ou lignes droites, dont la derniere ſera VB, & la premiere ſera VA. Aprés cela tirez du point A, au Point de diſtance oppoſé D, le Rayon DA, qui coupera ceux qui partent du Point de vûë, en des points par où l'on tirera autant de lignes droites paralleles à la Ligne de terre AB, dont la derniere ſera EF, qui termine le Quarré Perſpectif ABFE, & l'on aura la repreſentation du Plancher qu'on demande, & on le pourra continuer en tirant par le point E & par le Point de diſtance D, un autre Rayon, &c. Planche 13. 27. Fig.

PRATIQUE VII.

Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé de Quarrez égaux vûs par l'Angle, & entourez d'une Liziere, ſans Plan Geometral.

DIviſez comme auparavant, la Ligne de terre AB, en parties alternativement égales & inégales, & tirez par les points de diviſion aux Points de diſtance D, D, autant de lignes, que vous terminerez dans le Quarré Perſpectif ABFE, qui ſe décrira comme auparavant, & tout ſera fait. Planche 14. 28. Fig.

PRATIQUE VIII.

Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé d'Octogones entremélez de petits Quarreaux, ſans Plan Geometral.

Planche 14. 29. Fig. DIviſez la Ligne de terre AB en parties égales, comme ſi vous vouliez faire un Plancher compoſé ſimplement de Quarrez vûs de front, & faites-le effectivement, comme il a été enſeigné en la *Prat.* 4. Aprés cela prenez à volonté le quarré 9, & les huit autres qui ſont tout autour, ſçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, & dans les quarrez 2, 4, 6, 8, menez les Diagonales qui doivent tendre aux Points de diſtance D, D, & vous aurez un Octogone, & les autres ſe feront de la même façon.

SCOLIE.

Il eſt évident qu'entre ces Octogones ainſi décrits, il ſe rencontrera de petits quarrez tels que l'on demande, & que les mêmes Octogones ne ſont pas reguliers, puiſque quatre de leurs côtez ſont égaux aux côtez des petits quarrez, & que les autres quatre ſont égaux aux Diagonales des mêmes quarrez.

PRATIQUE IX.

Repreſenter en Perſpective un Plancher compoſé d'Exagones, ſans Plan Geometral.

30. Fig. FAites premierement un Plancher ABEF, ſur la Ligne de terre AB, comme il a été enſeigné dans la *Prat.* 4. Prenez à volonté deux quarreaux

contigus, comme 1, 2, & tirez les Diagonales des deux autres quarreaux qui ſont à droit & à gauche, & vous aurez un Exagone, qui ſervira de modele pour les autres, parce qu'ils ſe décrivent de la même façon. Planche 14. 30. Fig.

SCOLIE.

Il eſt auſſi évident que ces Exagones ainſi décrits ne repreſentent pas des Exagones reguliers, puiſque leurs côtez ne ſont pas égaux en repreſentation, les plus grands étant les Diagonales des quarrez faits ſur les plus petits, comme dans les Octogones precedens.

PRATIQUE X.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un Cercle donné dans le Plan Geometral.

POur trouver l'Apparence du Cercle ILKM, qui eſt donné dans le Plan Geometral, décrivez autour de ce Cercle le Quarré EFGH, dont un côté EF, ou GH ſoit parallele à la Ligne de terre AB, & l'autre côté EH, ou FG, ſoit par conſequent perpendiculaire à la même ligne de terre AB. Tirez les deux Diagonales EG, FH, qui s'entre-coupant au Centre du Cercle O, donneront ſur la circonference du Cercle donné ILKM, les quatre points P, Q, R, N. Enfin trouvez dans le Tableau ABVD, l'Apparence du Quarré EFGH, ſçavoir le Quarré perſpectif 1, 3, 5, 6, avec toutes ſes diviſions, & par les points 2, 4, 10, 8, 7, 9, 11, 12, qui ſont les Apparences des points de la circonference du Cercle donné L, Q, K, R, M, N, I, P, décrivez une ligne courbe qui déterminera l'Apparence du Cercle propoſé IKLM. Planche 17. 33. Fig.

Planche 17. 33. Fig.

SCOLIE.

Pour décrire plus facilement la ligne courbe, qui repreſente la circonference du Cercle propoſé ILKM, il eſt bon de trouver les Apparences de quelques autres points entre ceux dont les Apparences ſont un peu éloignées : comme ici les Apparences 2, 4, des points L, Q, étant un peu éloignées, on trouvera l'Apparence 14 du point S pris à diſcretion entre les deux L, Q.

Il n'eſt pas abſolument neceſſaire d'avoir le Cercle entier ſur le Plan Geometral, pour marquer ſon Apparence dans le Tableau, car il ſuffit d'en avoir un quart, comme LK, parce que par le moyen des Apparences des points de ce quart LK, on peut trouver par abregé les Apparences des points correſpondans des trois autres quarts KM, MI, IL.

Ainſi ayant trouvé l'Apparence 14 du point S, & l'Apparence 13 du Centre O, l'on tirera par le point 14 la ligne 14, 15, parallele à la Ligne de terre AB, & l'on fera la ligne 18, 15, égale à la ligne 18, 14, & le point 15 ſera l'Apparence du point correſpondant du quart LI, c'eſt à dire d'un point autant éloigné de la Ligne de terre AB que le point 14.

Si l'on tire du Centre apparent 13 au point trouvé 15, la droite 13, 15, & qu'on la prolonge juſqu'à ce qu'elle rencontre la ligne V14, on aura le point 16 pour l'Apparence du point correſpondant du quart KM : & ſi l'on tire par le point 16 la droite 16, 17, parallele à la Ligne de terre AB, & qu'on faſſe 19, 17, égale à 19, 16, le point 17 ſera l'Apparence du point correſpondant du quart MI.

On auroit auſſi trouvé ce point 17, en tirant par

le point 14, & par le Centre Apparent 13, la droite 13, 17, qu'on appelle *Diametre Apparent*, parce qu'elle eſt l'Apparence de l'un des Diametres du Cercle propoſé, ſçavoir de celuy qui paſſe par le point S, dont le point 14 eſt l'Apparence. C'eſt pour la même raiſon que la ligne 11, 10, eſt un Diametre apparent, parce qu'elle eſt l'Apparence du Diametre IK, qui eſt parallele à la Ligne de terre AB: & que la ligne 2, 7, eſt un Diametre apparent, parce qu'elle eſt l'Apparence du Diametre LM perpendiculaire à la même Ligne de terre AB. C'eſt encore pour la même raiſon que la ligne 4, 6, eſt un Diametre apparent, parce qu'elle eſt l'Apparence du Diametre QN, qui fait avec la Ligne de terre AB un Angle demi-droit. Ainſi des autres. Planche 17. 33. Fig.

L'Apparence du Cercle propoſé ILKM ſe rencontre ici une Ellipſe, mais elle peut être un Cercle, lorſque le Cercle donné touchera la Ligne de terre AB, au point L de la Ligne Verticale VL, & que la diſtance de l'œil au Tableau ſera d'une certaine grandeur: que nous trouverons en cette ſorte. Planche 18. 34. Fig.

Ayant prolongé le côté du Quarré circonſcrit EFGH, juſqu'à ce qu'il rencontre à Angles droits la Ligne Horizontale DD, en un point, comme S, menez la droite LS, & en retranchez la partie SC égale à la partie SV, & le reſte LC ſera la diſtance VD, que l'on doit donner à l'œil depuis le Tableau, pour faire que le Cercle propoſé ILKM ſe repreſente auſſi dans le Tableau par un Cercle, qui comme l'Ellipſe touchera les deux côtez E6, F5, aux deux extremitez 11, 10, du Diametre apparent 11, 10.

Que ſi la diſtance VD de l'œil au Tableau étoit donnée, & qu'on voulût trouver la hauteur de l'œil, ou la diſtance VL de la Ligne Horizontale DD, à la Ligne de terre AB, pour faire que l'Apparence du

Planche 18. 34. Fig. Cercle donné ILKM fût un veritable Cercle, le Triangle rectangle SVL fait connoître qu'il faudroit ôter le Quarré de la ligne EL, ou du Rayon du Cercle donné IKLM du quarré de la ligne LS, ou de la ſomme du même Rayon & de la diſtance donnée, pour avoir le Quarré de la hauteur qu'on cherche.

Le Cercle donné ILKM ſe peut auſſi repreſenter en Perſpective par un veritable Cercle : quoiqu'il ne touche pas le Plan du Tableau, pourvû que ſon Centre O ſoit vû de front ; c'eſt à dire qu'il ſoit dans la ligne LM, qui étant perpendiculaire à la Ligne de terre AB, paſſe par l'extremité de la Ligne Verticale VL ; & nous ne l'avons fait toucher le Tableau que pour déterminer la diſtance de l'œil au Tableau avec plus de facilité, & auſſi pour avoir un calcul moins embaraſſé, lorſque nous avons cherché cette diſtance par l'Analyſe nouvelle, en cette ſorte.

Planche 19. 35. Fig. Soit le Plan Geometral ABCD, contenant le Cercle donné IKLM, qui touche le Tableau AGHB au point L, de ſorte que le Diametre LM de ce Cercle eſt perpendiculaire à la Ligne de terre AB. Soit l'œil au point E, élevé au deſſus du Plan Geometral de la quantité EF, que je ſuppoſe connuë, & éloigné du Tableau de la quantité du Rayon principal EV, qui ne peut être que d'une certaine grandeur, lorſque la repreſentation L, 11, 7, 10, du Cercle IKLM ſera un veritable Cercle, c'eſt à dire lorſque l'Angle EL7 ſera égal à l'Angle EML, & que par conſequent le Triangle E7L ſera ſemblable au Triangle ELM, ce que nous avons appellé *Section ſoucontraire*.

Si l'on met *a* pour la hauteur de l'œil EF, ou pour la longueur de la Ligne Verticale VL, *b* pour le Diametre LM du Cercle donné ILKM, & *x* pour la diſtance EV, ou FL de l'œil au Tableau, on aura

$b+x$ pour la ligne FM, & $\frac{ab}{b+x}$ pour le Diametre L7, à cauſe des deux Triangles ſemblables MFE, ML7. Si l'on ajoûte enſemble les deux quarrez EF, FL, on aura $aa+xx$ pour le quarré EL, à cauſe du Triangle EFL rectangle en F : & pareillement ſi l'on ajoûte enſemble les deux quarrez EF, FM ; on aura $aa+bb+2bx+xx$ pour le quarré EM, à cauſe du Triangle rectangle EFM. Planche 19. 35. Fig.

Parce que les quatre quarrez EL, L7, EM, LM, ſont proportionnels, à cauſe des Triangles ſemblables EL7, ELM, on aura en termes Analytiques cette Analogie, $aa+xx, \frac{aabb}{bb+2bx+xx} :: aa+bb+2bx+xx, bb$, dont les deux Conſequens étant diviſez par bb, on aura celle-ci, $aa+xx, \frac{aa}{bb+2bx+xx} :: aa+bb+2bx+xx, 1$, dont les deux premiers étant multipliez par $bb+2bx+xx$, on aura cette derniere Analogie, $aabb+2aabx+aaxx+bbxx+2bx^3+x^4, aa :: aa+bb+2bx+xx, 1$, & par conſequent cette Equation $aabb+2aabx+aaxx+bbxx+2bx^3+x^4 \backsim a^4+aabb+2aabx+aaxx$, de laquelle ôtant le quarré $aabb+2aabx+aaxx$, on aura cette autre Equation, $bbxx+2bx^3+x^4 \backsim a^4$, & par la Racine quarrée on aura celle-ci, $bx+xx \backsim aa$, de laquelle nous avons tiré la conſtruction precedente, ſelon la Methode ordinaire dont on ſe ſert pour reſoudre par Geometrie les Equations de deux dimenſions.

PRATIQUE XI.

Repreſenter en Perſpective les Aſſietes de pluſieurs Cubes vûs de face, égaux, & également éloignez l'un de l'autre, & mis dans pluſieurs rangs qui aboutiſſent au Point de vûë, ſans Plan Geometral.

Planche 19 36. Fig. SI vous voulez quatre rangs de quarrez égaux en diſtances égales, marquez ſur la Ligne de terre AB, les largeurs AC, EF, GH, IB, de ces quarrez, en ſorte que ces largeurs ſoient égales entre elles, auſſi-bien que leurs diſtances CE, FG, HI, & menez par les points A, C, E, F, G, H, I, B, au Point principal V autant de lignes droites, qui ſe trouveront coupées par la ligne AD, que l'on doit tirer du point A, au Point de diſtance oppoſé D, en des points, par où l'on tirera autant de lignes paralleles à la Ligne de terre AB, dont la derniere ſera KL, & ſi vous en voulez davantage, tirez par le point K au Point de diſtance D, une ſeconde ligne, &c.

PRATIQUE XII.

Repreſenter en Perſpective un Quarré vû par l'Angle, avec quatre autres petits quarrez auſſi vûs par l'Angle, & ſituez aux quatre Angles du Grand Quarré ſans Plan Geometral.

37. Fig. SUppoſons que l'Angle du Quarré, dont nous voulons avoir l'Apparence dans le Tableau ABDD, touche la Ligne de terre au point E; prenez depuis ce point E, ſur la Ligne de terre AB, les lignes EA, EB, égales chacune à la Diagonale du Quarré, dont vous voulez avoir l'Apparence, &

tirez par les deux Points de distance D, D, aux trois points A, E, B, des lignes droites, qui par leurs intersections donneront l'Apparence ou la representation EFGH du Quarré qu'on cherche. Planche 19. 37. Fig.

Maintenant pour representer aux Angles de ce Quarré EFGH, quatre autres petits quarrez, qui soient comme les Bases de quatre Corps de Logis, de quatre Pavillons, de quatre Colonnes, &c. il faut prendre sur la Ligne de terre AB, les lignes EK, EL, AM, BN, égales chacune à la Diagonale d'un des petits quarrez qu'on suppose être autour du Quarré du Plan Geometral, & achever le reste comme il vient d'être dit, & comme vous voyez dans la Figure.

Si vous vouliez d'autres quarrez, il faudroit tirer par le point I, la ligne droite OP parallele à la Ligne de terre AB, & achever le reste comme la Figure montre, sans qu'il soit besoin d'une plus longue explication.

DES ELEVATIONS OU DE LA SCENOGRAPHIE.

APRE'S avoir suffisamment traité de la representation des Points, des Lignes, & des Plans, l'ordre & la suite demande que nous traitions des Elevations, & premierement des Corps droits, & ensuite des Corps penchans & inclinez, comme vous allez voir dans les Problêmes suivans.

PRATIQUE XIII.

D'un point donné dans le Tableau élever une ligne perpendiculaire à la Ligne de terre d'une grandeur donnée en repreſentation.

Planche 20. 38. Fig. JE ſuppoſe que dans le Tableau ABDV, l'on donne le point F, dont il faille élever une perpendiculaire à la Ligne de terre AB, telle qu'eſt ici FG, qui repreſente par exemple une hauteur de deux pieds. Nous avons ici donné ce point F en quatre endroits differens du Tableau, pour vous faire voir que la Methode de déterminer la hauteur FG eſt par tout la même, comme vous allez voir.

Puiſque l'on demande une hauteur de deux pieds en repreſentation, on doit mettre la longueur naturelle de deux pieds en quelque lieu de la Ligne de terre AB, comme depuis B en E, & tirer par les deux points E, B, & par le point H pris à diſcretion ſur la Ligne Horizontale VD, les droites HE, HB, qui ſerviront d'Echelle, que Deſargues appelle *Echelle fuyante*, dont l'uſage ſera tel.

Tirez par le point donné F, la ligne FO parallele à la Ligne de terre AB, & la partie NO compriſe dans l'Echelle fuyante repreſentera deux *Pieds Perſpectifs*, que Deſargues appelle *Pieds de front*, comme la ligne HE ſe nomme *Ligne fuyante*, & la ligne SO *Ligne de front*, que Deſargues appelle auſſi *Echelle de front*, quand elle eſt diviſée en parties égales, comme ici, par les lignes de front qui partent du Point principal V, par les diviſions égales de la Ligne de terre AB, qui repreſentent des Pieds naturels, ou des Toutes, &c. Si donc on fait la ligne FG égale à ſa ligne correſpondante NO, elle re-

preſentera la hauteur de deux pieds, comme il étoit propoſé. Planche 20. 38. Fig.

Scolie.

Si l'on décrit dans le Tableau ABDV, un Plancher de quarrez, dont les côtez ſoient chacun d'un Pied perſpectif, que Deſargues appelle *Pied fuyant*, lorſqu'il ſe prend ſur une *Ligne fuyante*, comme il a été enſeigné dans la *Prat.* 4. ces quarrez pourront ſervir pour trouver la longueur de la ligne FG, qui doit ſe faire égale à la grandeur de deux Pieds de front pris en tel lieu qu'on voudra de ſa Ligne de front FO.

Mais parce qu'il eſt trop long de décrire un Plancher de quarreaux, & que l'on n'a pas toûjours dans le Tableau un eſpace commode pour y faire une Echelle fuyante, c'eſt à dire pour mettre ſur la Ligne de terre AB, la hauteur donnée BE, apprenez cette autre Methode, qui ſe peut aiſément pratiquer ſans aucune confuſion.

Elevez du point B pris à diſcretion ſur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire BC de deux pieds naturels, ou de telle autre grandeur que vous voudrez donner à la hauteur apparente FG,& menez du point H pris à volonté ſur la Ligne Horizontale VD, aux deux points B, C, les droites HB, HC, entre leſquelles on déterminera la longueur de la perpendiculaire FG, en tirant du point O, où la ligne de front FO rencontre la ligne HB, la ligne OM parallele à la *Ligne d'élevation* BC, & cette parallele OM ſera la hauteur FG qu'on cherche.

PRATIQUE XIV.

Repreſenter en Perſpective un Priſme droit.

Planche 20. 39. Fig.

POur repreſenter dans le Tableau ABDV, un Priſme droit, dont la Baſe ou l'Aſſiete, ſoit par exemple un Exagone, on décrira premierement cette Baſe Exagone 1, 2, 3, 4, 5, 6, dans le Plan Geometral, vis-à-vis la Ligne de terre AB, dont il doit être éloigné ſelon la diſtance du Priſme au Tableau, & il doit avoir une poſition à l'égard de la Ligne de terre AB, & du Point principal V, ſelon que le Priſme que l'on veut repreſenter en Perſpective, ſera tourné à l'égard du Tableau & de l'œil.

Cette Preparation étant faite, on mettra en Perſpective, *par Prat.* 3. le Plan 1, 2, 3, 4, 5, 6, & de tous les Angles de l'Exagone perſpectif on élevera autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, auſquelles on donnera une hauteur égale en repreſentation à celle du Priſme propoſé, comme il vient d'être enſeigné, ſçavoir en mettant cette hauteur donnée ſur la Ligne de terre depuis B en E, ou ſur ſa perpendiculaire BC, &c.

SCOLIE.

Lorſque vous voudrez repreſenter un Cube vû de face, dont le côté ſoit égal en repreſentation à une ligne de front donnée dans le Tableau, comme à la ligne CE, vous pourrez vous ſervir de cet abregé.

Tirez par les deux points E, C, au Point principal V, les Rayons VE, VC, & par le point C au Point de diſtance D, le Rayon CD, qui donnera ſur le Rayon VE le point 8, par où vous tirerez au

côté

côté donné CE, ou à la Ligne de terre AB, la parallele 7, 8, qui ſera terminée au point 7, par l'autre Rayon VC, & le quarré perſpectif 7CE8 ſera la Baſe du Cube qu'on veut décrire; ainſi il n'y aura plus qu'à élever des deux points E, C, les lignes EG, CF, égales & perpendiculaires au côté CE, & pareillement des deux points 7, 8, les deux lignes 70, 89, égales & perpendiculaires au côté 7, 8, &c. Planche 20. 39. Fig.

Quand on voudra repreſenter en Perſpective un Cylindre droit, dont la Baſe eſt un Cercle, on décrira ce Cercle en Perſpective, *par Prat.* 10. & on élevera de pluſieurs points de ce Cercle perſpectif des perpendiculaires égales chacune en repreſentation à la hauteur donnée du Cylindre, aprés quoy il n'y aura plus qu'à joindre les extremitez d'en haut de toutes ces perpendiculaires par une ligne courbe, & tout ſera fait.

PRATIQUE XV.

Repreſenter en Perſpective pluſieurs Cubes droits également éloignez entre eux, & mis dans divers rangs paralleles & perpendiculaires au Tableau.

ON doit premierement décrire dans le Tableau les Aſſietes de tous ces Cubes, qui ſont autant de quarrez perſpectifs, comme il a été enſeigné dans la *Prat.* 11. On élevera enſuite de tous les Angles des lignes droites perpendiculaires à la ligne de terre AB, & égales chacune à ſon côté correſpondant qui ſe trouve parallele à la Ligne de terre AB, comme nous avons dit au Scolie precedent, comme les deux perpendiculaires 13, 24, éga- Planche 21. 40. Fig.

Planche 21. 40. Fig. les chacune à leur côté correſpondant 12, &c.

SCOLIE.

Si au lieu de Cubes, on vouloit des Piliers quarrez, on travailleroit de la même façon, excepté que la hauteur de chaque Pilier ne ſeroit pas égale à ſon côté correſpondant, & on la déterminera ſelon qu'elle ſera donnée, par la regle generale de la *Prat.* 13. Mais ſi au lieu de Piliers quarrez on vouloit des Piliers ronds, ou des Cylindres, dont les Baſes ſont des Cercles, on devroit décrire *par Prat.* 10. les repreſentations de ces Cercles dans les petits quarrez perſpectifs, & achever le reſte, comme il a été dit au Scolie precedent.

PRATIQUE XVI.

Repreſenter en Perſpective un Priſme droit concave.

Planche 21. 41. Fig. SI vous voulez que la Baſe du Priſme concave ſoit par exemple un Octogone, décrivez dans le Tableau ABDV l'Apparence d'un Octogone double pour cette Baſe, & élevez de tous les Angles de la même Baſe autant de lignes droites perpendiculaires à la Ligne de terre AB, égales chacune en repreſentation à la hauteur que vous voudrez donner à vôtre Priſme, telle qu'eſt ici BC, & joignez les extremitez de toutes ces perpendiculaires par des lignes droites, & tout ſera fait.

PRATIQUE XVII.

Repreſenter en Perſpective un Corps droit taludé.

SI vous voulez que la Baſe du Corps taludé ſoit par exemple un Exagone, décrivez dans le Tableau ABDV, l'Apparence d'un Exagone double, dont l'interieur ſera la Baſe ou l'Aſſiere de l'Exagone de deſſus, & l'exterieur ſera pour le Talud, qui ſe connoît, auſſi-bien que la hauteur du Corps taludé, par le moyen du *Profil*, qu'on appelle auſſi *Porfil*; qui eſt la Section d'un Corps & d'un Plan Vertical, ou perpendiculaire à l'Horizon, comme EFGH, où la hauteur du Corps propoſé eſt repreſentée par la ligne GK, ou HI, & ſon talud par la partie KF, ou ou EI, terminée par les lignes HI, GK, perpendiculaires à la Baſe EF, &c. Planche 22 42. Fig.

Ayant donc décrit le Plan perſpectif du Corps propoſé, élevez de tous les Angles interieurs, à la Ligne de terre AB, autant de lignes perpendiculaires égales chacune en repreſentation à la hauteur du Corps propoſé, qui ſe trouve dans le Profil, ſçavoir HI, ou GK, ou ſon égale BC, & joignez les extremitez de toutes ces perpendiculaires par des lignes droites, pour avoir l'Exagone de deſſus, dont les Angles doivent auſſi être joints avec les Angles correſpondans du Talud par des lignes droites, comme l'Angle 1 avec l'Angle 2, l'Angle 3 avec l'Angle 4, l'Angle 5 avec l'Angle 6, &c.

PRATIQUE XVIII.

Repreſenter en Perſpective deux Pyramides, dont l'une ſoit appuyée ſur ſa Baſe, & l'autre élevée ſur ſa Pointe.

Planche 22. 43. Fig. PRemierement pour trouver l'Apparence d'une Pyramide appuyée ſur ſa Baſe, décrivez cette Baſe en Perſpective, comme 1, 2, 3, 4, & élevez de ſon Centre 6, la ligne 6, 5, perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & égale en repreſentation à la hauteur donnée de la Pyramide, pour avoir au point 5 la pointe de la Pyramide, aprés quoy on achevera le reſte, comme vous voyez dans la Figure.

Secondement pour trouver l'Apparence d'une Pyramide appuyée ſur ſa Pointe, ayant décrit comme auparavant le Plan perſpectif 1, 2, 3, 4, décrivez ſur ce Plan le Priſme 4, 5, 6, 7, 2, 1, dont la hauteur ſoit égale en repreſentation à celle de la Pyramide propoſée, & prenez le Plan de deſſus 5, 6, 7, 9, pour la Baſe de la Pyramide renverſée, & le Centre 8 de la Baſe de deſſous 1, 2, 3, 4, pour ſa pointe, &c.

PRATIQUE XIX.

Repreſenter en Perſpective un Corps droit concave taludé en dedans & en dehors.

Planche 23. 44. Fig. SI vous voulez que la Baſe du Corps droit taludé par le dedans & par le dehors, ſoit par exemple un Exagone, décrivez dans le Tableau ABVD l'Apparence d'un Exagone double ſelon l'épaiſſeur que vous voudrez donner aux côtez du Corps concave,

ou ſelon que le Profil, s'il y en a un, vous la donnera: & autour de cet Exagone double décrivez en dedans & en dehors deux autres Exagones paralleles en repreſentation au deux precedens, & plus ou moins éloignez ſelon la largeur que vous trouverez dans le Profil du Talud interieur & exterieur. Elevez de tous les Angles de l'Octogone double, qui eſt au milieu des deux autres, autant de lignes droites perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & égales en repreſentation à la hauteur du Corps propoſé, que vous trouverez dans le Profil, & achevez le reſte comme nous avons dit dans la *Prat.* 18. Planche 23. 44. Fig.

PRATIQUE XX.

Repreſenter en Perſpective un Profil de Fortification.

AYant décrit dans le Tableau le Profil qu'on veut repreſenter en Perſpective, avec ſes proportions naturelles, en ſorte que le niveau de la campagne CD ſoit parallele à la Ligne de terre AB, tirez de tous les Angles de ce Profil au Point principal V, autant de Rayons que vous terminerez en cette ſorte. Tirez à volonté un ſecond niveau de la campagne EF parallele au premier CD, & cette ligne EF terminera le premier Rayon DG au point G, par où vous tirerez à la ligne DI la parallele GH, qui terminera en H le ſecond Rayon HI, & ainſi enſuite. Cela ſe peut auſſi faire autrement, mais la petiteſſe de la figure ne me permet pas de vous en dire davantage. 45. Fig.

Scolie.

Comme tous les Corps que nous avons décrits juſqu'à preſent ont eu dans toutes leurs parties une

même hauteur, si l'on en veut excepter le Profil precedent, nous les avons representez seulement par le moyen de leur Plan, ou Base. Mais quand ils auront des hauteurs differentes, il faudra avoir le Profil outre le Plan, parce que ce Profil donnera les hauteurs que l'on doit donner aux diverses parties du Corps que l'on se propose de representer en Perspective. C'est pourquoy en de semblables rencontres nous nous servirons du Plan & du Profil, comme vous allez voir dans la Pratique suivante.

PRATIQUE XXI.

Representer en Perspective une Croix double élevée à Angles droits sur le Plan Geometral.

Planche 24. 46. Fig. AYant fait le Plan & le Profil de la Croix que l'on veut representer en Perspective, placez ce Plan dans le Plan Geometral vis-à-vis la Ligne de terre, selon la situation que vous voulez donner à la Croix, & aprés avoir mis ce Plan en Perspective, élevez de tous ses Angles des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, pour y mettre les hauteurs des parties correspondantes de la Croix, telles que vous les voyez au naturel dans le Profil, que vous racourcirez par les regles de la *Prat.* 13. & pour joindre les extremitez de ces perpendiculaires par des lignes droites, conformément à celles du Profil.

SCOLIE.

Planche 25. 47. Fig. Si l'on décrit une Croix double équilaterale, & que l'on joigne les extremitez des quatre bras & de l'arbre par des lignes droites, on aura l'Apparence d'un *Polyëdre*, c'est à dire d'un Corps composé de

pluſieurs faces, & inſcriptible dans une Sphere, dont le Centre ſera par conſequent le même que le Centre de la Sphere. Entre ces faces, qui ſont au nombre de 26, il y aura 18 quarrez égaux entre eux, & 8 triangles égaux entre eux & équilateraux.

Mais on peut décrire autrement ce Polyëdre en regardant la *Fig.* 48. où vous prendrez garde que AF eſt la hauteur du premier Octogone élevé, & du quarré 9, 10, 11, 12, qui ſert de Baſe au Polyëdre ſur le Piedeſtal ou le premier Octogone élevé. Que AG eſt la hauteur du ſecond Octogone élevé, AH la hauteur du troiſiéme, & AI la hauteur du ſecond quarré élevé, lorſque le Polyëdre eſt plus bas que l'œil: & enfin que les lignes FG, HI, ſont égales chacune à la ligne 8, 9, ou bien à la ligne 1, 9, du Plan d'aſſiete, & la ligne GH égale au côté 1, 2, du même Plan d'aſſiete. Planche 26. 48. Fig.

Mais lorſque le Polyëdre eſt plus haut que l'œil, la ligne DL eſt la hauteur du premier quarré 9, 10, 11, 12, au deſſus de la Ligne Horizontale DV, DM la hauteur du premier Octogone du Polyëdre au deſſus de la même Ligne Horizontale, DN la hauteur du ſecond Octogone, & DE la hauteur du ſecond quarré, les lignes LM, EN, étant pareillement égales chacune à la ligne 8, 9, du Plan d'aſſiete, & la ligne MN au côté 1, 2, du même Plan d'aſſiete.

PRATIQUE XXII.

Repreſenter en Perſpective un Priſme droit élevé ſur l'une de ſes faces obliques.

AYant décrit ſur la ligne EF, que je ſuppoſe parallele à l'Horizon, le Profil du Priſme pro-

Plan-che 27. 49. Fig. posé, avec ſon Plan qui ſe terminera par des lignes tirées à Angles droits ſur la ligne EF, de tous les Angles du Profil, on décrira ce Plan en Perſpective, en le poſant vis-à-vis la Ligne de terre AB dans le Plan Geometral, ſelon la ſituation que l'on voudra donner à ce Priſme, & l'on tirera de tous les angles de ce Plan perſpectif des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, égales en repreſentation à la hauteur des points qui leur répondent dans le Profil : & en joignant les points qui appartiendront à un même côté, ce que le Profil fera aiſément connoître, le Problême ſe trouvera reſolu.

SCOLIE.

Plan-che 28. 50. Fig. Si l'on veut que le Priſme ſoit percé à jour, on en fera pareillement le Profil & le Plan, pour achever le reſte, comme nous venons de dire, & comme vous voyez dans la 50. *Fig.*

Plan-che 29. 51. Fig. C'eſt auſſi de la même façon que l'on repreſentera en Perſpective un Priſme droit appuyé ſur l'un de ſes côtez, ſçavoir en décrivant ſur la ligne EF parallele à l'Horizon le Profil de ce Priſme, & au deſſous de la même ligne EF ſon Plan, dont la largeur 6, 6, ou 2, 2, repreſente l'épaiſſeur du Priſme, ou la longueur du côté ſur lequel il s'appuye, & en achevant le reſte comme auparavant, & comme vous voyez dans la 51. *Fig.*

PRATIQUE XXIII.

Repreſenter en Perſpective un Priſme incliné à l'Horizon, appuyé ſur un côté, & ſoûtenu par un autre Priſme droit

SI l'on décrit ſur la ligne EF parallele à l'Horizon, le Profil du Priſme incliné, & du droit contre lequel il s'appuye, avec leurs Plans d'aſſiete, on n'aura pas plûs de difficulté à repreſenter ces Corps en Perſpective, que les precedens; ainſi je croy qu'il ſuffit de vous en donner la Figure, à l'imitation de laquelle, & de ce qui a été dit juſqu'à preſent, il ſera facile de repreſenter en Perſpective un Corps appuyé ſur l'un de ſes Angles ſolides, pourvû qu'on en ait le Plan & le Profil, & de repreſenter dans le Tableau, tout ce que l'on voudra, ſans qu'il ſoit beſoin d'en donner ici un plus grand nombre d'exemples. Planche 30. 52. Fig.

SCOLIE.

Tout ce que nous avons dit juſqu'à preſent, ſuppoſe que le Tableau eſt droit, ou perpendiculaire à l'Horizon, parce qu'il eſt ordinairement tel : neanmoins comme il peut être incliné en de certaines rencontres, comme quand on veut peindre ſur la Surface d'une voute, nous donnerons ici en paſſant la maniere de repreſenter dans un Tableau incliné à l'Horizon un Priſme perpendiculaire à l'Horizon, par le moyen du Profil & du Plan du Tableau, que l'on preparera premierement en cette ſorte.

Pour décrire en premier lieu le Profil du Tableau, tirez à part la ligne indéfinie EF; que vous prendrez pour la Ligne de ſtation, & luy élevez de ſon extre- Planche 31. 53. Fig.

Planche 31. 33. Fig. mité E, la perpendiculaire EG égale à la hauteur de l'œil au deſſus du Plan Geometral, pour avoir en G la place de l'œil, & en E ſon Aſſiete. Aprés cela tirez par le point H éloigné du point E d'une diſtance égale à celle de l'Aſſiete de l'œil au Tableau, la ligne indéfinie HI inclinée à la Ligne de ſtation EF, comme vous voudrez que le Tableau ſoit incliné à l'Horizon, & cette ligne HI ſera priſe pour la Ligne Verticale & pour le Tableau. Tirez encore de l'œil placé en G la droite GI parallele à la Ligne de ſtation EF, & cette ligne GI qui repreſente le Rayon principal, donnera ſur la Ligne Verticale HI, le point I, qui repreſentera le Point de vûë. Enfin prolongez les lignes EG, HI, juſqu'à ce qu'elles ſe coupent en un point, comme K, que nous appellerons *Point accidental du Tableau*, où les apparences de toutes les lignes perpendiculaires à l'Horizon, étant prolongées doivent aboutir, *par Theor.* 8. lequel, comme tous les autres, convient auſſi-bien au Tableau incliné qu'au Tableau Vertical; & voilà le Profil du Tableau achevé.

Pour décrire le Plan du Tableau, tirez à part la Ligne Horizontale VD, & la Ligne de terre AB, parallele à l'Horizontale VD, & éloignée de la même Horizontale d'une quantité égale à la Ligne Verticale HI du Profil, en ſorte que la perpendiculaire VA ſoit égale à cette Verticale HI : & ayant pris le point V pour le Point de vûë, faites la ligne VD égale au Rayon principal GI, pour avoir en D le Point de diſtance. Enfin prenez ſur la perpendiculaire ou Ligne Verticale VA prolongée, la ligne AL égale à l'hypotenuſe HK du Profil, pour avoir en L le Point accidental du Tableau, par le moyen duquel on repreſentera dans ce Tableau un Priſme droit en cette ſorte.

Cette preparation étant faite, on placera comme à l'ordinaire, la Baſe du Priſme qu'on veut repreſenter en Perſpective, dans le Plan Geometral vis-à-vis la Ligne de terre AB, plus ou moins proche ſelon la ſituation que l'on voudra donner à ce Priſme, comme l'Exagone 1, 2, 3, 4, 5, 6, que l'on mettra en Perſpective comme ſi le Tableau étoit droit, mais au lieu de tirer des angles de l'Exagone Perſpectif des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, comme il faudroit faire, ſi le Tableau étoit perpendiculaire à l'Horizon, on les tirera du Point accidental L, & on y terminera la hauteur du Priſme en cette ſorte. Planche 31. 53. Fig.

Pour déterminer par exemple la hauteur apparente du point 5, qui eſt dans le Tableau, tirez du point 5, qui eſt dans le Plan Geometral, à la Ligne de terre AB, la perpendiculaire 5C, dont la longueur doit être portée ſur la ligne EF du Profil depuis H au point 3, d'où vous éleverez la droite 3M perpendiculaire à la ligne EF, & égale à la hauteur donnée du Priſme. Aprés cela tirez de l'œil G, par le point M, le Rayon GM, qui donnera ſur la ligne HI le point N, & portez la diſtance HN ſur la Ligne Verticale AV du Tableau, depuis A au point 3, par où vous tirerez à la Ligne de terre AB, la parallele 3O, qui donnera ſur la ligne LO tirée du Point accidental L, par le point 5 du Tableau, le point O, & la ligne 5O ſera égale en repreſentation à la hauteur donnée du Priſme. Ainſi des autres.

Des Ombres.

LEs Ombres ſont toute la beauté d'une Perſpective, parce qu'elles diſtinguent les parties d'un Corps, qui ſont oppoſées à la lumiere, d'avec

celles qui ſont éclairées, ou qui regardent la lumiere, & ſervent en cette façon à relever l'éclat de ces parties éclairées, qui le peuvent être ou du Soleil, dont les Rayons ſont conſiderez comme paralleles entre eux, parce qu'ils partent d'un point extrémement éloigné du Tableau, ou d'une petite lumiere, comme d'un Flambeau, dont les Rayons ne peuvent pas être paralleles entre eux, parce qu'ils partent d'un point mediocrement éloigné du Tableau.

Planche 52. 54. Fig. Comme dans la Perſpective l'on conſidere principalement ces trois Plans qui ſont perpendiculaires l'un à l'autre, le Plan du Tableau ABCD; que nous ſuppoſerons toûjours perpendiculaire à l'Horizon, le Plan Vertical PGVQ, qui eſt perpendiculaire au Tableau, & le Plan Geometral ABEF, auquel les deux precedens ſont perpendiculaires: de même l'on y conſidere principalement ces trois lignes perpendiculaires l'une à l'autre, & chacune à quelqu'un de ces Plans, le Rayon principal GV, & toutes ſes paralleles qui ſont perpendiculaires au Tableau, la hauteur de l'œil PG, & toutes ſes paralleles qui ſont perpendiculaires au Plan Geometral, & enfin toutes les lignes droites qui ſont paralleles entre elles & au Tableau, & par conſequent perpendiculaires au Plan Vertical, dont celle que nous conſidererons ici principalement, paſſe par l'œil G, ſçavoir GO.

Pour déterminer les Ombres des Corps ſur quelque Plan que ce ſoit, il ſuffit de ſçavoir trouver les Ombres des lignes qui les bornent, & comme ces Ombres ſe marquent ordinairement au Soleil, nous donnerons ici quelques regles pour déterminer ces Ombres, pour le cas auquel le Soleil eſt hors du Plan du Tableau, & auſſi pour celuy auquel il eſt dans le Plan du Tableau. Pour cette fin ſuppoſons

que le Soleil ſoit en S, & qu'un de ſes Rayons ſoit ST, qui paſſant par l'œil G, rencontre le Tableau au point T, que nous appellerons *Lieu du Soleil dans le Tableau*, parce que comme nous avons ſuppoſez les Rayons du Soleil paralleles entre eux, leur apparence concourant au point T, détermine effectivement en ce point T le lieu du Soleil dans le Tableau. Planche 32. 54. Fig.

Cela étant ſuppoſé, tirez du lieu du Soleil T, à la Ligne Verticale VQ, la parallele TM, qui ſera terminée en M, par la Ligne Horizontale KL, & au Rayon principal VG, ou à la Ligne de ſtation PQ, la parallele TN, que vous terminerez au point N, en cette ſorte. Tirez par le même point T, à la Ligne de terre AB, la parallele TI, qui ſera terminée par la Ligne Verticale VQ au point I, par où vous tirerez à la Ligne de ſtation PQ, ou au Rayon principal VG, la parallele IH, qui ſera terminée par la hauteur de l'œil GP, au point H, par où vous tirerez encore à la ligne TI, la parallele HN, qui rencontrera la ligne TN au point N, duquel vous tirerez la ligne NO parallele & égale à la ligne TM, & joignez la ligne MO, qui ſera parallele & égale à la ligne TN, & la ligne GO, qui ſera parallele & égale à la ligne HN, & auſſi à la ligne TI. Joignez encore les deux lignes OT, GI, qui ſeront paralleles & égales entre elles. Enfin joignez les droites VT, &, HS : & vous aurez les deux Plans MOGV, TNHI, paralleles entre eux, & au Plan Geometral ABEF; & par conſequent perpendiculaires au Plan du Tableau ABCD, & les deux Plans TNOM, IHGV, paralleles entre eux, & au Plan Vertical, & par conſequent perpendiculaires au Tableau; & enfin les deux Plans TIVM, NOGH, paralleles entre eux & au Tableau, & par conſequent perpendiculaires au Plan Vertical.

Planche 32. 54. Fig. Nous appellerons le point I, le *Point d'inclinaiſon des Rayons du Soleil*, parce que ce point dépend de la hauteur du Soleil ſur l'Horizon, étant certain qu'il ſe trouvera plus proche de la Ligne Horizontale KL, quand le Soleil ſera plus proche de l'Horizon : & le point M, le *Point de la déclinaiſon des Rayons du Soleil*, parce que ce point dépend de la déclinaiſon du Soleil du Plan Vertical, étant certain qu'il ſe rencontreroit dans la Ligne Verticale VQ, ſi le Soleil étoit dans le Plan Vertical, auquel cas les deux points I, T, conviendroient enſemble, & ils conviendroient avec le Point principal V, ſi le Soleil étoit dans l'interſection du Plan Vertical & de l'Horizon, & ils s'évanoüiroient entierement s'il étoit au Zenith. Cela étant expliqué, venons aux Regles.

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil eſt ſuppoſé hors du Plan du Tableau.

I.

L'Ombre que le Rayon principal VG, qui eſt perpendiculaire au Plan du Tableau, fait ſur le Tableau, eſt VT, & generalement les Ombres que des lignes paralleles au Rayon principal VG, ou perpendiculaires au Tableau, font ou ſur le Tableau, ou ſur des Plans paralleles au Tableau, ſeront auſſi paralleles à VT; parce que le Plan d'ombre TVG, coupant le Tableau par la ligne TV, coupera tous les Plans paralleles au Tableau par des lignes paralleles à TV, & d'autres Plans d'ombre paralleles au Plan d'ombre TVG, couperont auſſi le Tableau, & les autres Plans qui luy ſeront paralleles, par des lignes paralleles à TV.

Planche 32. 54. Fig.

II.

L'apparence de l'Ombre que le même Rayon principal VG fait ſur le Plan Horizontal MOGV, tend au Point de vûë V, & generalement l'apparence des Ombres que des lignes paralleles au Rayon principal, ou perpendiculaires au Tableau, ſont ou ſur le Plan Geometral, ou ſur des Plans paralleles au Geometral, & par conſequent à l'Horizontal, tend au Point de vûë; parce que le Plan d'Ombre TVG, coupant le Plan Horizontal MOGV, qui eſt parallele au Geometral ABEF, par la ligne VG, qui paſſe par le Point principal V, & le Plan TNHI, qui eſt auſſi parallele au Plan Geometral par la ligne TN, qui eſt parallele au Rayon principal VG, & par conſequent perpendiculaire au Tableau, à cauſe que ces deux Plans MOGV, TNHI, ſont paralleles entre eux, l'apparence de la ligne TN doit auſſi tendre au Point principal V, *par Theor.* 8. & comme les Sections que des Plans d'ombre paralleles au Plan d'ombre TVG, font avec des Plans paralleles entre eux, & aux deux precedens, c'eſt à dire au Plan Geometral, ou au Plan Horizontal, ſont toutes paralleles au Rayon principal VG, *par* 16. 11. leur apparence doit tendre pareillement au Point principal V.

III.

L'apparence de l'Ombre que le même Rayon principal VG, & ſes paralleles font ſur le Plan Vertical GHIV, & ſur ſes paralleles, tend au Point principal V; parce que la commune Section du Plan d'Ombre TVG, & du Plan Vertical GHIV, eſt VG, qui paſſe par le Point principal V, & que ſi quelqu'autre Plan parallele au Plan Vertical eſt coupé

Planche 32. 54. Fig. par le même Plan d'ombre TVG, ou par d'autres qui luy ſoient paralleles, les communes Sections ſeront paralleles entre elles & au Rayon principal VG, & leurs apparences tendront *par Theor.* 8. au même Point de vûë V, qui eſt leur Point accidental.

IV.

L'Ombre que la ligne GO, qui eſt perpendiculaire au Plan Vertical, fait ſur le Plan Geometral ABEF, eſt parallele à TI, & par conſequent à la Ligne de terre AB, & generalement l'Ombre que des lignes perpendiculaires au Plan Vertical font ſur le Plan Geometral, ou ſur des Plans qui luy ſont paralleles, ſont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB; parce que les lignes GO, TI, étant les communes Sections du Plan de lumiere, ou d'ombre GOS, & des deux Plans paralleles MOGV, TNHI, ſont paralleles entre elles, *par* 16. 11. & par conſequent à la Ligne de terre AB, & ce que je dis des deux Plans paralleles MOGV, TNHI, ſe doit entendre du Plan Geometral ABEF, & de tous les autres qui luy ſont paralleles: & comme les apparences de la ligne TI, & de toutes ſes paralleles, ſont paralleles à la Ligne de terre AB, *par Theor.* 7. il s'enſuit que l'apparence des Ombres de toute les lignes perpendiculaires au Plan Vertical, qui ſe font ſur le Plan Geometral, ou ſur ſes paralleles, eſt parallele à la ligne de terre AB.

V.

L'Ombre que la même ligne GO fait ſur le Plan du Tableau ABCD, eſt parallele à la Ligne Horizontale KL, ou à la Ligne de terre AB, & generalement

ment les Ombres que toutes les lignes perpendiculaires au Plan Vertical, ſont ſur le Tableau, ſont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB; parce que le Plan NOGH étant parallele au Plan du Tableau ABCD, les communes Sections OG, TI, de ces deux Plans paralleles & du Plan de lumiere ou d'ombre GOS, ſont paralleles entre elles, *par* 16. 11. & par conſequent à la Ligne de terre AB, & ce que je dis de ces deux Plans paralleles NOGH, TMVI, ſe doit entendre de tous les autres qui étant paralleles au Tableau, paſſent par des lignes paralleles à la ligne GO, & ſont coupez par un Plan d'ombre ou de lumiere, parallele au Plan GOS. D'où il eſt aiſé de conclure, que les Ombres des lignes perpendiculaires au Plan Vertical, qui ſe font ſur le le Tableau, ou ſur ſes Plans paralleles, ſont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB, & *par Theor.* 7. que les apparences de toutes ces lignes paralleles, ſont auſſi paralleles à la Ligne de terre AB. Planche 52. 54. Fig.

VI.

L'apparence de l'Ombre que la même ligne GO, & ſes paralleles font ſur le Plan Vertical GPQV, & ſur ſes paralleles, concourt au point I de l'inclinaiſon des Rayons du Soleil; parce que la commune Section du Plan de lumiere GOS, & du Plan Vertical VGPQ, eſt la ligne GI, qui paſſe par le point I de l'inclinaiſon des Rayons du Soleil, & que ſi quelqu'autre Plan parallele au Plan Vertical eſt coupé par le même Plan d'ombre GOS, ou par d'autres qui luy ſoient paralleles, les communes Sections ſeront paralleles entre elles & à la ligne GI, & leurs apparences tendront *par Theor.* 8. au même point I, qui eſt leur Point accidental.

Planche 32. 54. Fig.

VII.

L'apparence de l'Ombre que la ligne GP, qui eſt perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait ſur le même Plan Geometral, aboutit au point M de la déclinaiſon des Rayons du Soleil, & generalement l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral fait ſur ce Plan Geometral, ou ſur des Plans qui luy ſont paralleles, concourt au point M de la déclinaiſon des Rayons du Soleil; parce que le Plan de lumiere ou d'ombre GHS, coupant le Plan GVMO, qui eſt parallele au Geometral ABEF, par la ligne GM, qui paſſe par le point M de la déclinaiſon des Rayons du Soleil, il coupera le Plan Geometral, & tous les autres qui luy ſeront paralleles, par des lignes droites paralleles à la ligne GM: & que pareillement ſi l'on imagine par d'autres lignes perpendiculaires au Plan Geometral, d'autres Plans de lumiere paralleles au Plan d'ombre GHS, ces Plans couperont auſſi le Plan Geometral & ſes paralleles, par des lignes droites paralleles entre elles & à la ligne GM: & comme le Point accidental de toutes ces lignes paralleles eſt le point M, il s'enſuit *par Theor.* 8. que leurs apparences doivent concourir à ce point M.

VIII.

L'ombre que la même ligne GP fait ſur le Plan du Tableau, eſt parallele à TM, ou perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & generalement l'apparence de l'ombre qu'une perpendiculaire au Plan Geometral fait ſur le Tableau, & ſur tous les Plans qui luy ſont paralleles, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre; parce que le Plan de lumiere GHS cou-

pant le Plan de front NOGH par la ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral, il coupera tous les autres *Plans de front*, c'est à dire le Tableau, & tous les Plans qui luy seront paralleles, par des lignes paralleles à GH, & par consequent perpendiculaires au Plan Geometral: & que pareillement ces Plans de front seront coupez par d'autres Plans de lumiere paralleles au Plan GHS, par des lignes aussi perpendiculaires au Plan Geometral, dont les apparences doivent être perpendiculaires à la Ligne de terre AB, *par Theor. 7.* Planche 32. 54. Fig.

IX.

L'apparence de l'ombre que la même ligne GP, & ses paralleles font sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, est perpendiculaire à la Ligne de terre AB, parce que le Plan de lumiere GHS coupant le Plan Vertical GVQP, par la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Vertical, il coupera tous les autres *Plans de Profil*, c'est à dire tous les Plans paralleles au Plan Vertical, par des lignes paralleles à GP, comme aussi tous les Plans de lumiere, paralleles au Plan d'ombre GHS, couperont le Plan Vertical & tous les Plans de Profil, par des lignes paralleles entre elles, & à la ligne GP, & par consequent perpendiculaires au Plan Geometral, dont les apparences sont *par Theor. 7.* perpendiculaires à la Ligne de terre AB.

Ainsi vous voyez que quand le Soleil est hors du Plan du Tableau ABCD, l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme GV, fait sur le même Tableau, ou sur ses Plans paralleles: & sur le Plan Geometral ABCE, ou sur ses paralleles, & encore sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, tend au Point principal V.

Planche 32. 54. Fig. Que l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, comme GO, fait ſur le Plan Geometral ABEF, ou ſur ſes paralleles, eſt parallele à la Ligne de terre AB : & ſur le Tableau ABCD, ou ſur ſes paralleles, eſt auſſi parallele à la Ligne de terre AB : & ſur le Plan Vertical, ou ſur tous les Plans de Profil, tend au point I de l'inclinaiſon des Rayons du Soleil.

Et enfin que l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, comme GP, fait ſur ce Plan, ou ſur ſes paralleles, tend au point M de la déclinaiſon des Rayons du Soleil : & ſur le Plan du Tableau ABCD, ou ſur un Plan de front ; & encore ſur le Plan Vertical VGPQ, ou ſur un Plan de Profil, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil eſt ſuppoſé dans le Plan Vertical & dans celuy du Tableau.

PUiſque le Soleil S eſt ſuppoſé dans le Tableau ABCD, & dans le Plan Vertical VGPQ, il doit être neceſſairement au Zenit, & alors il arrivera que

X.

L'apparence de l'ombre qu'une ligne droite perpendiculaire au Plan du Tableau, ſoit ſur ce Plan, & ſur ſes paralleles, eſt infinie perpendiculairement en bas, c'eſt à dire perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui eſt perpendiculaire au Tableau ABCD, fait ſur ce Tableau, eſt la ligne infinie VQ, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF,

son apparence dans le Tableau doit *par Theor.* 7. être perpendiculaire à la Ligne de terre AB. Planche 32. 54. Fig.

XI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne droite perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, est une Surface qui s'étend à l'infini perpendiculairement en bas, depuis cette ligne perpendiculaire, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de la même ligne perpendiculaire : étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, jetteroit sur le Plan Vertical VGPQ, le couvriroit à l'infini de la largeur VG, depuis VG perpendiculairement en bas.

XII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Tableau, fait sur le Plan Geometral, & sur ses paralleles, aboutit au Point de vûë : étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, feroit sur le Plan Geometral ABEF, seroit PQ, qui étant perpendiculaire au Tableau, son apparence dans le Tableau doit *par Theor.* 8. aboutir au Point principal V.

XIII.

L'Apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan Geometral, & sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, feroit sur le Plan Geometral ABEF, seroit NH, qui étant

Planche 32. 54. Fig. perpendiculaire au Tableau ABCD, ſon apparence dans le Tableau doit *par Theor. 7.* être parallele à la Ligne de terre AB.

XIV.

L'Apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait ſur le Plan de front, où elle ſe rencontre, eſt une Surface infinie perpendiculairement en bas depuis cette ligne perpendiculaire, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de la même ligne perpendiculaire : étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui eſt perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, feroit ſur le Plan de front NOGH, où elle ſe trouve, ſeroit infinie perpendiculairement en bas, depuis OG, & de la longueur OG.

XV.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait ſur ce Plan, & ſur ſes paralleles, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui eſt perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, jetteroit ſur ce Plan, ſeroit GP, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, ſon apparence doit être *par Theor. 7.* perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

XVI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait ſur ce Plan, & ſur ſes paralleles, eſt un point, ſçavoir l'apparence du point où cette ligne rencontre le Plan, auquel elle eſt perpendiculaire : étant certain que l'Ombre que la ligne GP, qui eſt perpendiculaire au Plan

Geometral ABEF, jetteroit ſur ce Plan, ſeroit P, où elle coupe ce Plan. Planche 32. 54. Fig.

XVII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait ſur un Plan de front, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain, que l'Ombre que la ligne GP, qui eſt perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, jetteroit ſur le Plan de front NOGH, dans lequel elle ſe trouve, ſeroit la même ligne, & que celle qu'elle feroit ſur un autre Plan de front, luy ſeroit parallele, *par* 16. 11. & par conſequent perpendiculaire au même Plan Geometral ABEF, ce qui fait, *par Theor.* 7. que ſon apparence dans le Tableau ſera perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

XVIII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait ſur le Plan de Profil, où elle ſe rencontre, eſt l'apparence de la même ligne, continuée à l'infini en bas à l'oppoſite du Soleil, & eſt par conſequent perpendiculaire à la Ligne de terre AB : étant certain, que l'Ombre que la Ligne GP, qui eſt perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, feroit ſur le Plan Vertical VGPQ, où elle ſe trouve, ne feroit que la même ligne GP continuée à l'infini en bas, laquelle par conſequent étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, ſon apparence dans le Tableau ſera *par Theor.* 7. perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Ainſi vous voyez que lorſque le Soleil eſt au Zenit, l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme VG, fait ſur un

Plan-che 32. 54 Fig. Plan de front, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre : & ſur un Plan de Profil eſt une Surface infinie, qui s'étend perpendiculairement en bas, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de cette ligne perpendiculaire : & ſur le Plan Geometral, ou ſur ſes paralleles, aboutit au Point de vûë.

Que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical fait ſur le Geometral, ou ſur ſes paralleles, eſt parallele à la Ligne de terre : & ſur un Plan de Profil eſt perpendiculaire à la Ligne de terre : & ſur le Plan de front, où elle ſe trouve, eſt une Surface infinie qui s'étend perpendiculairement en bas, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de cette ligne perpendiculaire.

Et enfin, que l'apparence qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait ſur ce Plan, ou ſur ſes paralleles, eſt un Point ; & ſur un Plan de front, & encore ſur le Plan de Profil, où elle ſe rencontre, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre.

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil eſt dans le Plan du Tableau, & hors du Plan Vertical.

NOus ſuppoſerons ici que l'Angle VTI eſt égal à la hauteur du Soleil ſur l'Horizon, en ſorte que TV ſoit le Rayon du Soleil, qui détermine la hauteur du Soleil, & alors il arrivera que

XIX.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait ſur un Plan de front, aboutit au Point de vûë : étant certain, que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui eſt perpendiculaire au Plan du Tableau ABCD, fait ſur ce

Plan, eſt la ligne TV, continuée à l'infini depuis le Point principal V, & que l'Ombre que la même ligne GV, ou ſes paralleles, font ſur des Plans de front, eſt infinie & parallele à la ligne TV, ce qui fait *par Theor.* 8. que l'apparence de toutes ces Ombres paralleles tend au Point principal V, qui eſt leur Point accidental. Planche 32. 54. Fig.

XX.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait ſur le Plan Geometral, ou ſur ſes paralleles, aboutit au Point de vûë: étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui eſt perpendiculaire au Tableau ABCD, fait ſur le Plan Geometral ABEF, luy eſt égale & perpendiculaire à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor.* 8. que l'apparence de cette Ombre tend au Point principal V, de même que l'Apparence de l'Ombre de toutes les autres lignes perpendiculaires au Tableau.

XXI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait ſur un Plan de Profil, aboutit au Point de vûë: étant certain, que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui eſt perpendiculaire au Tableau ABCD, fait ſur un Plan de Profil, comme ſur le Plan TNOM, eſt une ligne égale & parallele à VG, & par conſequent perpendiculaire au Tableau ABCD, ce qui fait *par Theor.* 8. que l'apparence de cette Ombre doit aboutir au Point principal V.

XXII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendi-

Plan-
che 32.
54. Fig.

culaire au Plan Vertical, fait ſur le Plan Geometral, & ſur ſes paralleles, eſt parallele à la Ligne de terre: étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui eſt perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait ſur le Plan Geometral ABEF, & ſur ſes paralleles, eſt une ligne égale & parallele à GO, & par conſequent parallele à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor. 7.* que l'apparence d'une ſemblable Ombre eſt auſſi parallele à la Ligne de terre AB.

XXIII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait ſur le Plan de front, où elle ſe rencontre, eſt une Surface infinie en long, & terminée en large de part & d'autre par des Rayons paralleles au Plan qui détermine la hauteur du Soleil ſur l'Horizon: étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui eſt perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait ſur le Plan de front NOGH, où elle ſe trouve, eſt une Surface infinie terminée par deux Rayons paralleles au Rayon TV, qui détermine la hauteur du Soleil ſur l'Horizon.

XXIV.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait ſur un Plan de Profil, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre: étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui eſt perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait ſur un Plan de Profil, comme ſur le Plan TNOM, qu'elle touche au point O, eſt la ligne ON, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, ſon apparence dans le Tableau doit *par Theor. 7.* être perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Planche 32. 54. Fig.

XXV.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait ſur ce Plan, ou ſur ſes paralleles, eſt parallele à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que la ligne GH, qui eſt perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait ſur le Plan TNHI, qui eſt parallele au Plan Geometral, eſt parallele à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor. 7.* que l'apparence de cette Ombre eſt auſſi parallele à la Ligne de terre AB.

XXVI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geômetral, fait ſur le Plan de front, où elle ſe rencontre, eſt une Surface infinie terminée par deux Rayons paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine ſa hauteur ſur l'Horizon : étant certain, que l'Ombre que la ligne GH, qui eſt perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait ſur le Plan de front NOGH, où elle ſe trouve, eſt une Surface infinie terminée par deux lignes infinies paralleles entre elles, dont l'une, comme GN, eſt parallele au Rayon TV, qui détermine la hauteur du Soleil ſur l'Horizon.

XXVII.

L'apparence de l'Ombre, qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait ſur un Plan de Profil, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain, que l'Ombre que la Ligne GH, qui eſt perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, feroit ſur le Plan de Profil TNOM, ſeroit une ligne égale & parallele à GH, & par conſequent perpendiculaire

Planche 32. 54. Fig. au Plan Geometral ABEF, ce qui fait *par Theor. 7.* que l'apparence de cette Ombre eſt perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Ainſi vous voyez, que quand le Soleil eſt dans le Plan du Tableau, & hors du Plan Vertical, l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme GV, fait ſur un Plan de front, & ſur le Plan Geometral, ou ſur ſes paralleles, & ſur un Plan de Profil, aboutit au Point de vûë.

Que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, comme GO, fait ſur le Plan Geometral, ou ſur ſes paralleles, eſt parallele à la Ligne de terre : & ſur un Plan de Profil, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre : & ſur un Plan de front, eſt une Surface infinie en long, & terminée en large de part & d'autre par deux lignes paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine ſa hauteur ſur l'Horizon.

Et enfin que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait ſur ce Plan, ou ſur ſes paralleles, eſt parallele à la Ligne de terre: & ſur un Plan de Profil, eſt perpendiculaire à la Ligne de terre : & ſur un Plan de front où elle ſe trouve, eſt une Surface infinie terminée par deux lignes paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine ſa hauteur ſur l'Horizon.

Pratiques des Ombres Solaires.

Planche 33. 55. Fig. POur venir à la pratique des Ombres Solaires, il faut marquer dans le Tableau quatre points principaux, le Point principal V, ſur la Ligne Horizontale DD, & le point M, à droit ou à gauche de la déclinaiſon des Rayons du Soleil, à une diſtance

plus ou moins grande du Point de vûë V, ſelon que le Soleil déclinera plus ou moins à droit ou à gauche du Plan Vertical : & ſur la Ligne Verticale VQ, le point I, de l'inclinaiſon des Rayons du Soleil, au deſſus ou au deſſous de la Ligne Horizontale DD, & à une diſtance plus ou moins grande de la même Ligne Horizontale DD, ſelon que le Soleil ſera derriere ou devant le Tableau, & qu'il ſera plus ou moins élevé ſur l'Horizon : & enfin le point T du lieu du Soleil dans le Tableau, qu'on appelle auſſi le *Point de concours des Rayons du Soleil*, parce que les Rayons du Soleil étant ſuppoſez paralleles entre eux, ce point T, où le Tableau ſe trouve coupé par un Rayon tiré du Centre du Soleil & par l'œil, eſt leur Point accidental, où leurs apparences doivent concourir, *par Theor.* 8. Ce point T, ſe trouvera ſur la ligne MT perpendiculaire à la Ligne Horizontale DD, ou à la Ligne de terre AB, & égale à la ligne VI, ou bien en tirant du point I, la ligne IT parallele à la Ligne Horizontale DD. Planche 33. 55. fig.

Ces quatre Points ſuppoſent que le Soleil eſt hors du Plan du Tableau, & du Plan Vertical: car quand il ſera hors du Plan du Tableau, & dans le Plan Vertical, on aura ſeulement les deux points V, I, parce que dans ce cas le Soleil ne déclinera point de ce Plan : & quand on ſuppoſera le Soleil dans le Plan du Tableau, on aura ſeulement le point V, & la ligne VT, qu'on appelle *Ligne de l'inclinaiſon des Rayons du Soleil*, parce qu'elle fait avec l'Horizontale DD, l'Angle MVT de la hauteur du Soleil ſur l'Horizon.

On peut aiſément par le moyen de ces Points, & des Regles precedentes, trouver ſur l'un des trois Plans que nous y avons conſiderez principalement, qui ſont le Plan Geometral & ſes paralleles, le Plan

Planche 33. 55. Fig. du Tableau, & ſes paralleles, ou les Plans de front, & le Plan Vertical, avec ſes paralleles, avec les Plans de Profil, les apparences des Ombres des Corps mis en Perſpective, en trouvant les apparences de l'Ombre de chaque ligne qui le borne, ce qui ſe fera en trouvant l'apparence des points élevez de toutes ces lignes, qui bornent le Corps, dont on veut repreſenter l'Ombre.

Comme pour trouver ſur le Plan Geometral l'apparence du point C, qui répond perpendiculairement au point E ſur le Plan Geometral, tirez par ce point E, du point M de la déclinaiſon des Rayons du Soleil, la ligne EF, qui *par Reg.* 7. ſera l'Ombre de la ligne CE, qui eſt perpendiculaire au Plan Geometral, & cette Ombre ſe terminera en F, qui ſera par conſequent l'Ombre du point propoſé C, en tirant par ce point C, du point T du concours des Rayons du Soleil, ou du lieu du Soleil dans le Tableau, le Rayon TCF. Nous allons expliquer cela plus particulierement dans les Pratiques ſuivantes.

PRATIQUE XXIV.

Trouver l'apparence de l'Ombre d'une ligne droite miſe en Perſpective, & perpendiculaire au Plan Geometral, ou bien au Tableau, ou bien au Plan Vertical, ſur l'un de ſes Plans, ou de leurs paralleles, quand le Soleil eſt hors du Plan du Tableau.

Planche 33. 55. Fig. NOus ſuppoſerons ici que le lieu du Soleil dans le Tableau, où tous ſes Rayons paralleles aboutiſſent eſt T, que le point de la déclinaiſon de ſes Rayons eſt M, ſur la Ligne Horizontale DD, & que le point de l'inclinaiſon des mêmes Rayons eſt I,

ſur la Ligne Verticale VQ, ce que nous marquerons toûjours par les mêmes lettres, pour n'être pas obligez de le repeter davantage. Planche 33. 55. Fig.

Cela étant ſuppoſé, il faut du point où la ligne propoſée coupe l'un de ces Plans tirer la ligne de conduite d'ombre, qui doive ſervir pour l'apparence de l'ombre de la ligne propoſée, & autant de fois que cette ligne de conduite d'ombre rencontrera quelqu'un des mêmes Plans, conduiſez la ligne d'ombre depuis la rencontre du nouveau Plan ſur le même Plan, ſelon les Regles precedentes, & terminez cette ligne d'ombre par la rencontre d'un Rayon tiré du point T par l'autre extremité de la ligne propoſée.

Pour trouver par exemple ſur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre de la ligne CE, qui eſt perpendiculaire à ce Plan, tirez par le point E, où elle rencontre le Plan Geometral, & par le point M de la déclinaiſon des Rayons du Soleil, la ligne d'ombre EF, que vous terminerez en F par le Rayon TF, tiré du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité C de la ligne propoſée CE, dont l'ombre ſur le Plan Geometral ſera par conſequent EF.

Pareillement pour trouver ſur le même Plan Geometral l'apparence de l'ombre de la ligne GH, qui le rencontre à angles droits au point H, tirez par ce point H, & par le point M, la ligne d'ombre HL, & la terminez en L, par le Rayon TL, tiré du point T par l'extremité G de la ligne GH, de ſorte que la ligne HL ſera l'ombre de la ligne GH, & la ligne LF par conſequent l'ombre de la ligne GC, qui étant l'apparence d'une ligne perpendiculaire au Tableau, l'apparence FL de ſon ombre doit tendre au point principal V, *par Reg.* 2. ce qui peut donner quelque abregé dans la pratique.

Planche 33. 55. Fig. Pour trouver ſur le Plan Geometral & ſur le Plan de Profil PR du Solide parallelepipede BQ, l'apparence de l'ombre de la ligne NO, qui eſt perpendiculaire au Plan Geometral, tirez par le point N, où cette ligne coupe le Plan Geometral, & par le point M de la déclinaiſon des Rayons du Soleil la ligne de conduite d'ombre NP, & du point P, où elle rencontre le Plan de profil, élevez ſur ce Plan la ligne PR perpendiculaire au Plan Geometral, que vous terminerez en R par le Rayon TR tiré du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité O de la ligne propoſée NO, & le point R ſera l'ombre du point O, qui doit terminer celle de la ligne NO, tellement que l'ombre de la ligne NO ſera compoſée de la partie NP ſur le Plan Geometral, & de la partie PR ſur le Plan de profil.

Pour trouver ſur le Plan de profil KS l'apparence de l'ombre de la ligne 12, qui le coupe à angles droits au point 2, tirez par ce point 2, & par le point de l'inclinaiſon des Rayons du Soleil I, l'ombre 2Z, que vous terminerez en Z, en tirant du point du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité 1 de la ligne propoſée 12, le Rayon TZ, & le point Z ſera l'ombre de cette extremité 1, & la ligne 2Z ſera l'ombre de la ligne LN, ſur le Plan de Profil KS. Ainſi des autres.

PRATIQUE XXV.

Trouver ſur un Plan incliné l'apparence d'un point élevé au deſſus du Plan Geometral, lorſque le Soleil eſt hors du Plan du Tableau.

56. Fig. POur trouver ſur le Plan incliné CEFG, qui coupe le Plan Geometral par la ligne CE, l'apparence

rence de l'ombre du Point Q, dont l'aſſiete eſt R ; élevez les deux Plans de Profil CENO, AHKL à telle diſtance qu'il vous plaira l'un de l'autre, & du Plan incliné CEFG, pourvû qu'ils le puiſſent couper, en ſorte que les Sections ſoient par exemple CE, FG. Tirez du point M de la déclinaiſon des Rayons du Soleil par le point R, la droite MR, qui étant prolongée donne ici ſur la ligne CE le point Y, & ſur la ligne AH, le point X, qui n'étant pas du Plan incliné CEFG, on en doit élever la ligne à plomb X2, qui donnera ſur la commune Section FG, le point 2, par lequel & par le point Y, vous tirerez la droite Y2, qui ſera la ligne de conduite de l'ombre de la ligne QR ſur le Plan incliné CEFG : c'eſt pourquoy ſi par le point donné Q, & par le lieu du Soleil dans le Tableau T, l'on tire le Rayon TZ, on aura en Z ſur la ligne Y2, qui eſt ſur le Plan incliné CEFG, l'apparence de l'ombre du point propoſé Q. Planche 33. 56. Fig.

SCOLIE.

Il eſt évident, que ſi la ligne MR ne rencontroit pas les baſes AH, CE, des Plans de Profil AHKL, CENO, ou bien ſi le Rayon TQ ne rencontroit pas la ligne de conduite d'ombre Y2, l'ombre du point Q ne tomberoit pas ſur le Plan incliné CEFG.

Il eſt évident auſſi que le point S, qui eſt déterminé par le Rayon TP, ſur la ligne MR prolongée, eſt l'apparence de l'ombre du point P ſur le Plan Geometral, & la ligne SY l'apparence de l'ombre d'une partie de la ligne PQ ſur le Plan Geometral, comme la ligne YZ eſt l'apparence de l'ombre d'une partie de la même ligne PQ ſur le Plan incliné CEFG. J'ay dit une partie, parce que l'apparence de l'ombre du point P tombe hors du Plan incliné CEFG, puiſque

Planche 33. 56. Fig. le Rayon TP coupe la ligne YZ hors de ce Plan.

Enfin il eſt évident que l'on peut aiſément par le moyen de cette pratique & de la precedente, trouver l'apparence d'une ligne à plomb ou inclinée, d'une Surface droite ou inclinée, & d'un Corps élevé à plomb, ou incliné à l'Horizon, ſur quelque Plan que ce ſoit, pourvû qu'on ait l'aſſiete de cette Ligne, de cette Surface, ou de ce Corps: car par le moyen de ces Aſſietes, on pourra trouver les apparences des lignes droites, ou courbes, ſoit perpendiculaires à l'Horizon, ou inclinées, ſoit en l'air ou appuyées ſur quelque Corps, & par conſequent des Surfaces qui ſont bornées de lignes, & des Corps qui ſont bornez de Surfaces, quand mêmes le Soleil ſeroit dans le Plan du Tableau, quoique dans ce cas les points M, T, I, s'évanoüiſſent, comme nous allons faire voir plus particulierement par quelques exemples dans les Pratiques ſuivantes.

PRATIQUE XXVI.

Trouver l'apparence de l'ombre d'un Corps ſur le Plan Geometral, lorſque le Soleil eſt dans le Plan du Tableau.

Planche 34. 57. Fig. POur trouver l'apparence de l'ombre de la Pyramide FGMC, dont le ſommet C a ſon aſſiete au point O, tirez par ce point O la droite OE, parallele à la Ligne de terre AB, & par le ſommet C, la ligne CE parallele au Rayon du Soleil, qui détermine ſa hauteur ſur l'Horizon, & le point E, où cette ligne CE rencontre la parallele OE, ſera l'apparence de l'ombre du ſommet C, ſur le Plan Geometral, & il n'y aura plus qu'à joindre la ligne EF, qui repreſentera l'ombre de la ligne inclinée CF, &

pareillement la ligne EG, qui ſera l'apparence de l'ombre de la ligne inclinée CG, &c. Planche 34. 57. Fig.

Pour trouver l'apparence de l'ombre de la Pyramide 5, 6, 7, 8, 10, qui s'appuye ſur ſa pointe 10, & dont l'aſſiete eſt 1, 2, 3, 4, qui répond perpendiculairement à ſa Baſe 5, 6, 7, 8; l'on tirera de tous les angles des lignes paralleles à la Ligne de terre AB, & des angles de la Baſe 5, 6, 7, 8; qui eſt élevée en l'air, des Rayons paralleles à celuy qui détermine la hauteur du Soleil ſur l'Horizon, & par l'interſection de ces lignes on aura l'apparence de l'ombre de la Baſe 5, 6, 7, 8, c'eſt pourquoy l'on tirera de tous les points de cette ombre au ſommet 10, qui touche le Plan Geometral, des lignes droites qui repreſenteront l'ombre des côtez de la Pyramide, & tout ſera fait.

Pareillement pour trouver ſur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre du Cube GNHLK, dont l'aſſiete eſt le quarré perſpectif GNIK, l'on tirera de tous les angles de cette aſſiete des lignes paralleles à la Ligne de terre AB, pour y terminer l'ombre des parties correſpondantes d'en haut, en tirant de leurs angles des lignes paralleles au Rayon du Soleil; qui détermine ſa hauteur ſur l'Horizon. Ainſi l'on aura en P l'apparence de l'ombre du point H, & en Q l'apparence de l'ombre du point L, c'eſt pourquoy en joignant la droite PQ, on aura l'apparence de l'ombre de la ligne HL, & en tirant la droite PG; on aura l'apparence de l'ombre de la ligne GH, qui touche le Plan Geometral au point G. Ainſi des autres.

SCOLIE.

Dans la Pratique l'on trouvera pluſieurs abregez pour la repreſentation de ces ombres : car ſi l'on

Planche 34. 57. Fig. ſuppoſe que la hauteur du Soleil ſur l'Horizon ſoit de 45 degrez, auquel cas l'ombre d'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, luy eſt égale ſur ce Plan, il n'y aura qu'à faire la ligne GP égale à la hauteur GH, pour avoir en P l'apparence de l'ombre du point H, & pareillement la ligne KQ égale à la hauteur correſpondante KL, pour avoir en Q la repreſentation de l'ombre du point L, & ainſi des autres. Et quand on voudra que le Soleil ſoit élevé ſur l'Horizon plus ou moins que de 45 degrez, ayant pris telle longueur qu'on voudra pour l'ombre de la hauteur la plus proche de la Ligne de terre, on pourra diminuer les ombres des autres hauteurs plus éloignées de la Ligne de terre, comme nous avons diminué ces hauteurs dans la *Prat.* 13.

PRATIQUE XXVII.

Trouver ſur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre d'un Objet percé à jour, quand le Soleil eſt dans le Plan du Tableau.

58. Fig. POur trouver ſur le Plan Geometral la figure 1, 2, 3, 4, qui eſt la lumiere du Soleil, qui paſſe par la fenêtre 5, 7, 9, de la muraille BCEF, dont l'ombre ſur le Plan Geometral ſoit BFGH, & ſur le Plan de front EFGI, ſoit EFG; tirez par le point 6, qui eſt l'aſſiete du point 5, la ligne 6, 1, parallele à la Ligne de terre AB, & tirez par le point 5, le Rayon 5, 1, qui étant parallele à celuy du Soleil, qui détermine ſa hauteur ſur l'Horizon, donnera ſur la ligne de front 6, 1, l'apparence de l'ombre du point 5 en 1. Pareillement tirez du point 8, qui eſt l'aſſiete du point 7, la ligne de front 8, 2, que vous terminerez au point 2, qui ſera l'ombre du point 7,

en tirant par ce point 7 un Rayon parallele au precedent. Ainſi des autres.

PRATIQUE XXVIII.

Repreſenter en Perſpective les ombres qui prennent les Figures des Plans ſur leſquels elles donnent.

CEtte ſorte d'ombre eſt aiſée à trouver par ce qui a été dit dans la *Prat.* 24. c'eſt pourquoy nous l'expliquerons ici en peu de lignes. Pour donc trouver l'ombre de la Poutre CK ſur le Plan de Profil EFGO, abaiſſez du point H, où la Poutre touche ce Plan, la ligne à plomb HI, que vous terminerez en I, par le Rayon KI, tiré de l'extremité K par le lieu du Soleil dans le Tableau, ſi le Soleil eſt hors du Plan du Tableau, ou parallele à la ligne d'inclinaiſon des Rayons du Soleil, c'eſt à dire à la ligne qui détermine ſa hauteur ſur l'Horizon, s'il eſt dans le Plan du Tableau, comme nous le ſuppoſons ici, & alors le point I ſera l'apparence de l'ombre du point K ſur le Plan de Profil EFGO, &c. Planche 35. 59. Fig.

Pour trouver l'ombre du Solide LM ſur les marches ou degrez qui ſont à côté, on marquera premierement ſon ombre ſur le Plan Geometral, & du point N, où elle coupe la Baſe de la premiere marche on élevera la ligne à plomb NP, & par le point P l'on tirera la ligne de front PQ: & pareillement on élevera du point Q la ligne à plomb QR, pour tirer par le point R, la ligne de front RS, & ainſi enſuite juſqu'à la perpendiculaire TX, qui ſe terminera en X par le Rayon du Soleil MX, &c.

C'eſt de la même façon que l'on trouvera ſur la muraille ACEF, l'apparence de l'ombre d'un Portique, ou d'une Porte, & il ne faut que regarder la 60. Fig.

Planche 35. 60. Fig. figure pour le comprendre, en vous ſouvenant que quand il faudra repreſenter l'ombre d'une figure courbe, comme d'une arcade, il faudra trouver l'ombre de pluſieurs points des deux lignes courbes qui la bornent, & le nombre n'en ſçauroit être trop grand pour la juſteſſe de l'operation, & arrondir avec diſcretion tous les points d'ombre, qui appartiendront à une même ligne courbe, tout de même qu'on le pratique quand on la veut mettre en Perſpective.

Mais il y a un peu plus de difficulté à marquer l'apparence de l'ombre d'un Solide, qui paſſe par deſſus une colonne couchée ſur le Plan Geometral, ce que l'on pourra faire en cette ſorte.

Planche 36. 61. Fig. Pour marquer l'apparence de l'ombre que le Parallelepipede CE jette ſur le Cylindre ou Colonne FG, qui eſt couché ſur le Plan Geometral, & dont la Baſe F étant vûë de front ſe repreſente par un Cercle, *par Theor.* 2. Ayant trouvé ſur le Plan Geometral l'ombre du Solide CE, & ayant décrit autour du Cylindre FG, le Priſme ou Parallelepipede 1, 2, 3, 4, 5, dont les deux Baſes oppoſées 1, 3, & 4, 5, étant circonſcrites autour de deux Cercles, ſeront des quarrez parfaits, élevez des deux points 6, 7, où l'ombre du Corps EC, coupe ce Priſme, des lignes perpendiculaires au Plan Geometral, que vous terminerez à la face ſuperieure du Priſme circonſcrit, & ſur leſquelles vous décrirez des quarrez pour y inſcrire des Cercles, dont les circonferences borneront ſur la Surface du Cylindre FG, l'ombre du Solide CE, &c.

Pratiques des Ombres d'une petite lumiere.

COmme le Soleil eſt infiniment plus grand que les Corps d'ici bas, & qu'il en eſt extrémement éloigné, ſes Rayons peuvent être conſiderez comme paralleles entre eux, & les Ombres des Corps qui ſont tres-petits à l'égard de ce grand Aſtre, ne ſe peuvent pas diminuer ſenſiblement, ſi ce n'eſt quand on les met en Perſpective. Il n'en eſt pas de même des Ombres d'une petite lumiere, comme d'une Chandelle, pour être tres-petite à l'égard des Objets, & aſſez proche pour pouvoir produire une Ombre qui aille en augmentant. Cette Ombre ſera facile à décrire ſur quelque Plan que ce ſoit par ce qui a été dit du Soleil, c'eſt pourquoy nous en donnerons ſeulement ici quelques exemples.

PRATIQUE XXIX.

Trouver l'apparence de l'Ombre d'un point expoſé à une Chandelle.

POur trouver ſur le Plan Geometral l'apparence du point 2 expoſé à la Chandelle F, dont l'Aſſiete eſt G, que nous appellerons *Pied de lumiere*, tirez de ce Pied de lumiere G, par l'aſſiete 1, du point donné 2, la ligne de conduite d'ombre 1, 3, que vous terminerez au point 3, par le Rayon F3 tiré de la lumiere F par le point donné 2, dont l'ombre ſera par conſequent au point 3, & la ligne 1, 3, ſera l'ombre de la ligne perpendiculaire 1, 2, qui touche le Plan Geometral au point 1. Planche 36. 62. Fig.

Pareillement pour trouver ſur le même Plan Geométral, l'apparence de l'ombre du point 5, dont

Planche 36. 62. Fig. l'assiete est le point 4, tirez par ce point 4, & par le pied de lumiere G, la ligne de conduite d'ombre 4, 6, & la terminez en 6, par la ligne F6, tirée de la lumiere F par le point 5, dont l'ombre sera par consequent au point 6, & la ligne 4, 6, sera l'apparence de l'ombre de la ligne à plomb 4, 5, ce qui fait que la ligne 3, 6, est l'apparence de l'ombre de la ligne 2, 5, & que par consequent la Surface 1, 3, 6, 4, est l'apparence de l'ombre du Plan 1, 2, 5, 4. C'est de la même façon que l'on marquera les ombres des autres Plans qui bornent le Cube 1, 2, 8, 7, &c.

Pour trouver l'apparence de l'ombre du point C, qui est exposé à la même chandelle F, menez de l'assiete G de la lumiere F, par l'assiete E du point donné C, une ligne de conduite d'ombre, que vous continuerez sur le Plan Geometral jusqu'à ce qu'elle rencontre la Ligne Horizontale HD, en quelque point, comme en H, au cas qu'elle ne luy soit pas parallele, & quand cette ligne rencontrera un Plan perpendiculaire au Geometral, comme ici, où elle rencontre la premiere marche au point I, remontez-la jusqu'à ce qu'ayant rencontré de nouveau un autre Plan parallele au Geometral, comme ici le dessus de la premiere marche au point O, tirez par ce point O, au même point H, la ligne OP jusqu'à ce qu'elle rencontre la seconde marche en P, d'où vous éleverez une seconde perpendiculaire, & ainsi successivement jusqu'à la perpendiculaire QR, qui se rencontre ici hors du Plan de Profil KLMN. Enfin tirez de la lumiere F par le point donné C, le Rayon FC, qui donnera sur la perpendiculaire QR, le point R, qui sera l'apparence de l'ombre du point donné C sur le Plan KLMN, s'il étoit continué, & la ligne EIOP, &c. sera l'apparence de l'ombre de la ligne perpendiculaire CE sur le Plan Geometral, & sur les marches.

PRATIQUE XXX.

Trouver ſur un Plan incliné l'apparence de l'ombre d'un point expoſé à une petite lumiere.

POur marquer ſur le Plan incliné CEFG, qui coupe le Plan Geometral par la ligne CE, l'apparence de l'ombre du point Q, qui eſt expoſé à la lumiere T, dont le Pied eſt M, conſiderez ce Pied M, comme le point de la déclinaiſon des Rayons du Soleil, & la lumiere T comme le lieu du Soleil dans le Tableau, aprés quoy ce Problême ſe reſoudra comme dans la *Prat.* 25. Planche 33. 56. Fig.

PRATIQUE XXXI.

Trouver à la lumiere d'une chandelle l'ombre d'un Corps élevé en l'air.

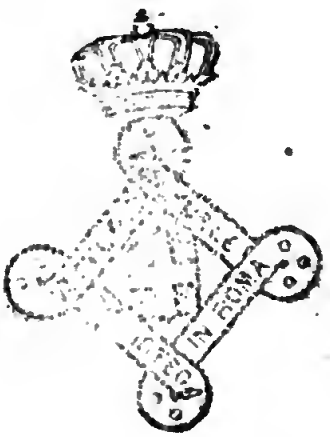
POur trouver ſur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre du Corps CEFG, qui eſt ſuſpendu en l'air, & qui eſt éclairé de la chandelle H, dont le pied ou l'aſſiete eſt I, on marquera l'apparence de l'ombre de chacun de ſes points ou Angles Solides, comme il a été enſeigné dans la *Prat.* 29. Ainſi pour trouver l'apparence de l'ombre du point C, dont l'aſſiete eſt K, tirez de la lumiere H par le point C, le Rayon HL, & du pied de lumiere I, par l'aſſiete K, la ligne IK, & le point L de la rencontre de ces deux lignes ſera l'apparence de l'ombre du point C. Pareillement pour trouver l'ombre du point E, dont l'aſſiete eſt le même point K, tirez par le point E, & par le centre de la lumiere H, le Rayon HM, & du pied de lumiere I, par l'aſſiete K, la ligne IM, & Planche 36. 63. Fig.

Planche 36. 63. Fig. le point M, où ces deux lignes s'entrecoupent, ſera l'ombre du point E, & la ligne LM par conſequent l'ombre de la ligne CE. Ainſi des autres.

SCOLIE.

Il ſemble qu'en ſuite de ce que nous avons dit de la Perſpective ordinaire, nous devrions ici traiter de la *Perſpective curieuſe*, qui enſeigne à faire paroître une figure difforme, avec toutes ſes proportions, étant regardée d'un certain point, ou bien étant vûë par Reflexion ſur la Surface polie d'un Cylindre, ou d'un Cone: mais comme cette ſorte de Perſpective dépend de la *Catoptrique*, qui traite de la Reflexion, & mêmes de la *Dioptrique*, qui traite de la Refraction, dont nous n'avons pas donné les principes dans ce Cours de Mathematique, nous remettrons à en parler dans nos Recreations Mathematiques & Phyſiques.

FIN.



TABLE

Des Termes expliquez dans la Perſpective.

A

Apparence. Pag. 4
Aſſiete. 2. & 4

B

Baſe du Tableau. 2

C

Catoptrique. 106
Centre diviſeur. 31
Centre apparent. 49

D

Diametre de Section. 10
Diametre apparent. 57
Dioptrique. 106

E

Echelle fuyante. 62
Echelle de front. 62
Ellipſe. 9

F

Front. 4

H

Hauteur de l'œil. 4

I

Ichnographie. 4

L

Lieu du Soleil dans le Tableau. 77
Ligne de terre. 2
Ligne horizontale. 3
Ligne de ſtation. 3
Ligne verticale. 3
Ligne geometrale. 29
Ligne objective. 29
Ligne fuyante. 62

Ligne de front. 62
Ligne d'élevation. 63
Ligne de l'inclinaiſon des Rayons du Soleil. 93

P

Perſpective. 1
Perſpective pratique. 40
Peſpective lineale. 40
Perſpective aërienne. 41
Perſpective curieuſe. 106
Pied perſpectif. 62
Pied de front. 62
Pied de lumiere. 103
Pied fuyant. 63
Plan. 4
Plan geometral. 1
Plan d'aſſiete. 2
Plan perſpectif. 2
Plan horizontal. 2
Plan Vertical. 3
Plan de front. 83
Plan de Profil. 83
Point de vûë. 3
Point principal. 3
Point de l'œil. 3
Point de diſtance. 3
Point accidental. 4
Point accidental du Tableau. 74
Point de l'inclinaiſon des Rayons du Soleil. 78
Point de la déclinaiſon des Rayons du Soleil. 78
Point du concours des Rayons du Soleil. 93
Polyëdre. 70
Porfil. 67
Profil. 4. & 67
Projection ortographique. 4

Q

Quarré perſpectif. 42

R

Rayon principal. 3
Repreſentation. 4

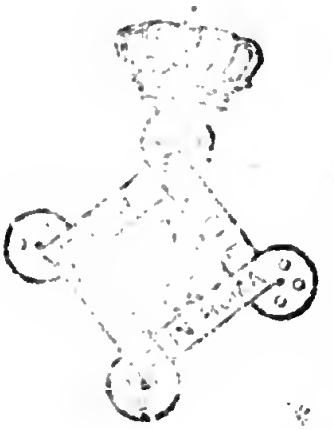
S

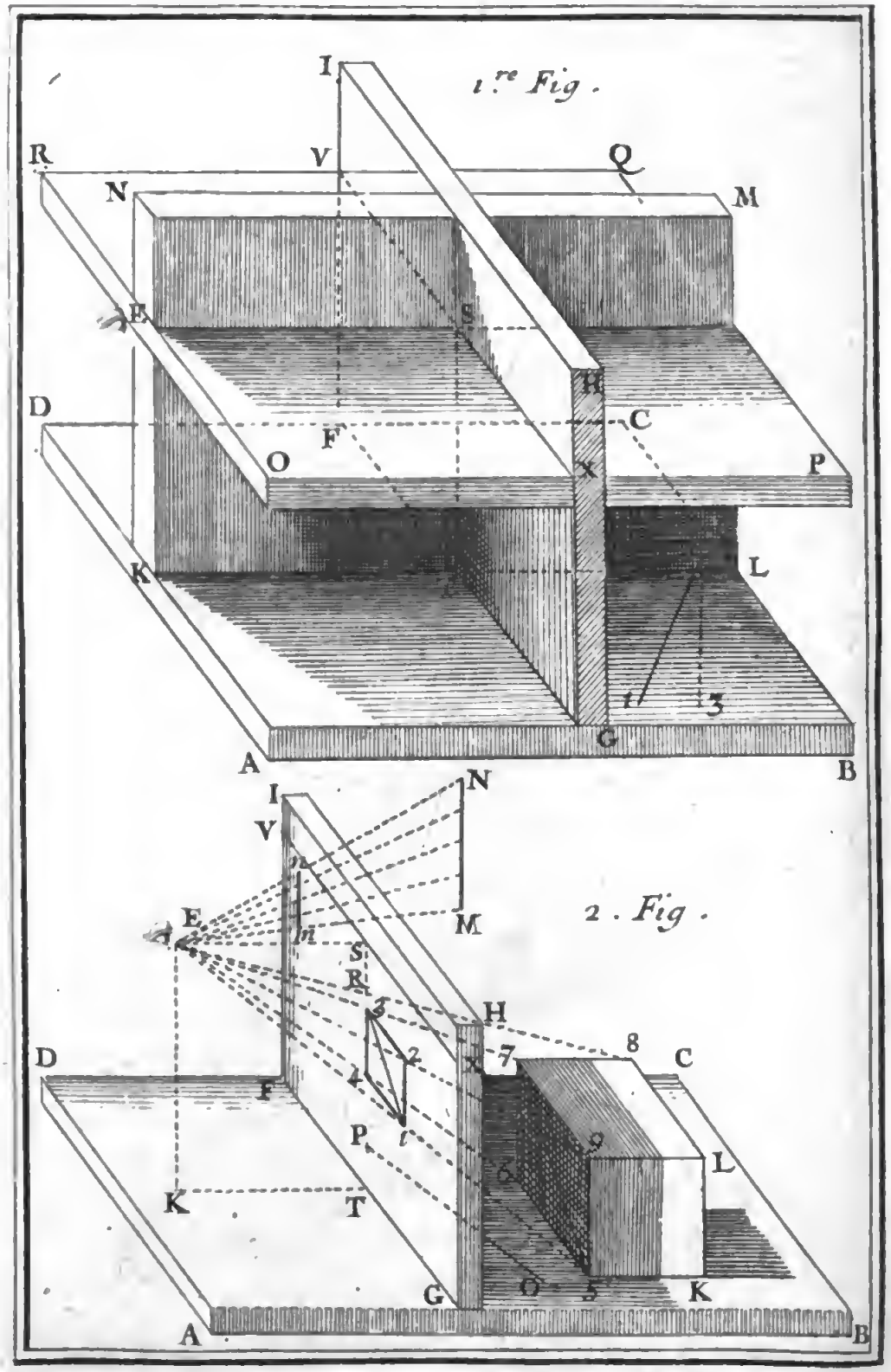
Section ſoucontraire. 8. & 58

T

Tableau. 2
Triangle de l'axe. 7

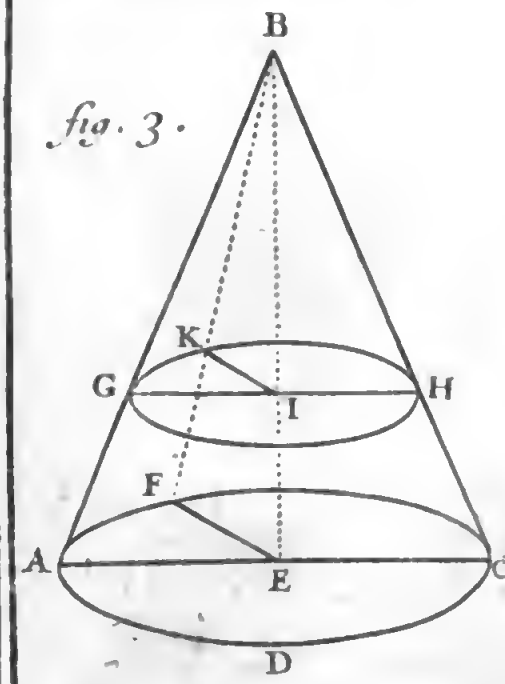
Fin de la Table des Matieres.



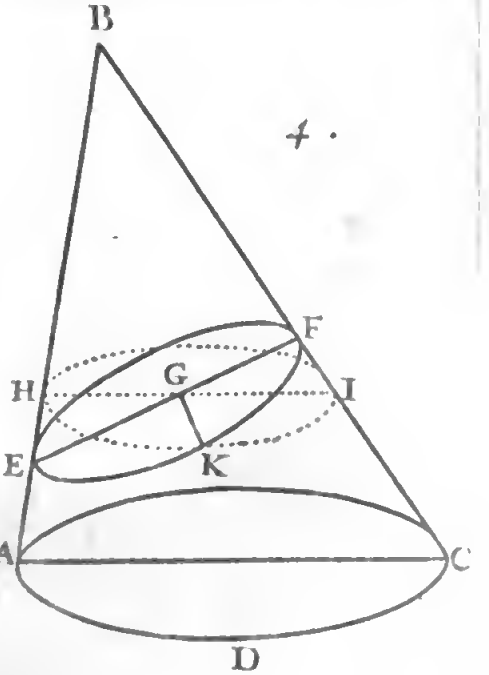


Berey fec.

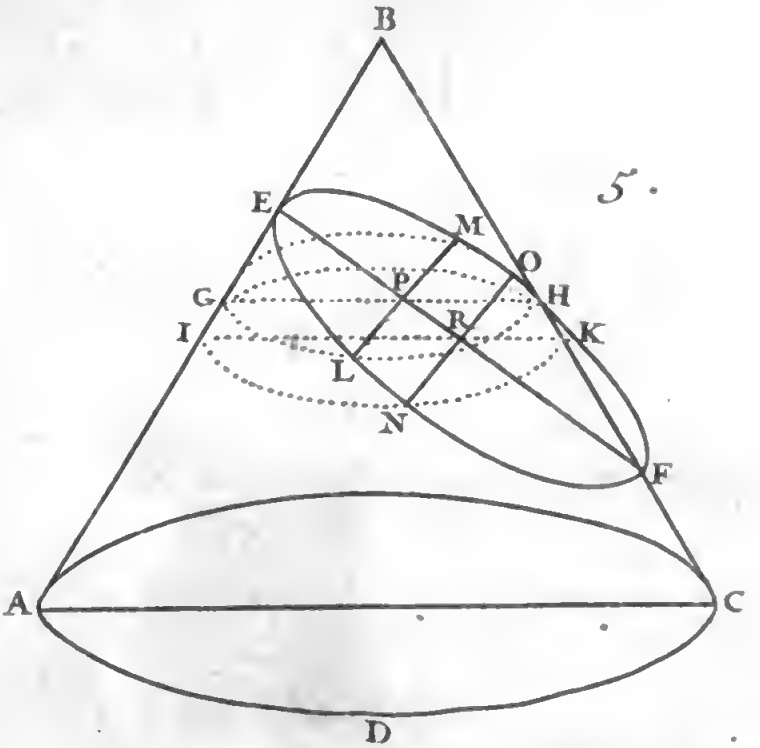
fig. 3.

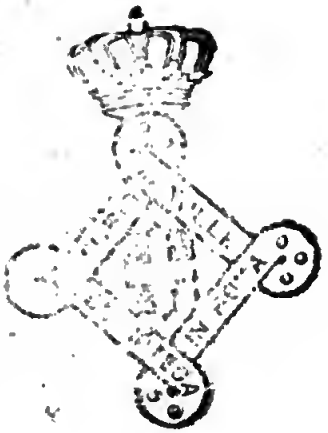


4.



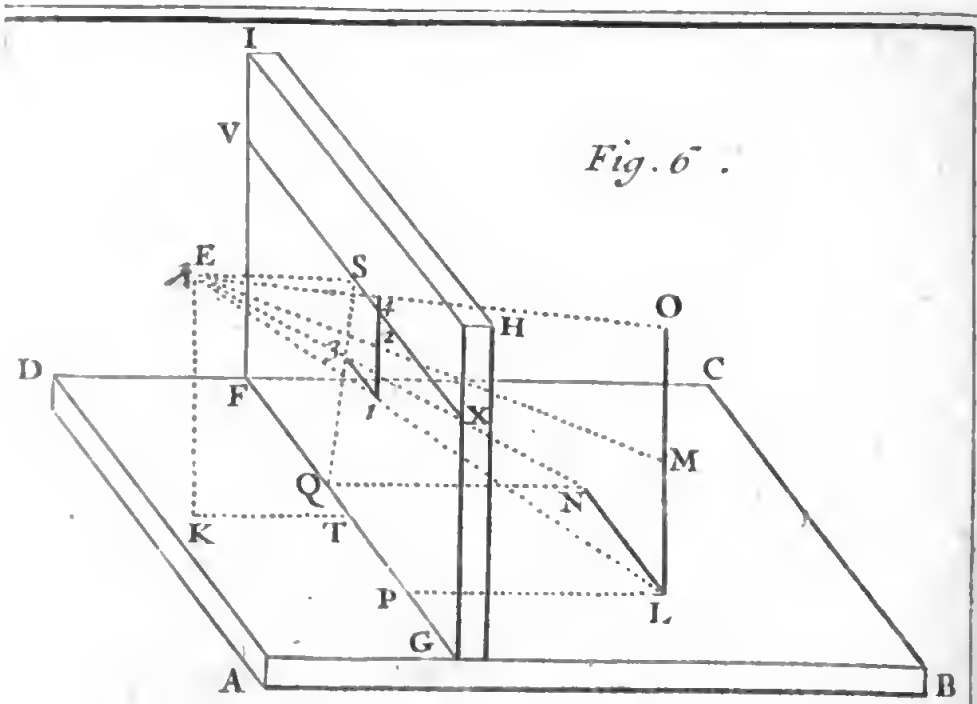
5.



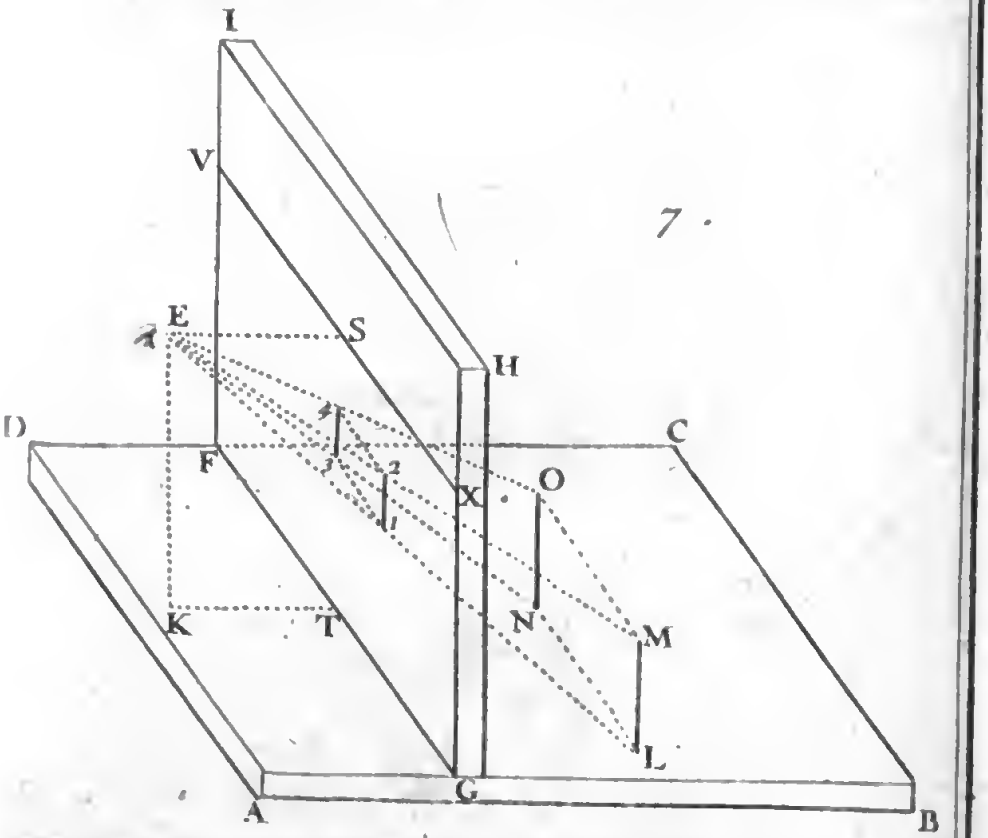


BIBLIOTECA
PUBLICA

Fig. 6.



7.



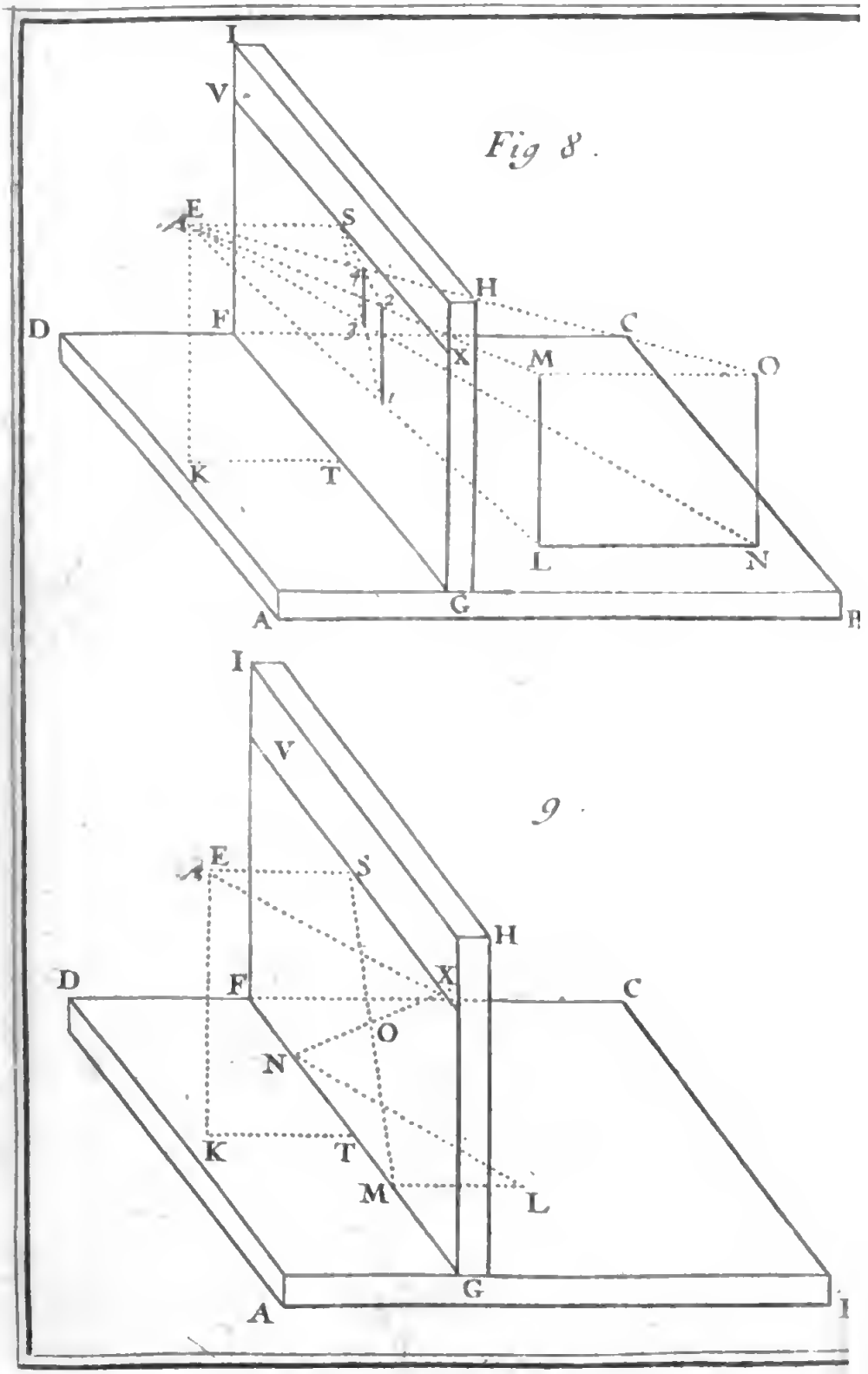
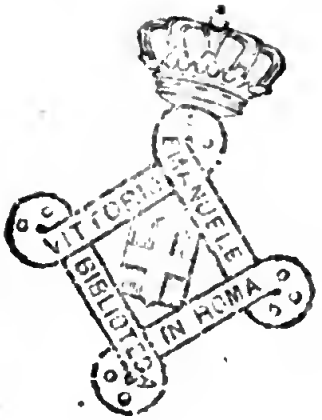
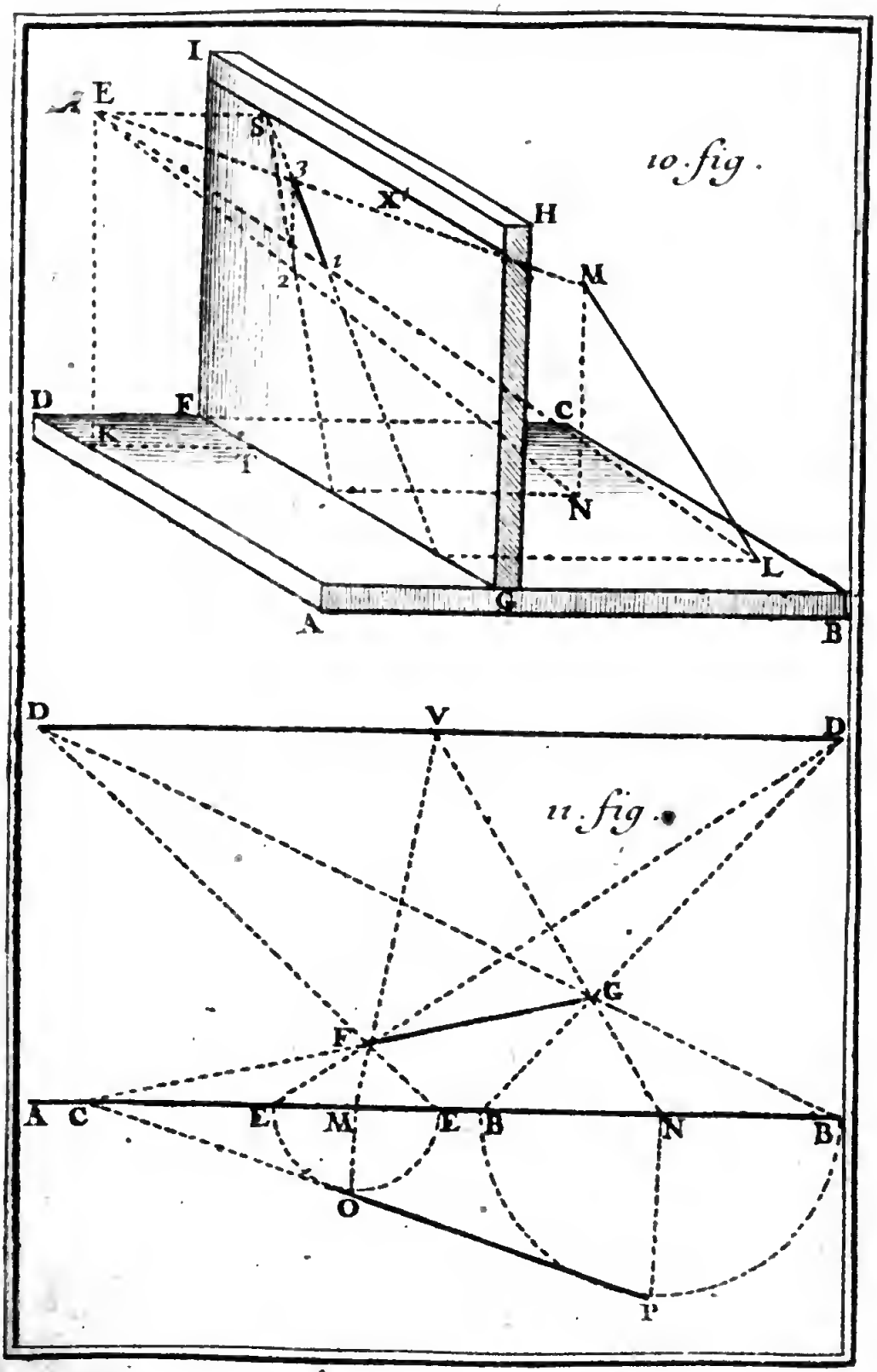
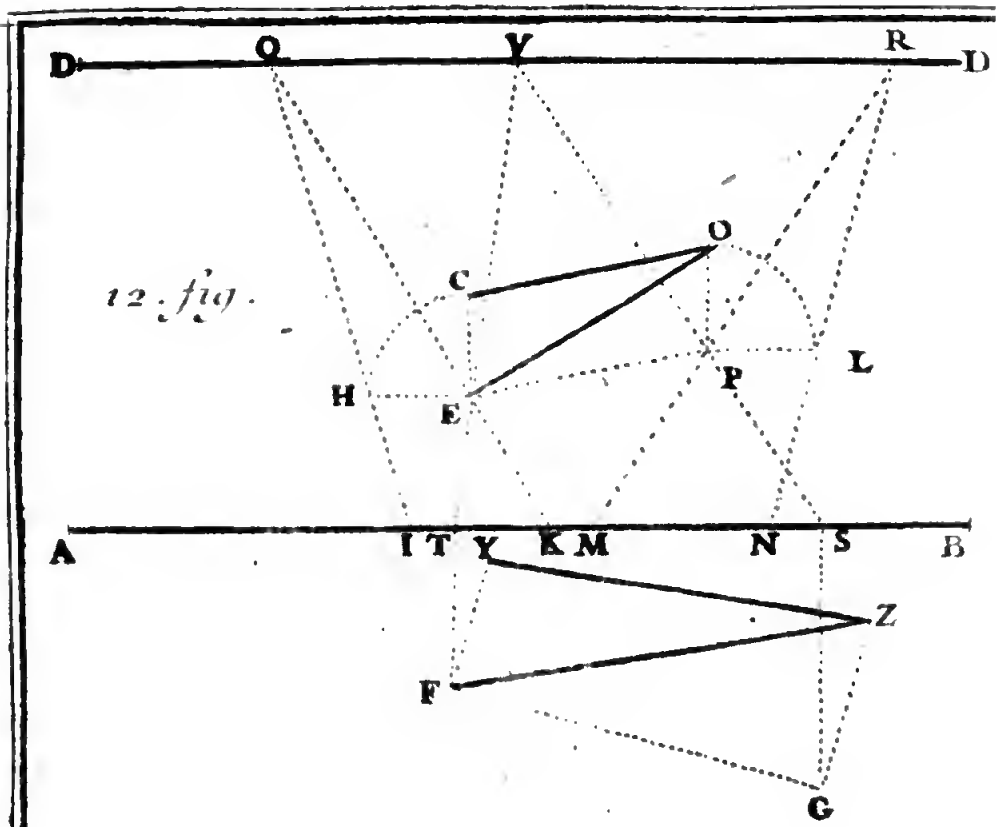


Fig 8.

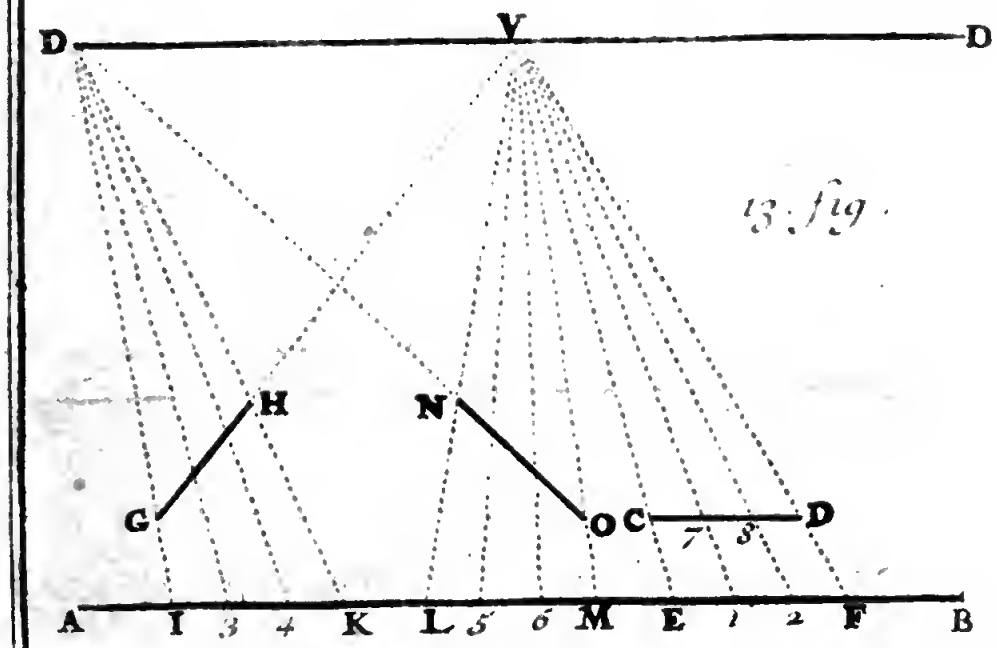
9.


VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
IN ROMA

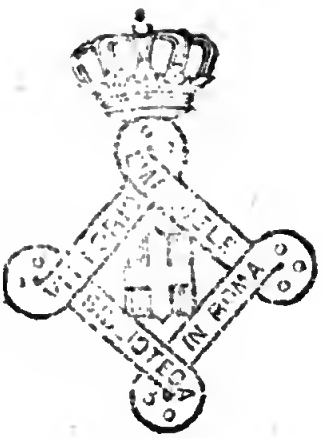

10. fig.
I
E
S
3
X
H
M
2
1
D
F
C
K
T
N
L
A
G
B
11. fig.
D
V
D
G
F
A
C
E
M
E
B
N
B
O
P

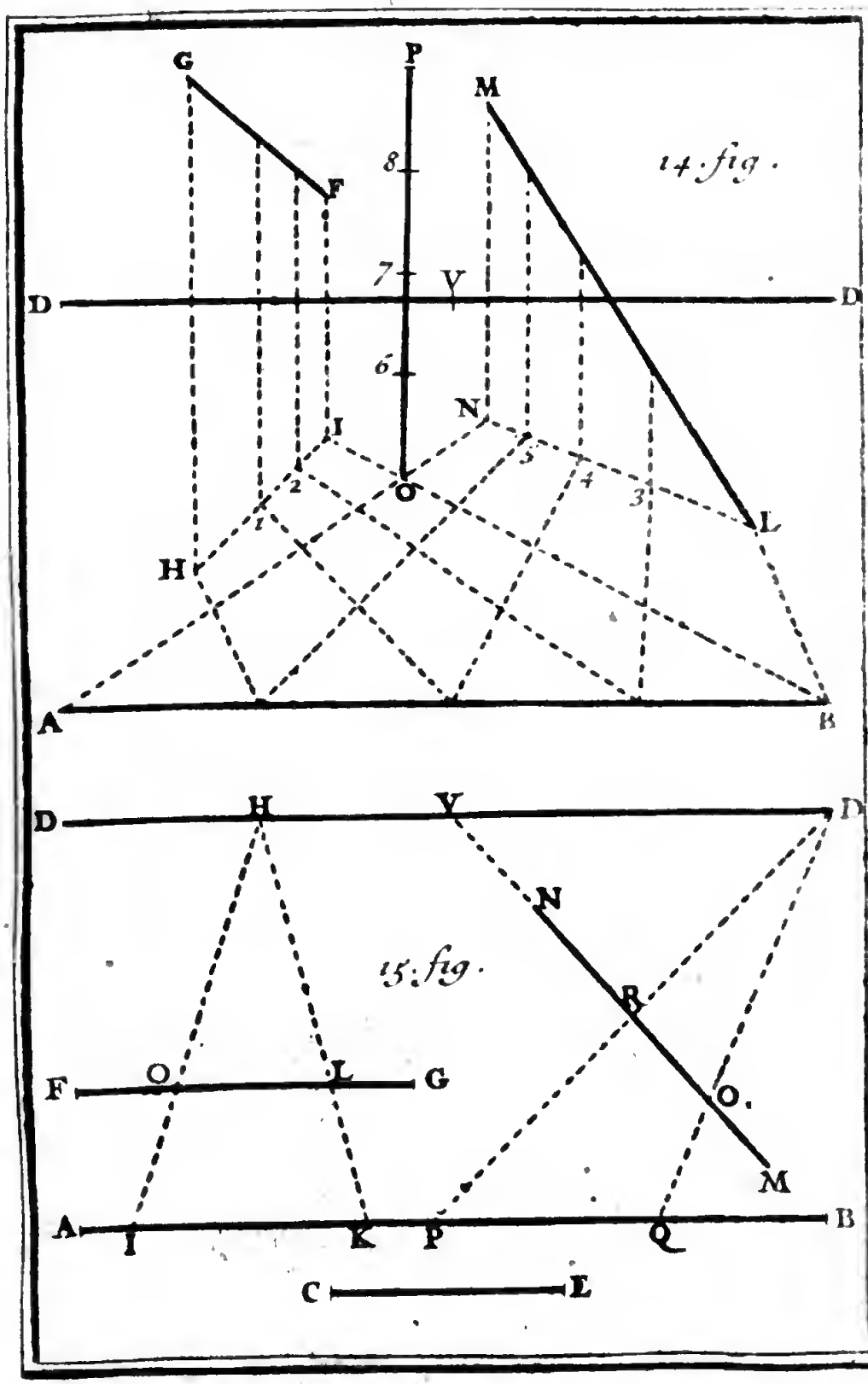


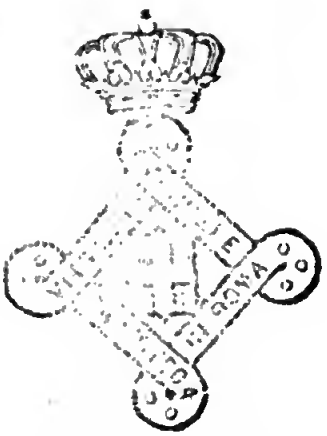
12. fig.

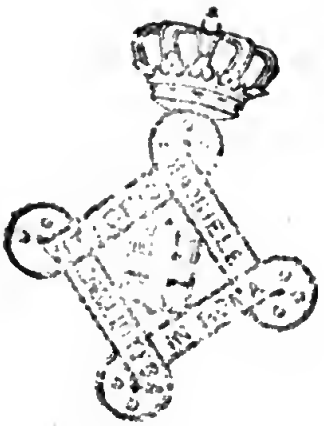


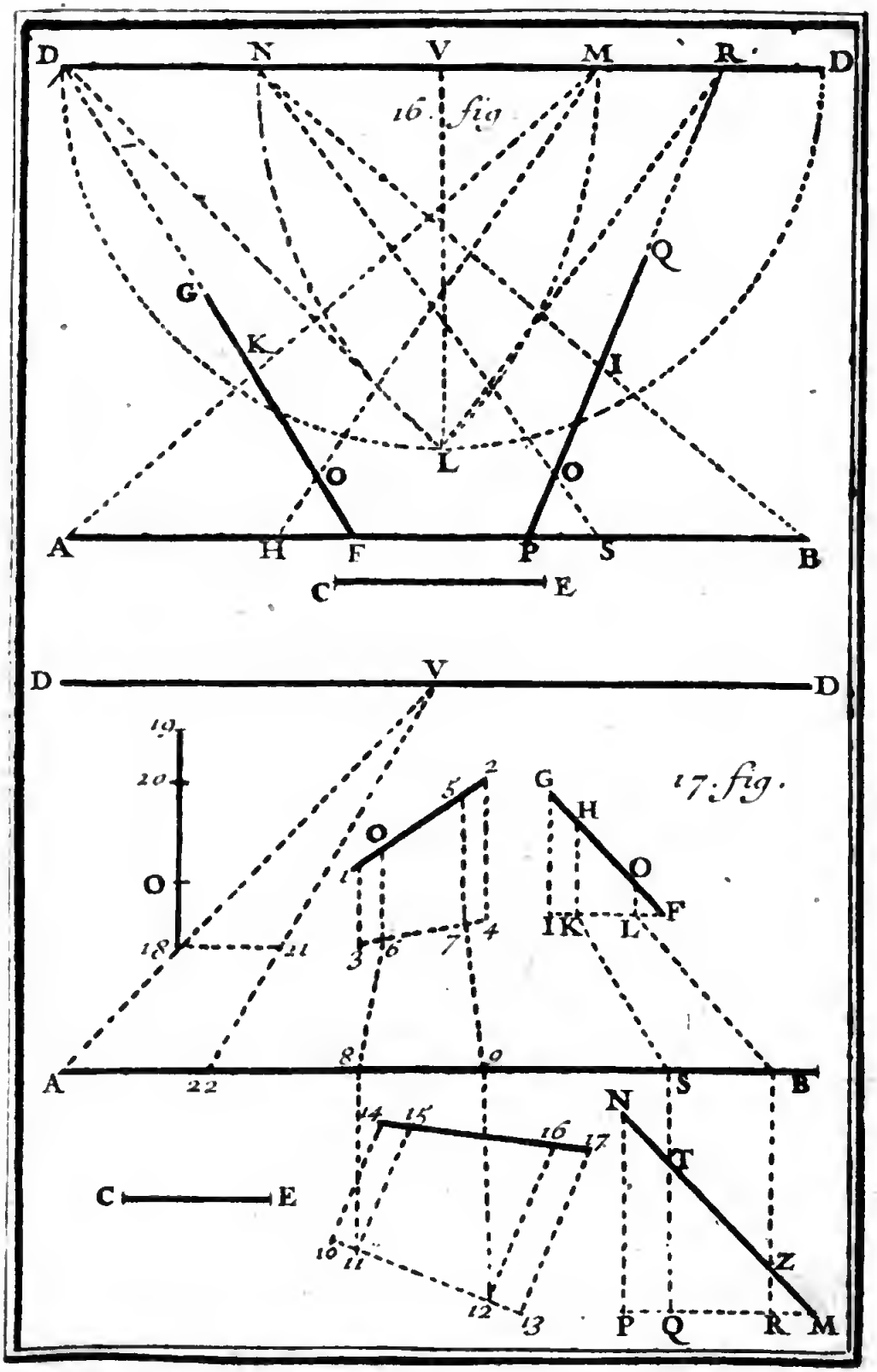
13. fig.

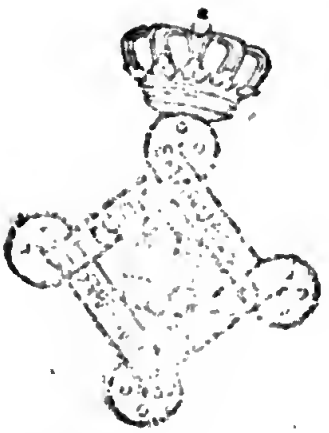

IN ROMA

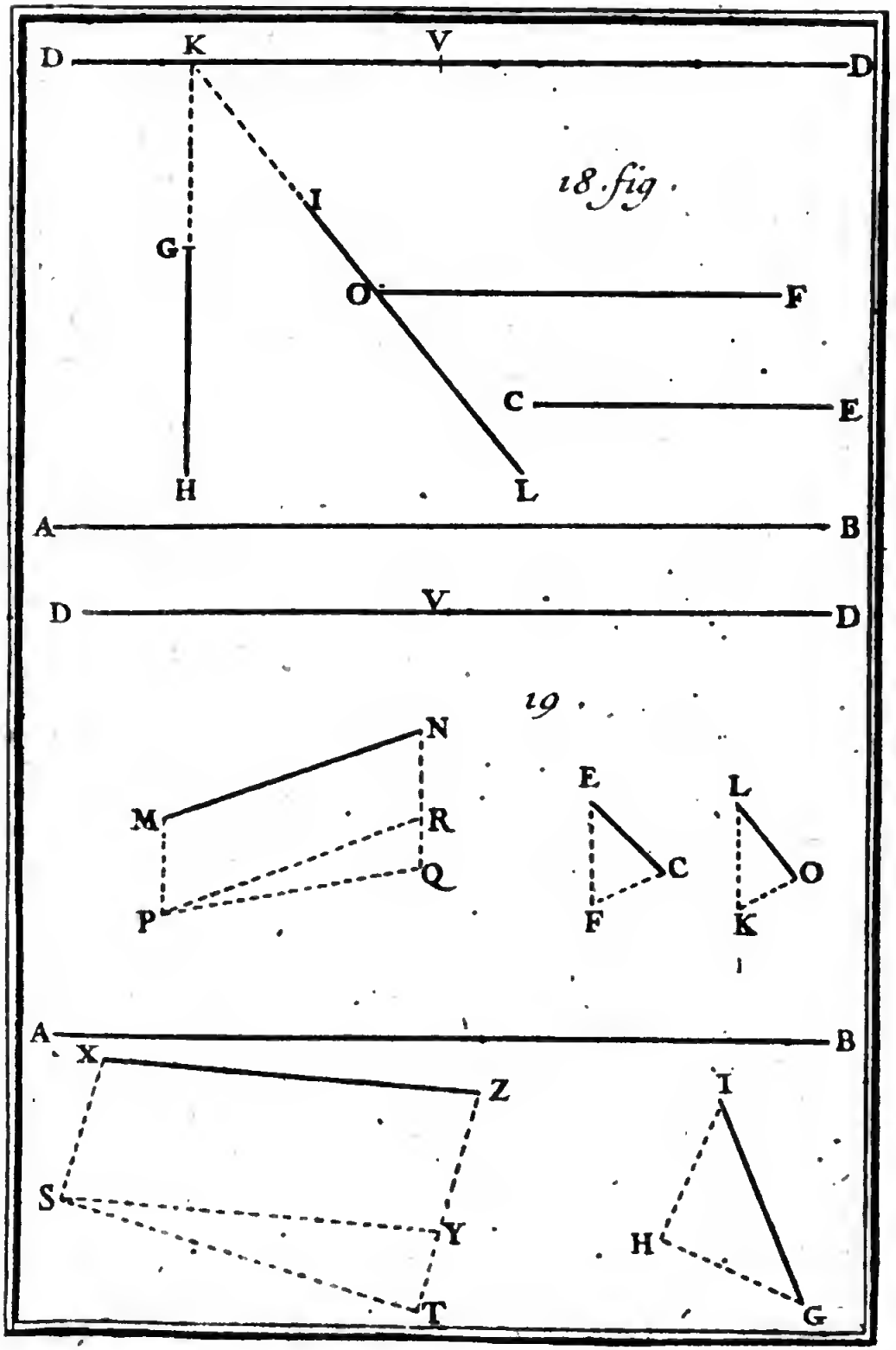

G
P
M
8
F
14. fig.
7
V
D
D
6
N
I
2
O
3
4
1
L
H
A
B
D
H
V
D
N
15. fig.
R
F
O
L
G
O.
M
A
I
K
P
Q
B
C
L

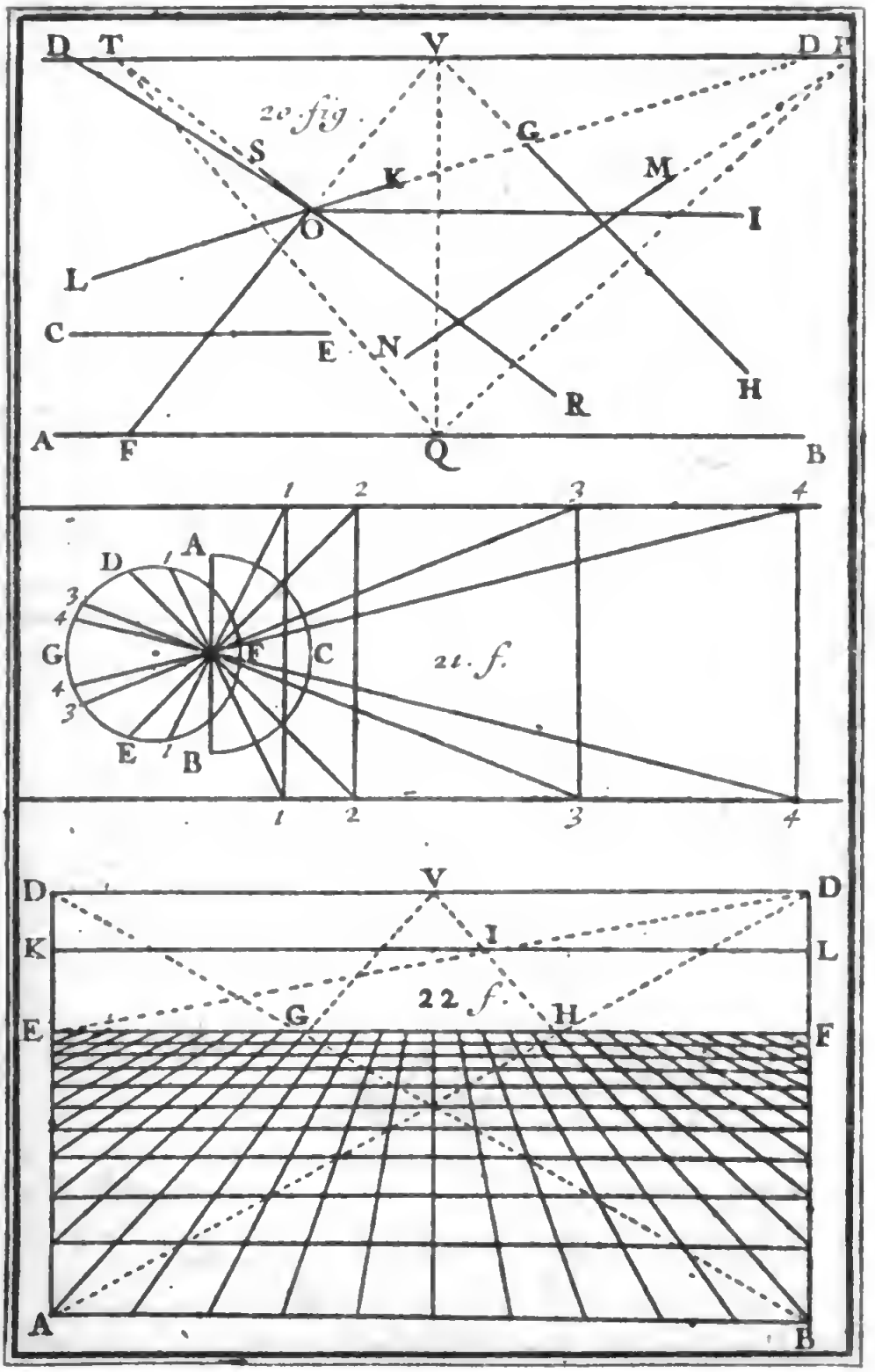


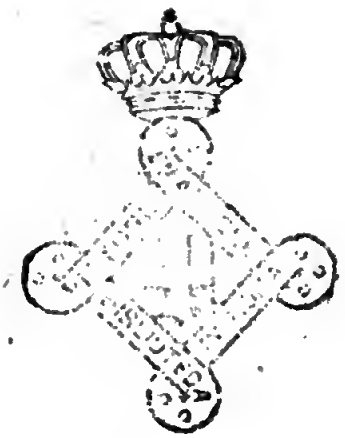


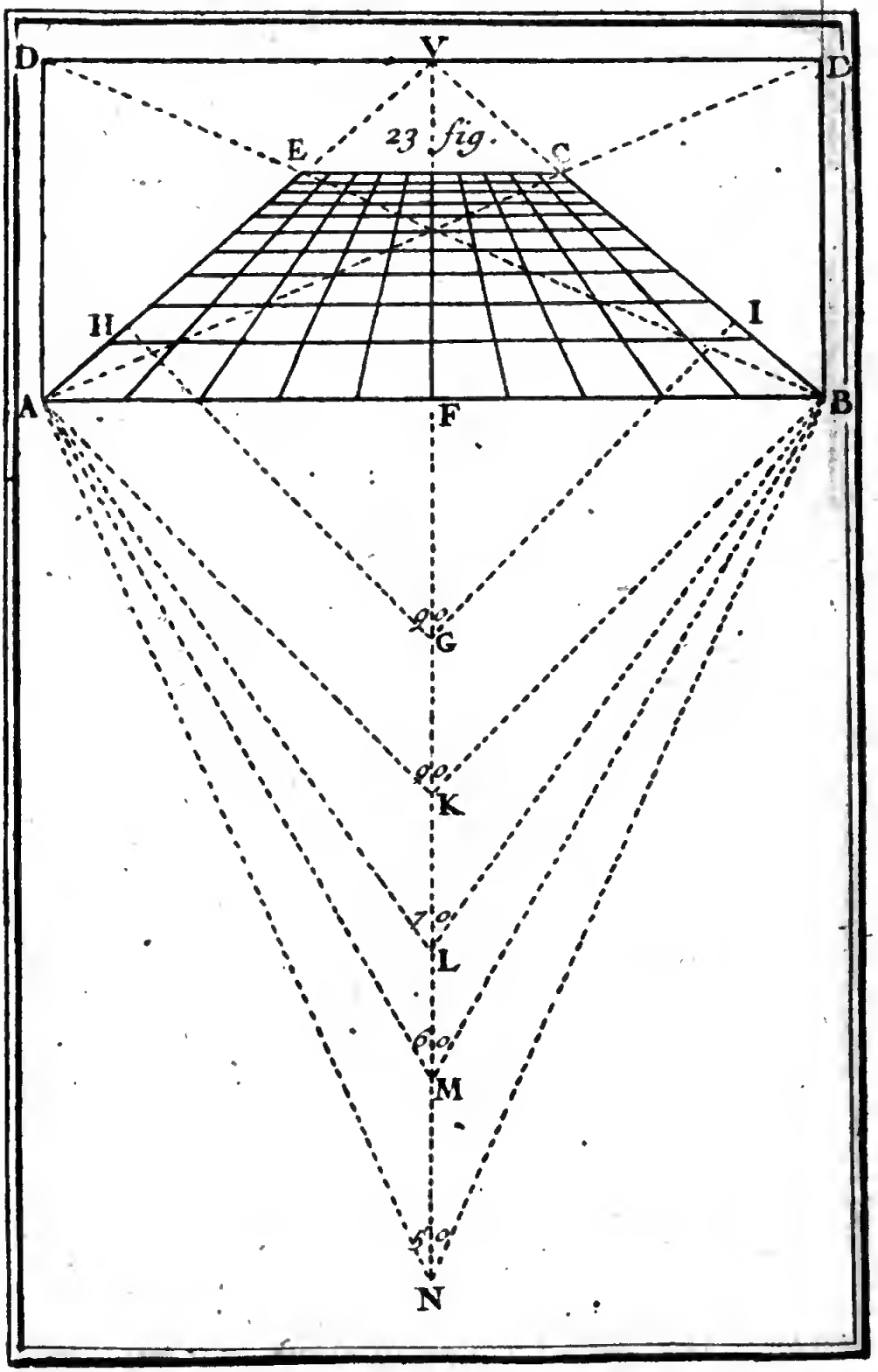

D
N
V
M
R
D
16 fig
G
K
Q
I
L
O
O
A
H
F
P
S
B
C
E
D
V
D
19
20
O
18
21
2
5
1
O
3
6
7
4
G
H
O
F
I
K
L
17 fig.
A
22
8
9
S
B
C
E
14
15
16
17
N
T
Z
10
11
12
13
P
Q
R
M

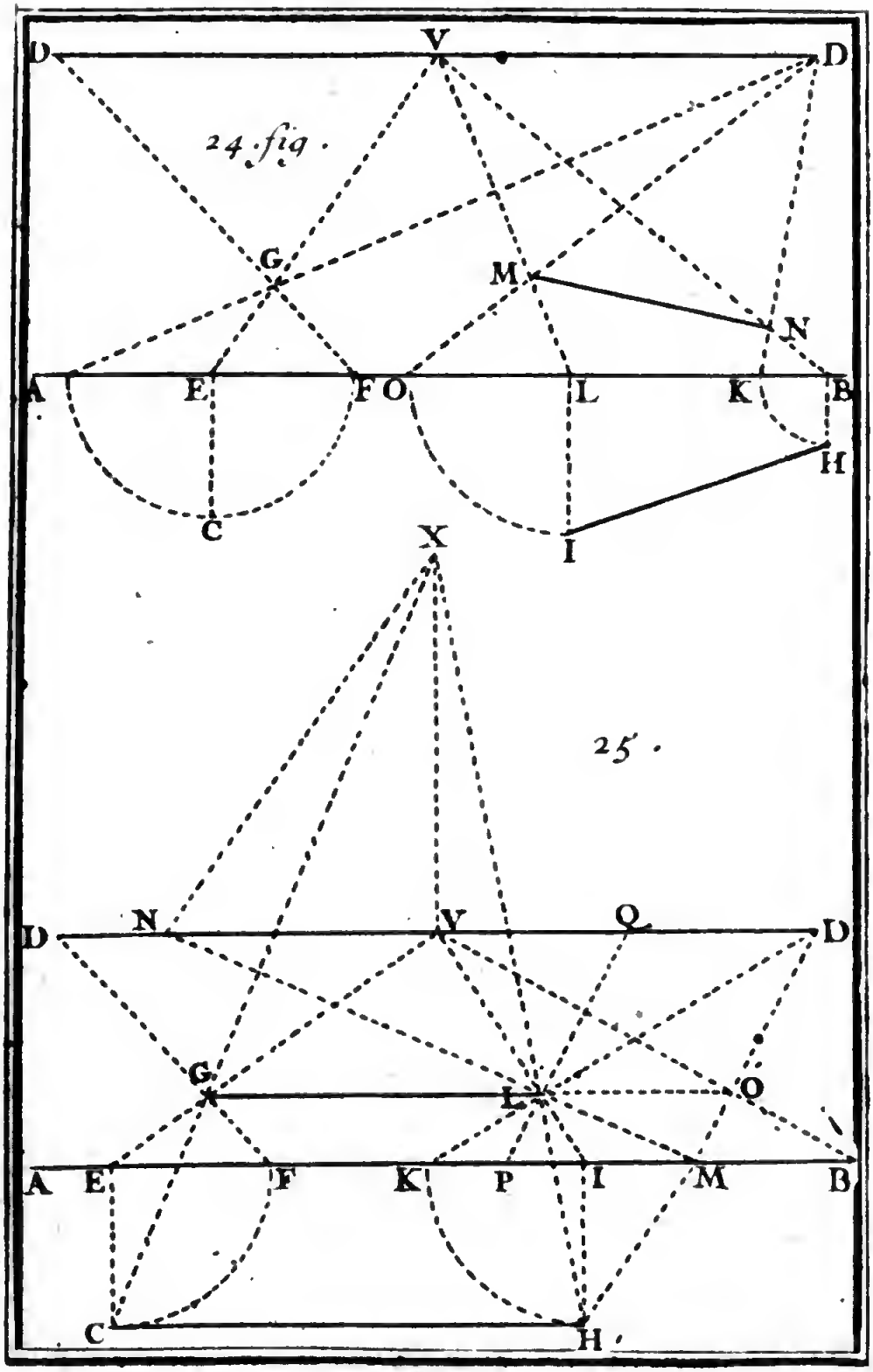


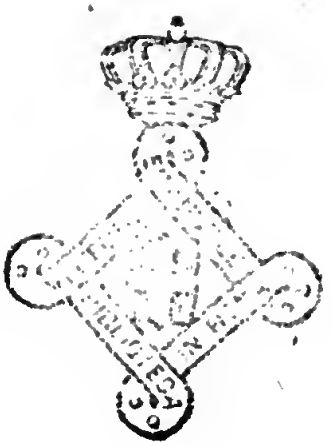

D
K
V
D
18. fig.
I
G
O
F
C
E
H
L
A
B
D
V
D
19.
N
M
R
Q
P
E
C
F
L
O
K
A
B
X
Z
S
Y
T
I
H
G


D
T
V
D
20 fig.
S
G
K
M
I
O
L
C
E
N
R
H
A
F
Q
B
1
2
3
4
D
A
G
C
21. f.
E
B
D
V
D
K
I
L
22 f.
G
H
E
F
A
B

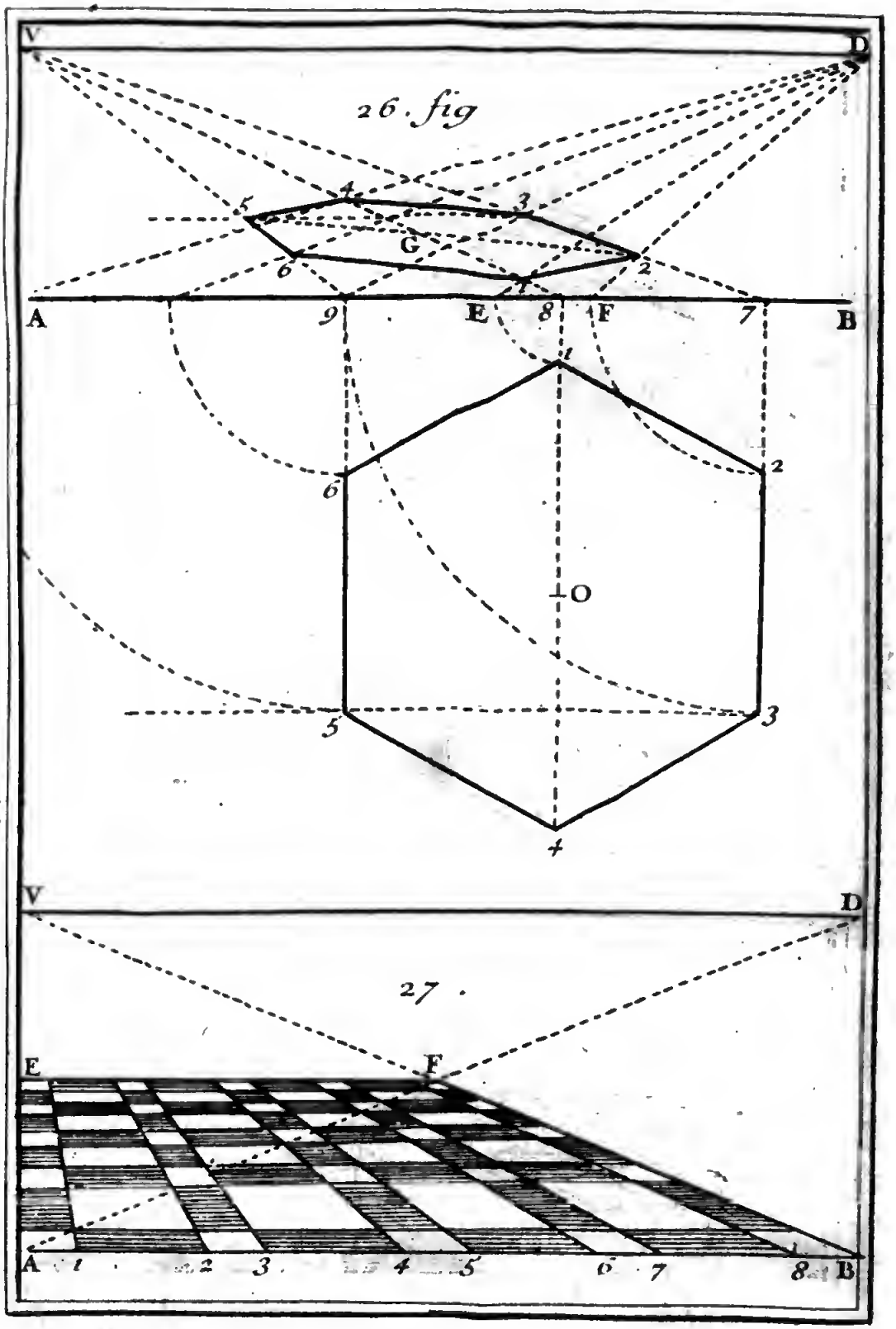



V
D
D
E
23 fig.
C
H
I
A
F
B
G
K
L
M
N

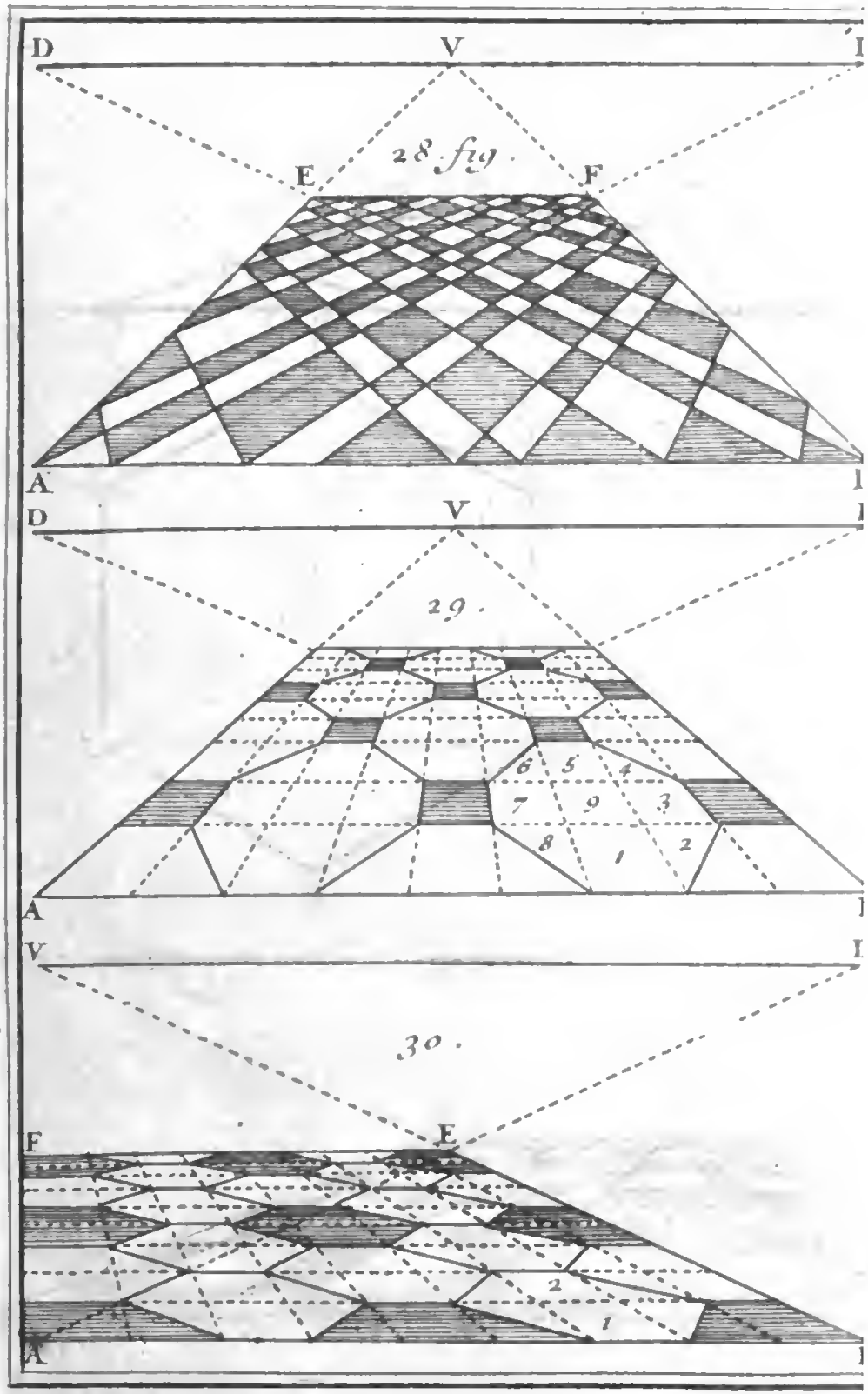

24. fig.
V
D
D
G
M
N
A
E
F
O
L
K
B
H
C
I
X
25.
D
N
V
Q
D
G
L
O
A
E
F
K
P
I
M
B
C
H



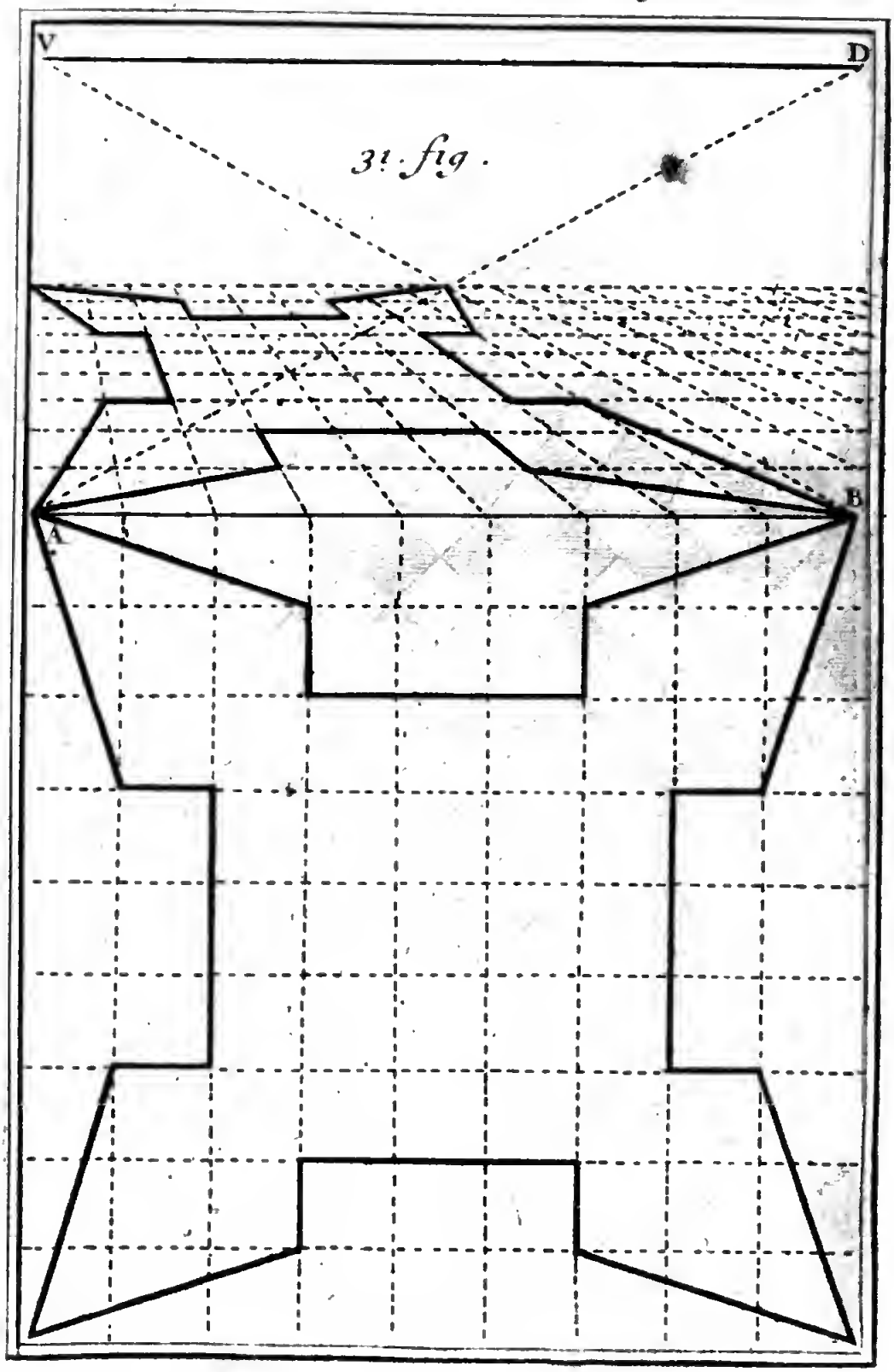
VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
IN ROMA



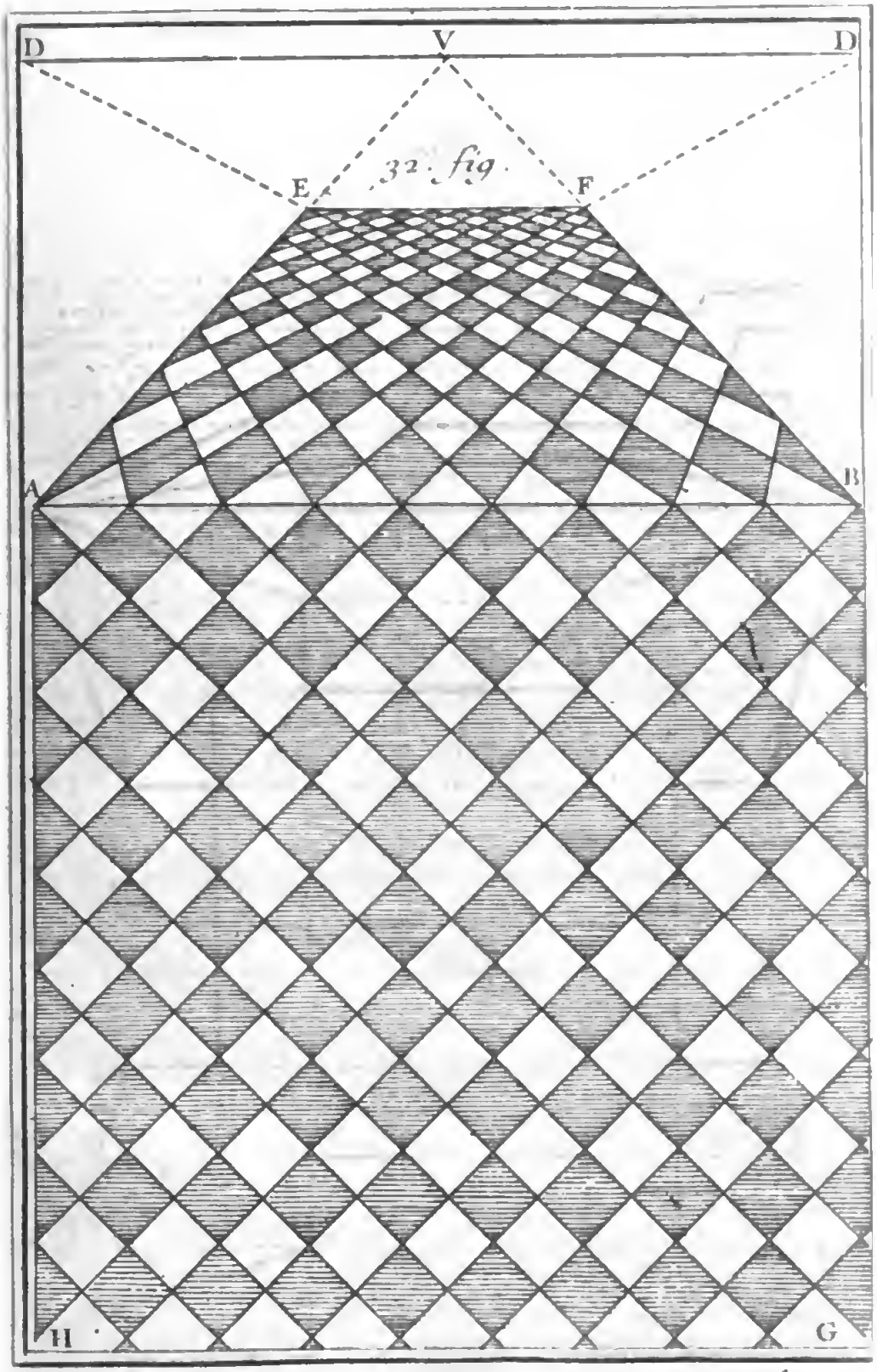
Berey fecit



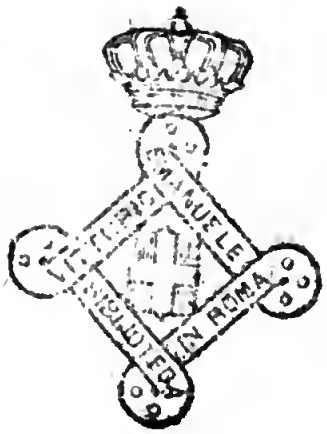
Berey fec



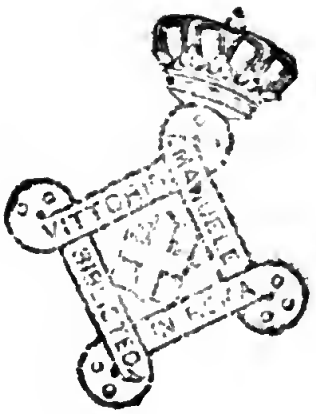
Berey fec.

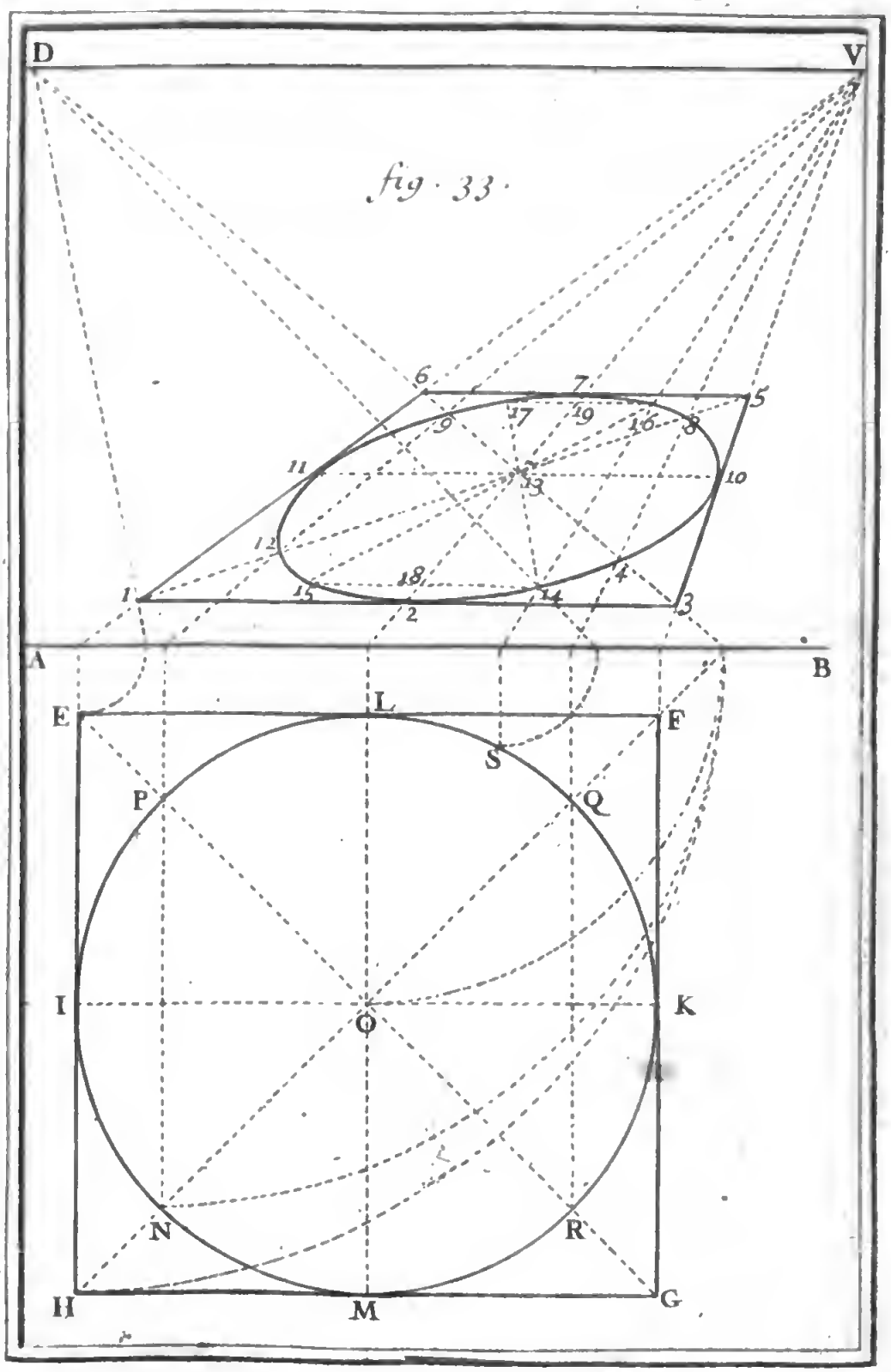


Berey fec



Digitized by Google


VITTORIO


D
V
fig . 33 .
6
7
5
9
17
19
16
8
11
10
13
12
18
4
1
15
14
3
2
A
B
E
L
F
S
P
Q
I
O
K
N
R
H
M
G

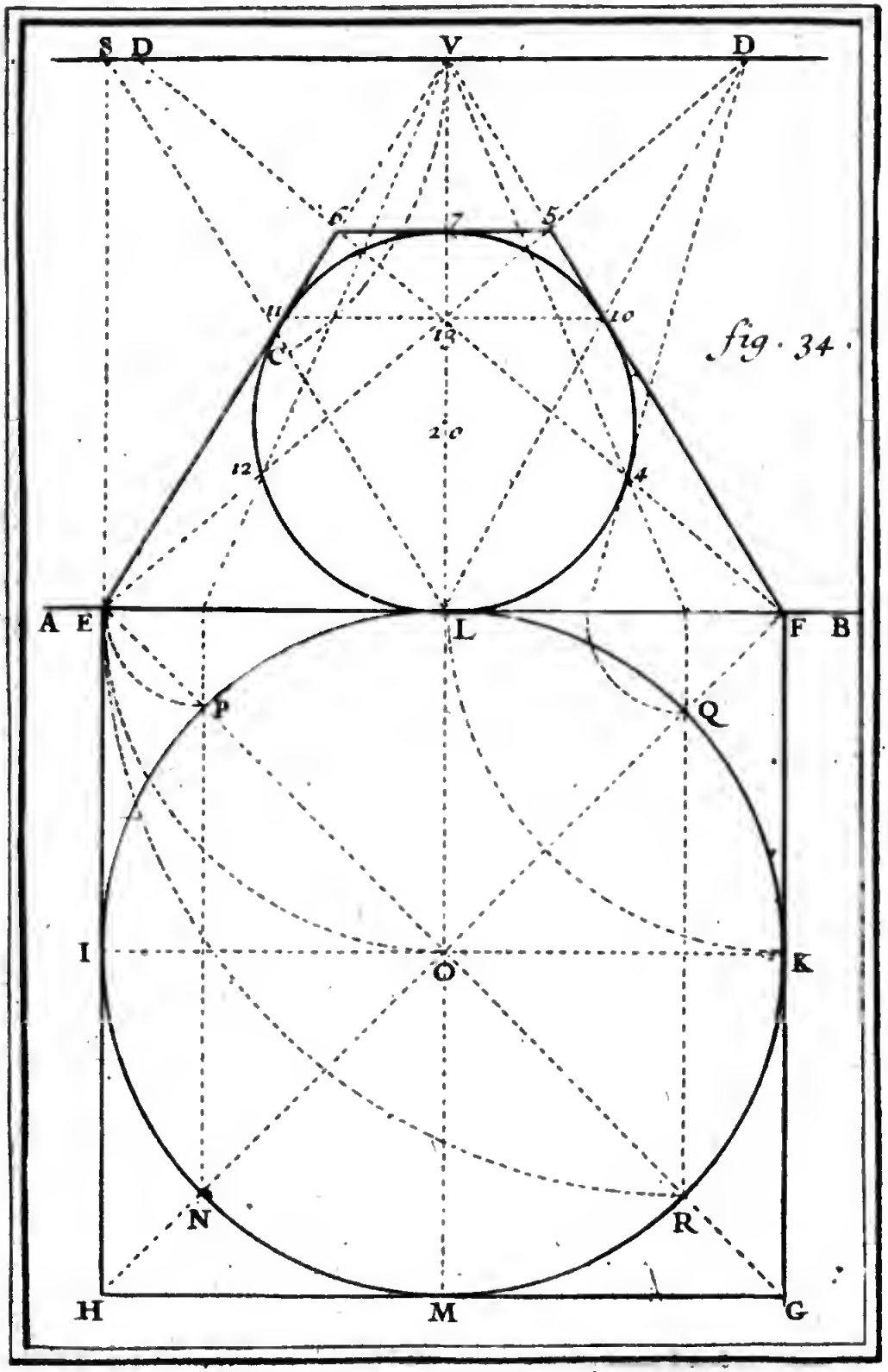
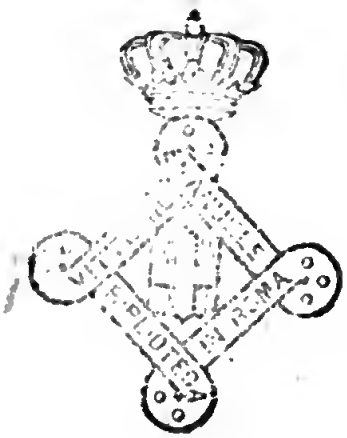
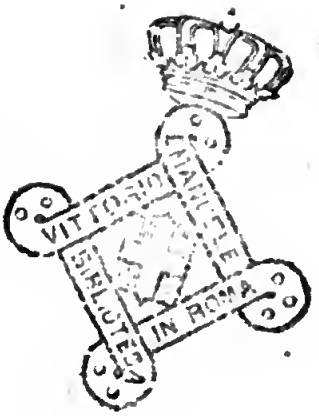


fig. 34.





Digitized by Google

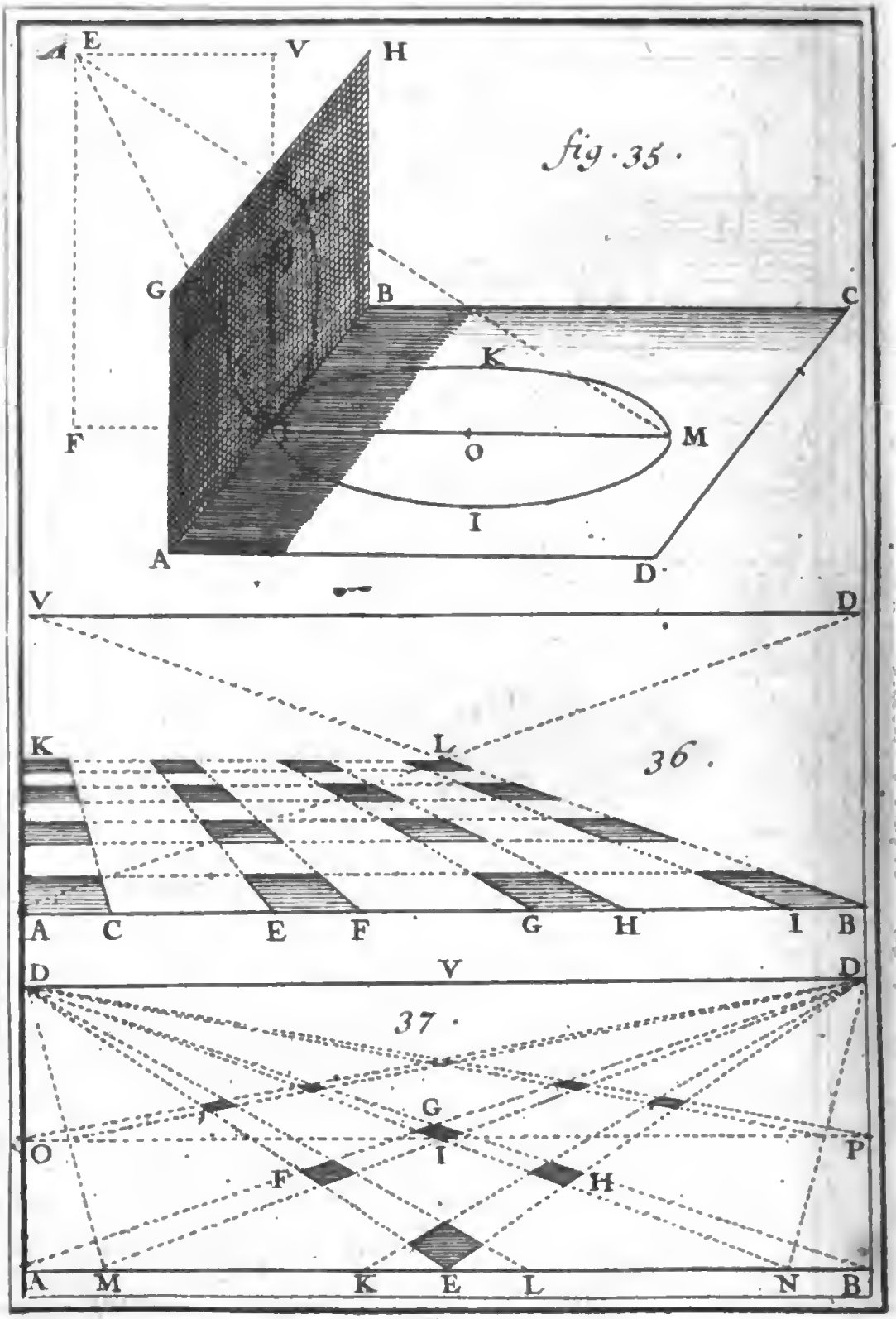
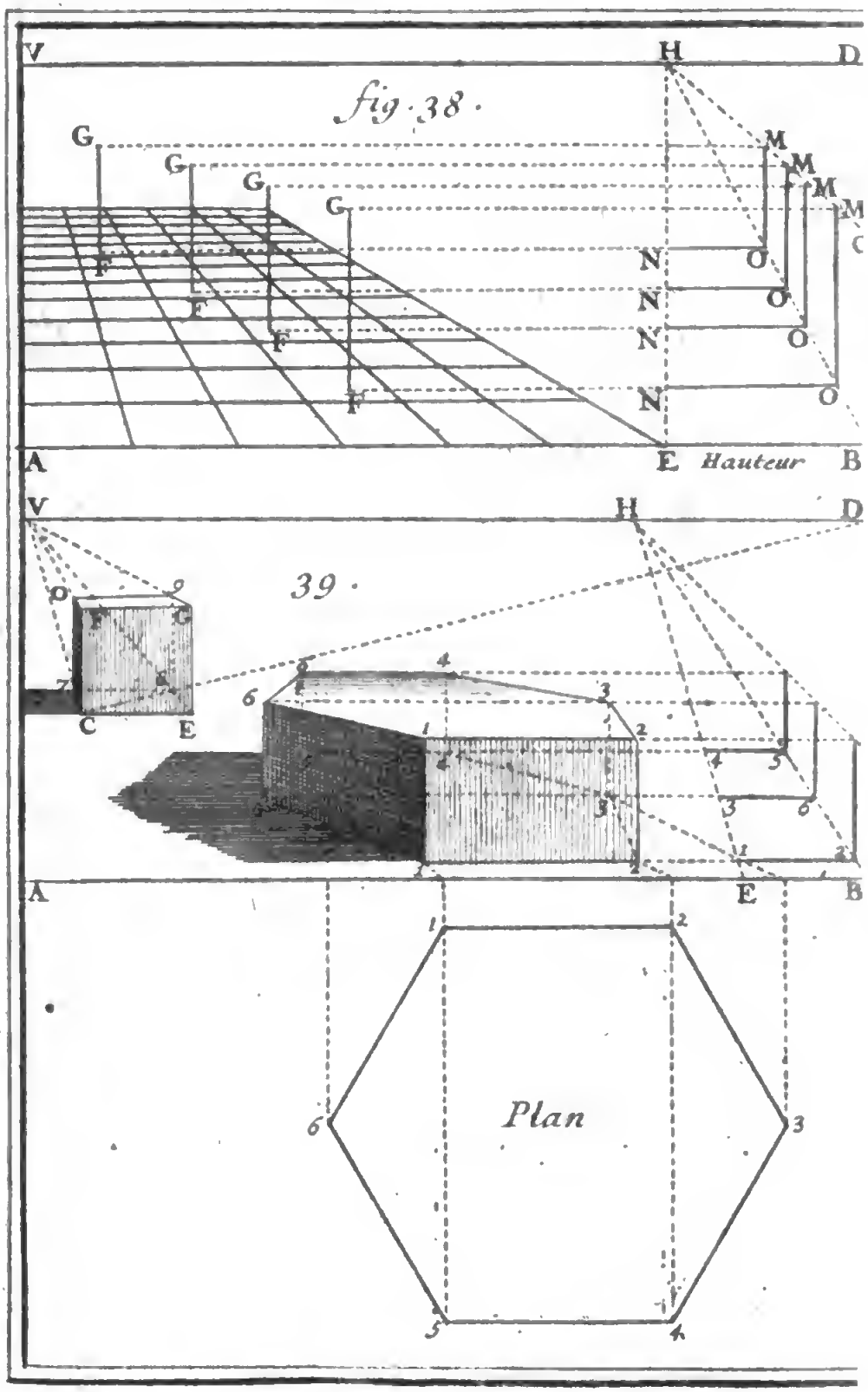
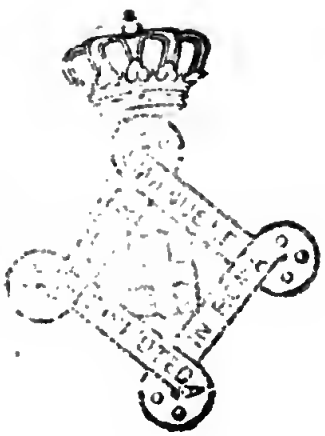


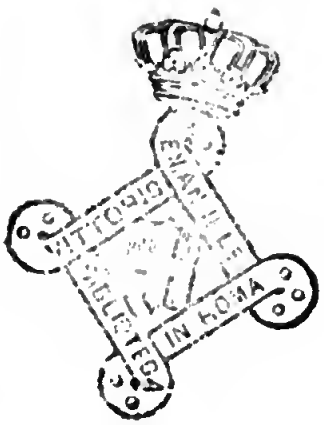
fig . 35 .

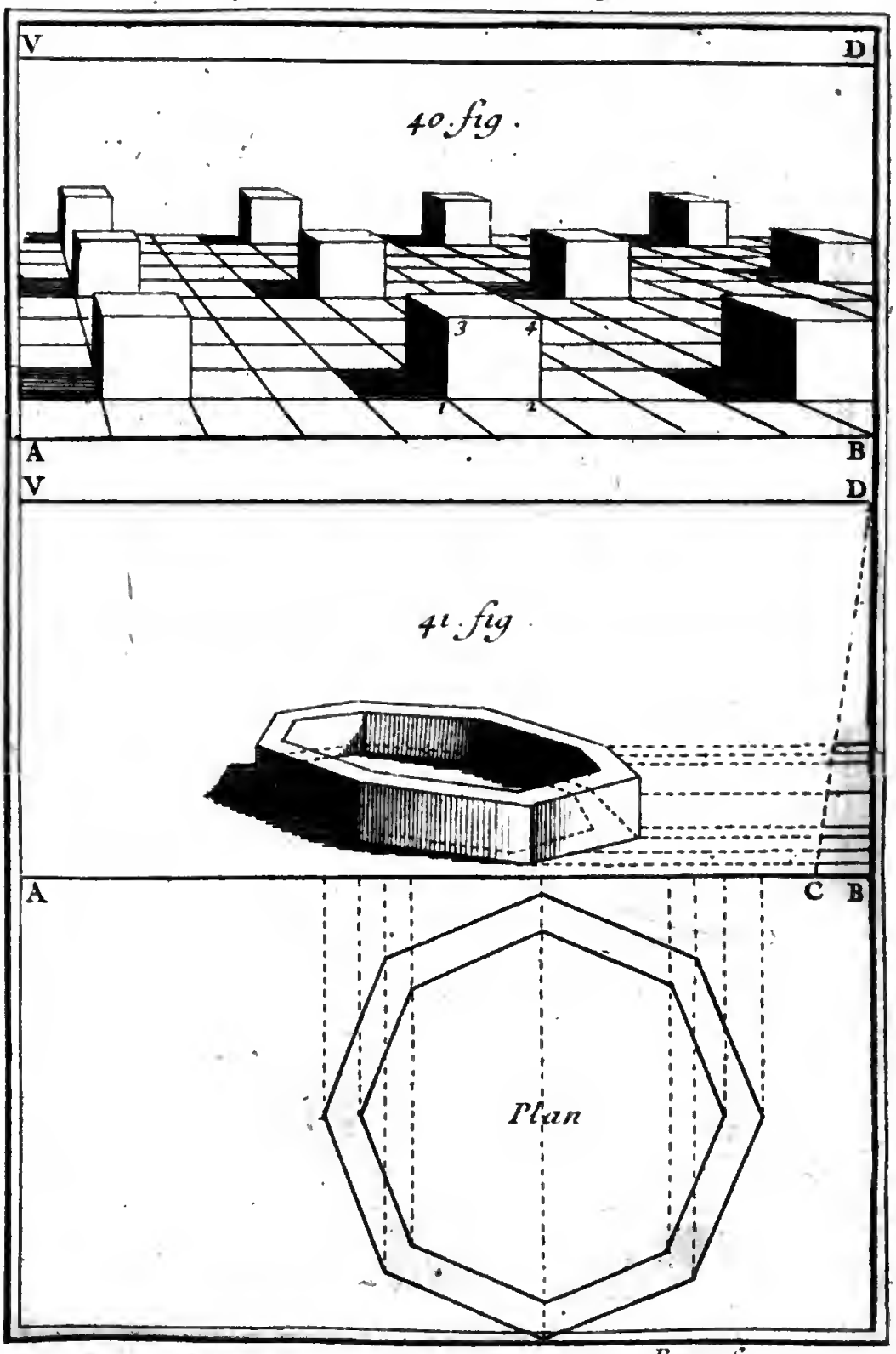
36 .

37 .

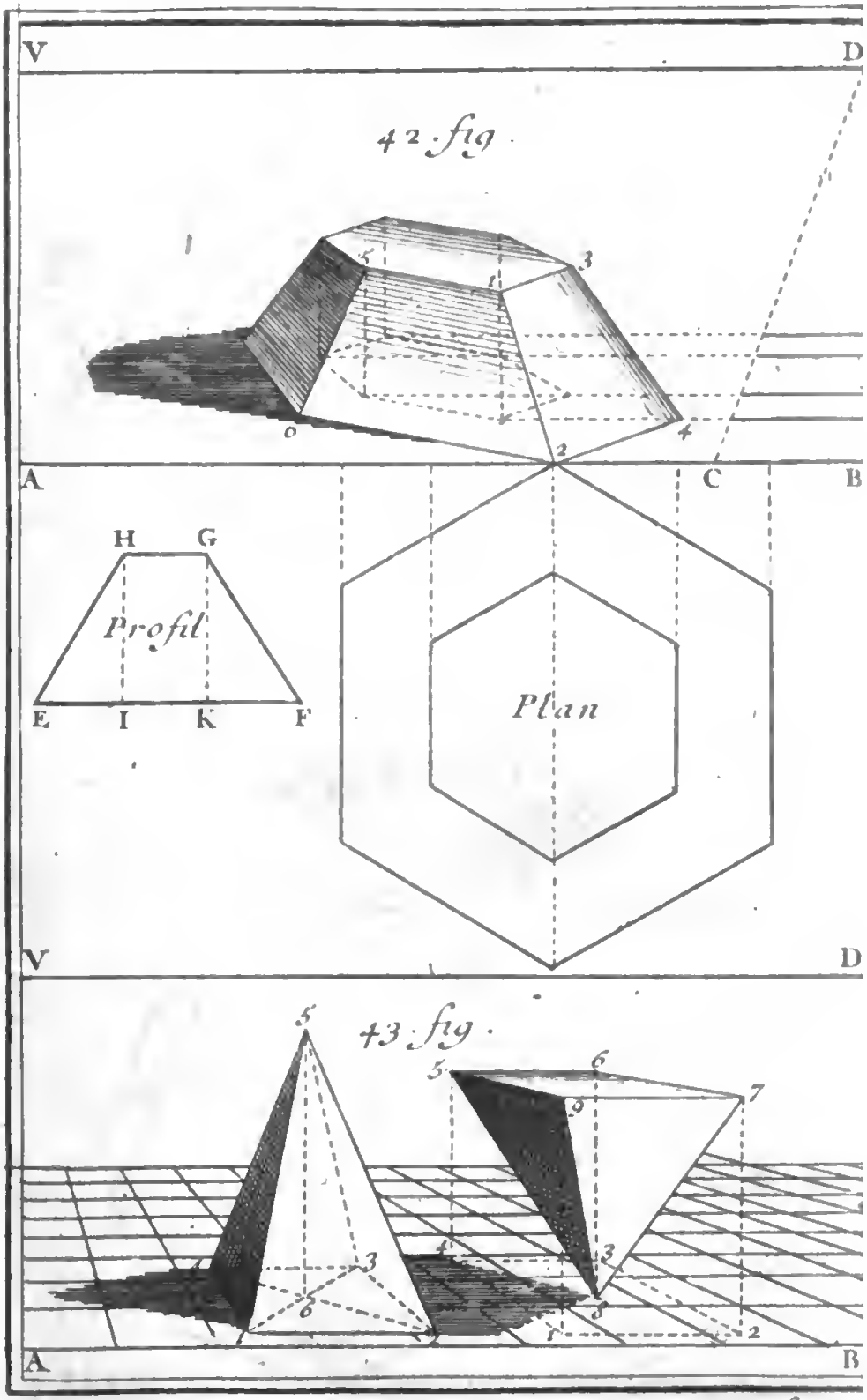

V
H
D
fig. 38.
G
F
M
N
O
A
E
Hauteur
B
39.
C
Plan




VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
IN ROMA

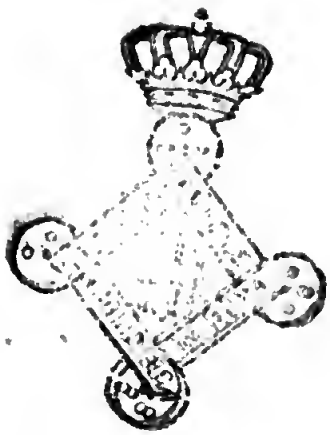


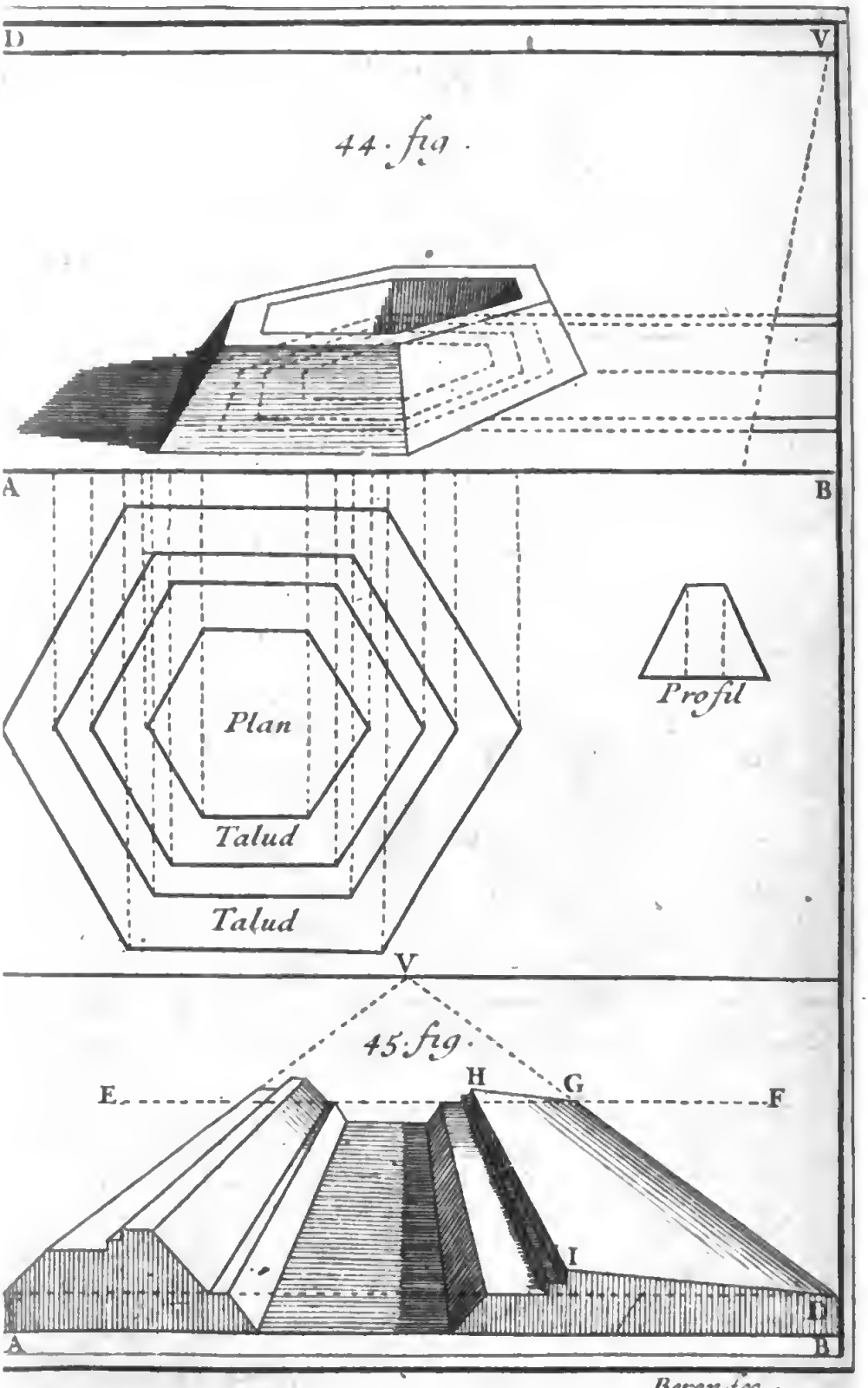
Bervy fec.


V
D
42 fig.
1
5
3
t
o
4
2
A
C
B
H
G
Profil
E
I
K
F
Plan
V
D
5
43 fig.
5
6
7
9
4
3
6
8
1
2
A
B

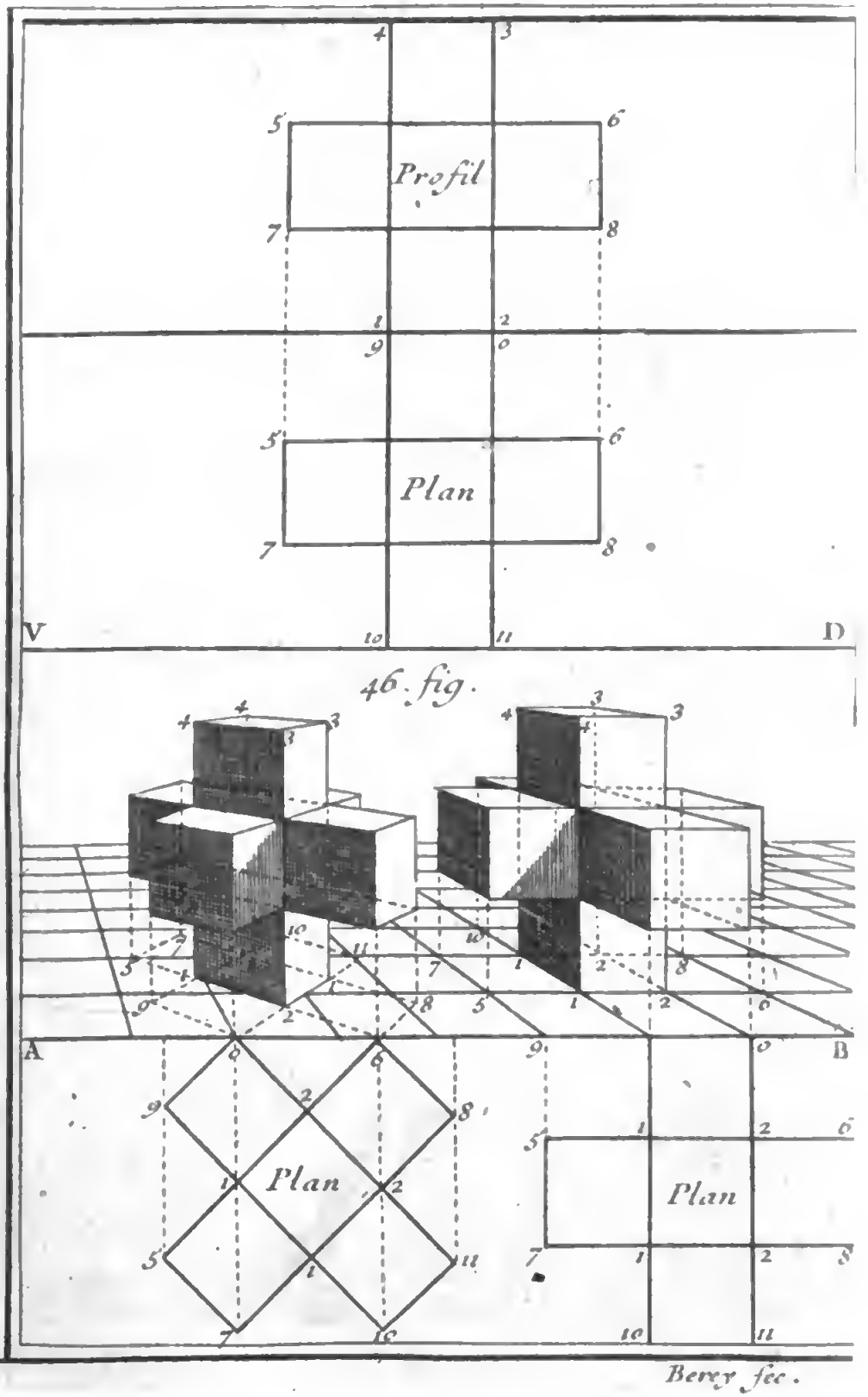
Berey fec

BIBLIOTECA

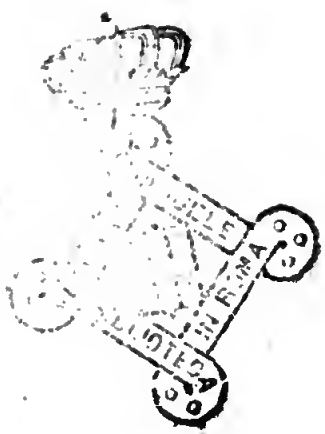


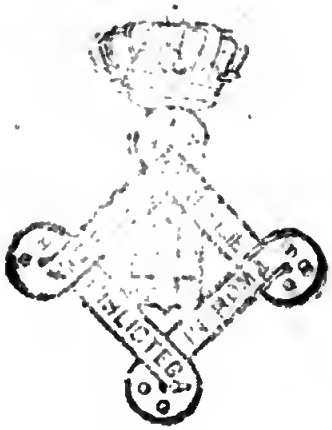


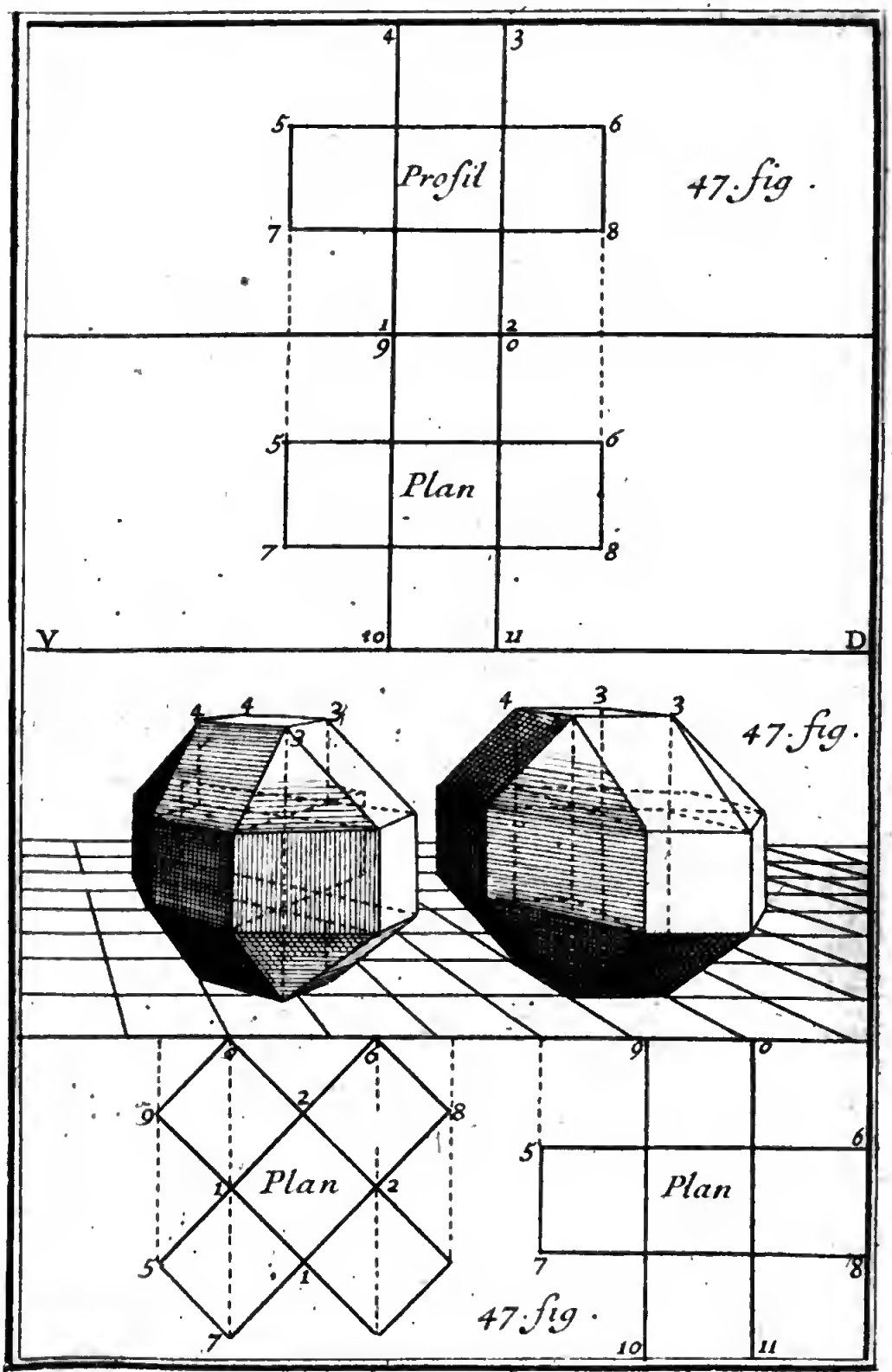
Berey fec.



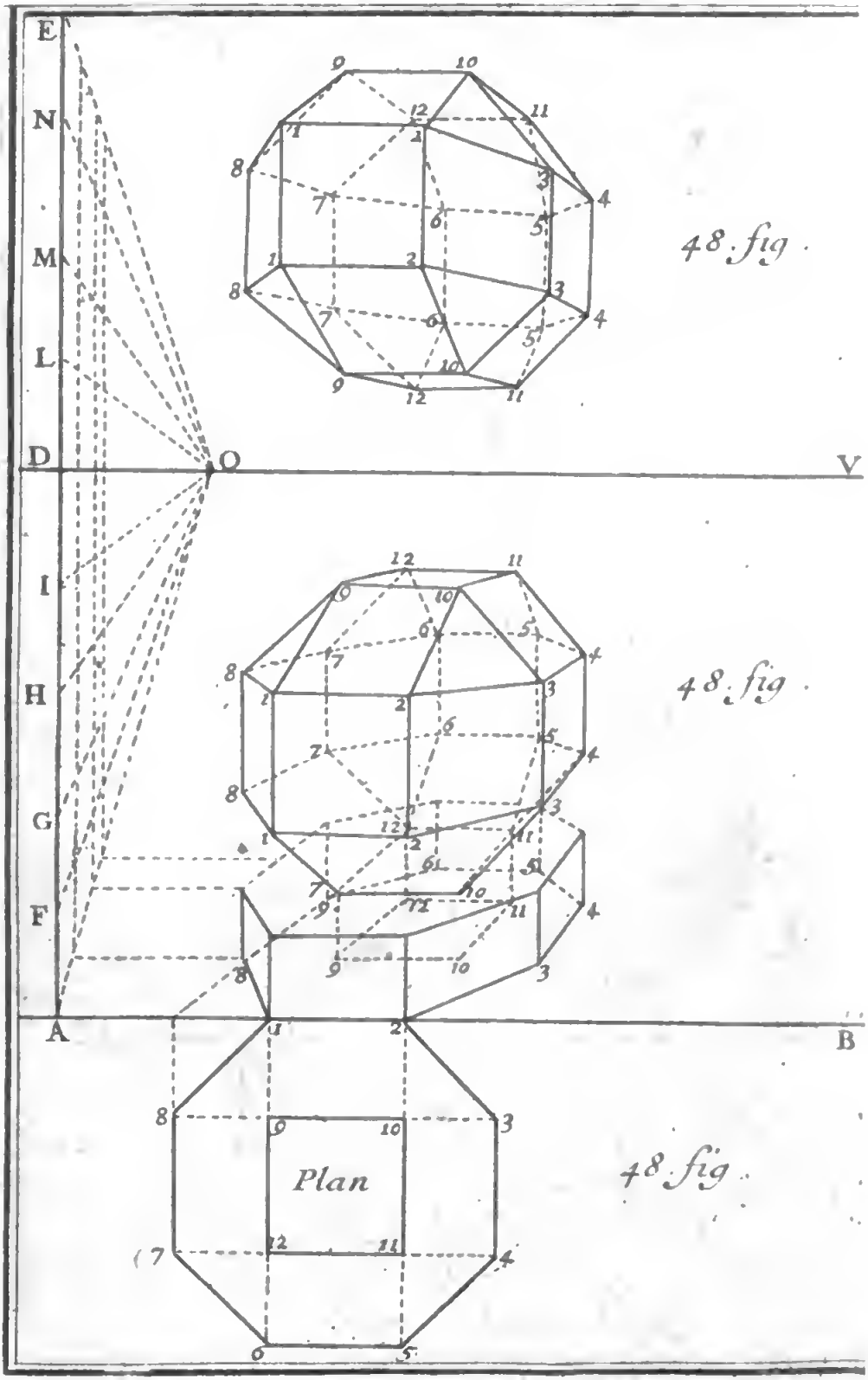
Berey fec .




HELICTEGA



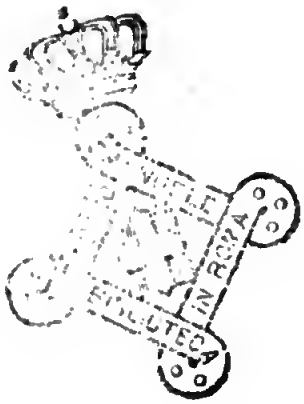
Berey fec.

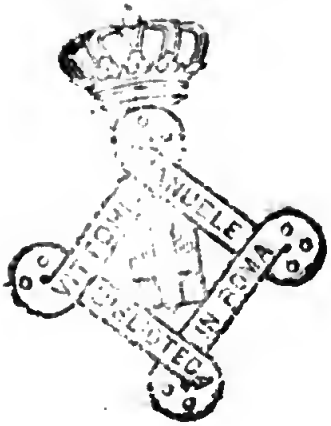


48. fig.

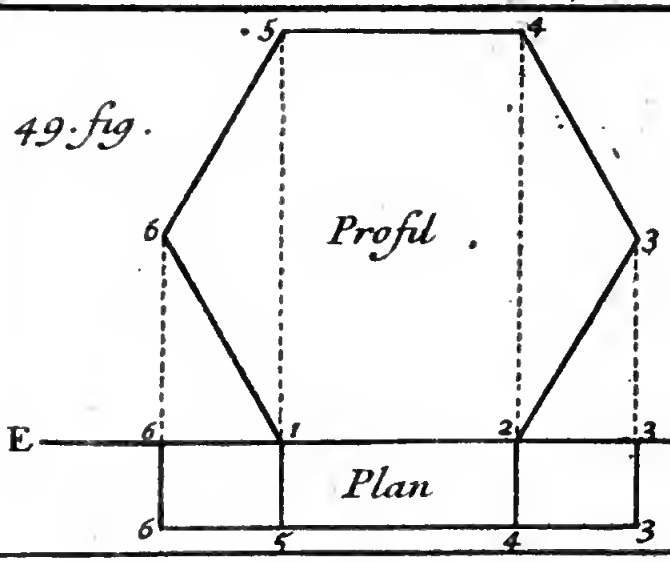
48. fig.

48 fig.

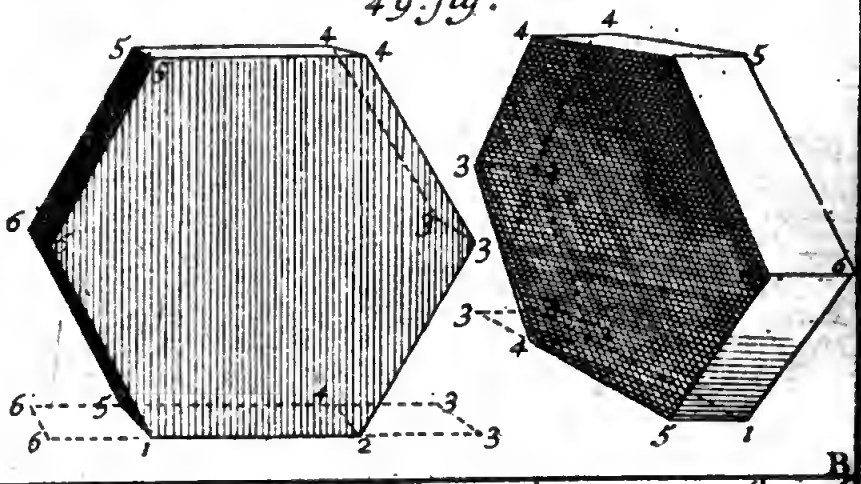

BIBLIOTECA REAL

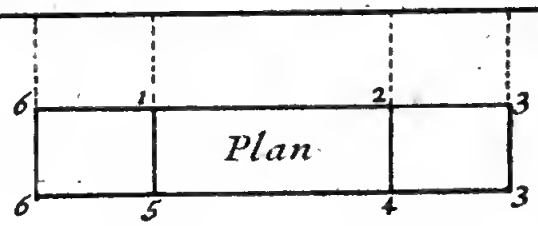

BIBLIOTECA

49. fig.



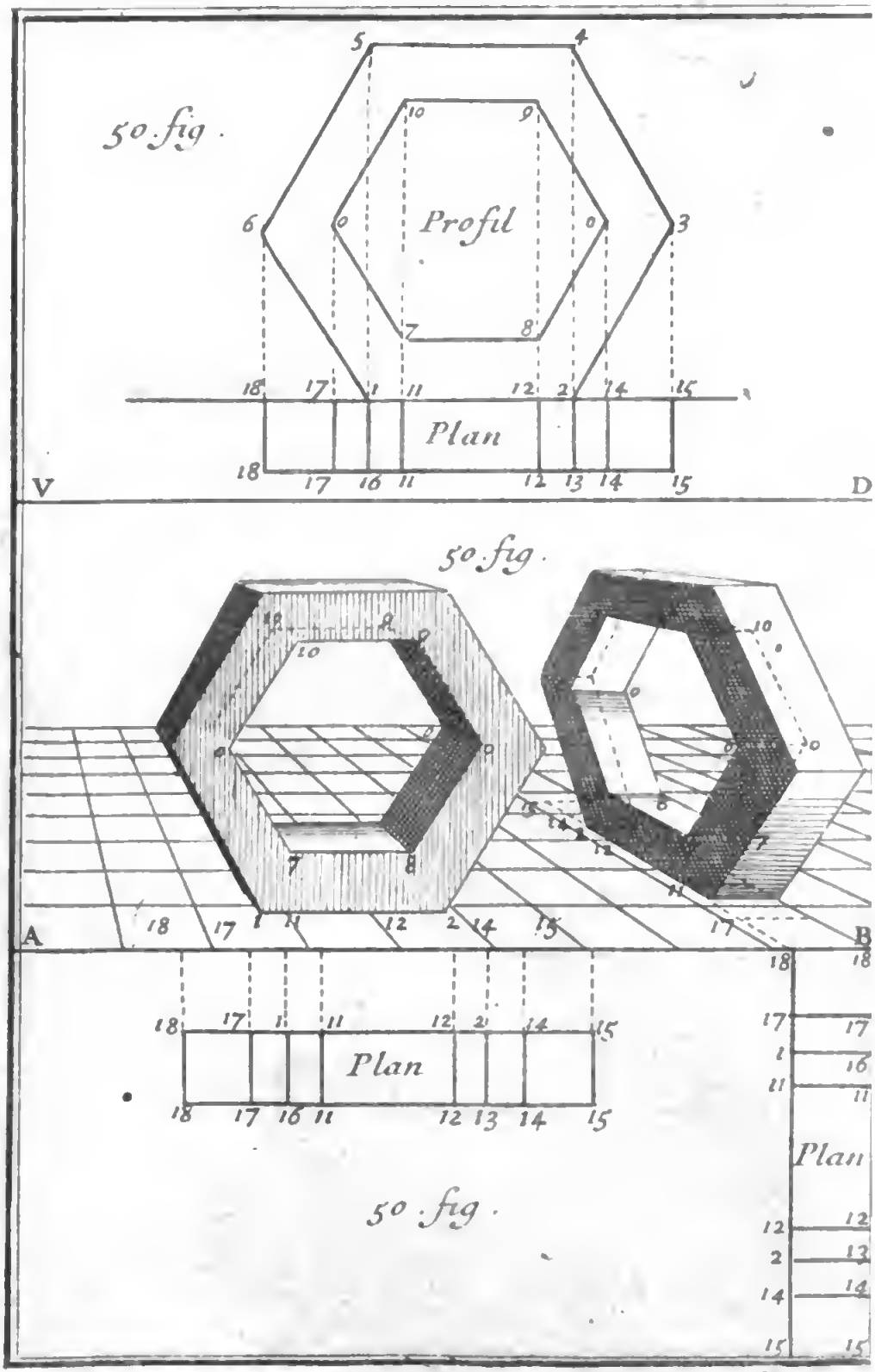
49. fig.



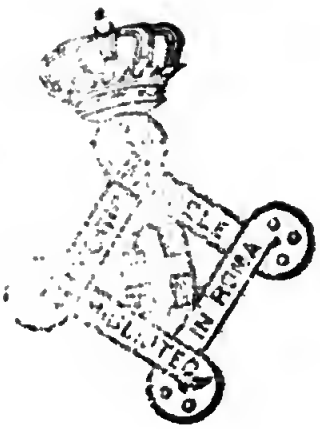


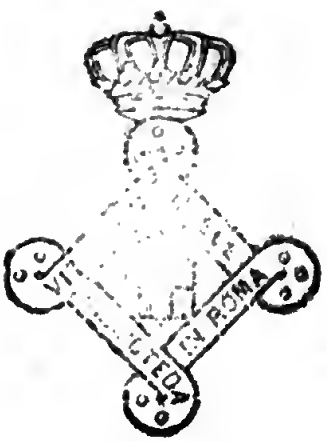
49. fig.

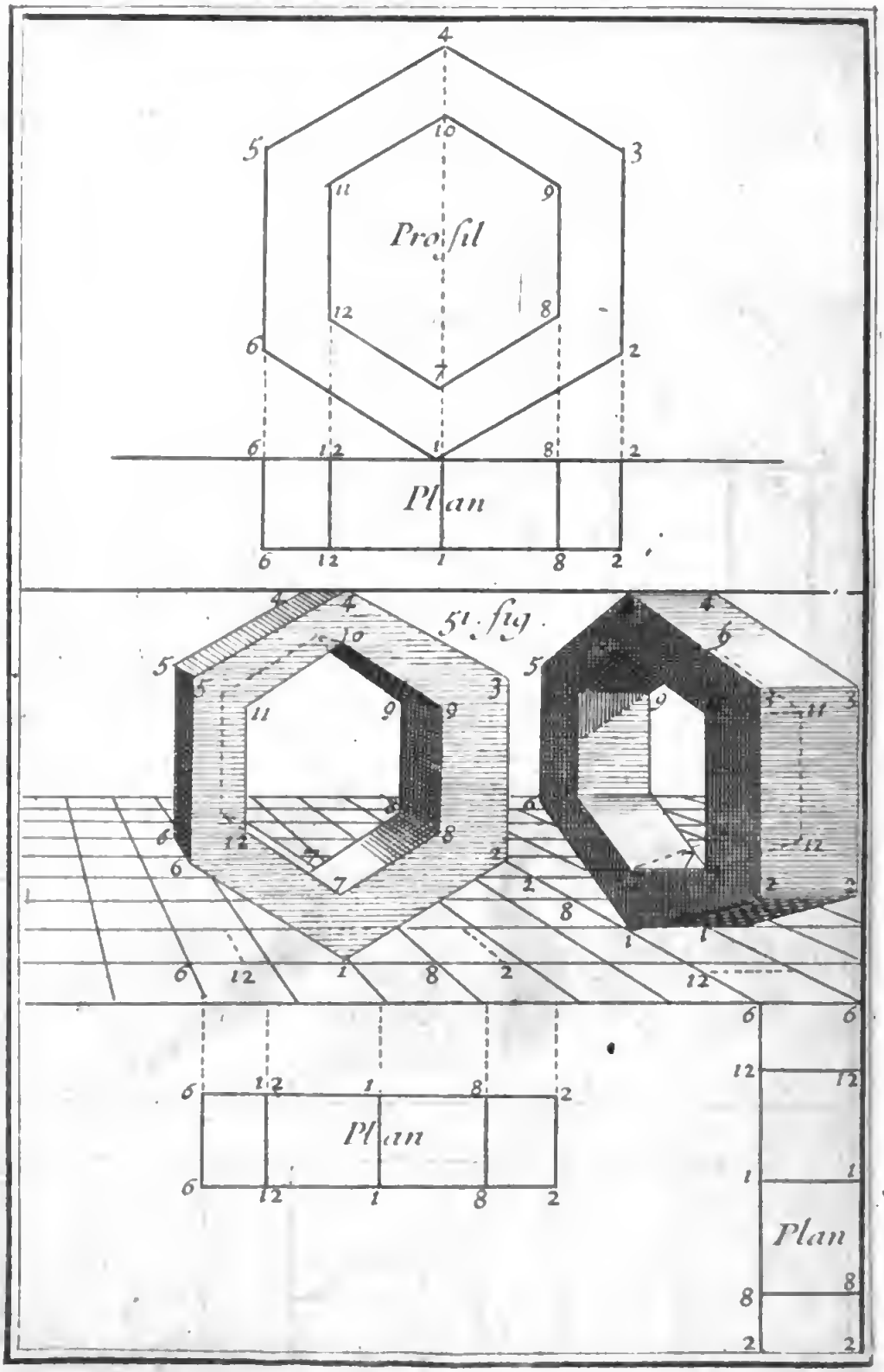
Berey fec.



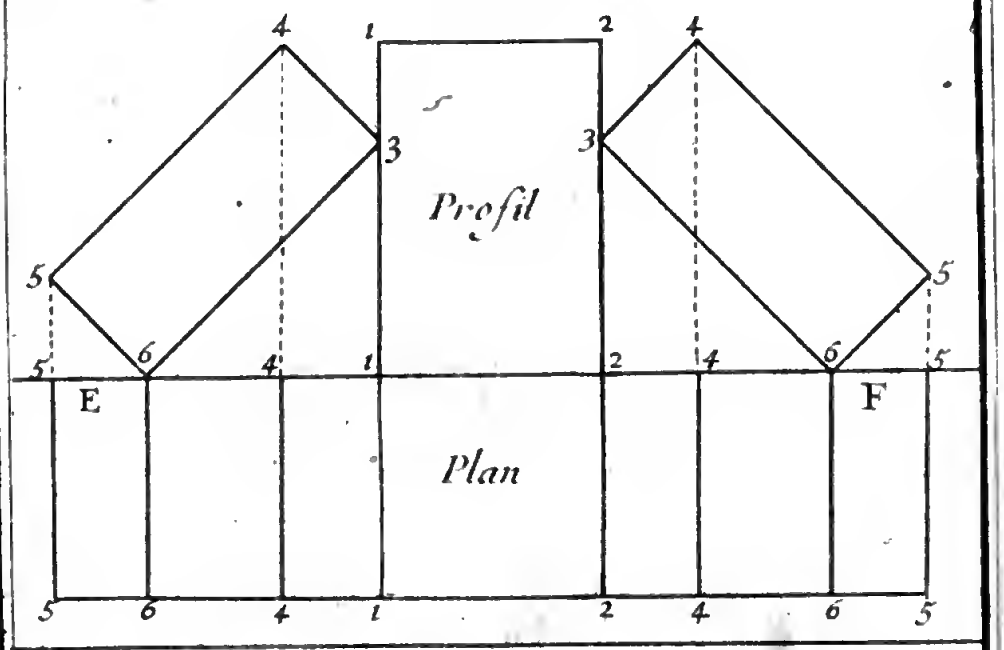
Berey fec .


PUBLICATO IN ROMA

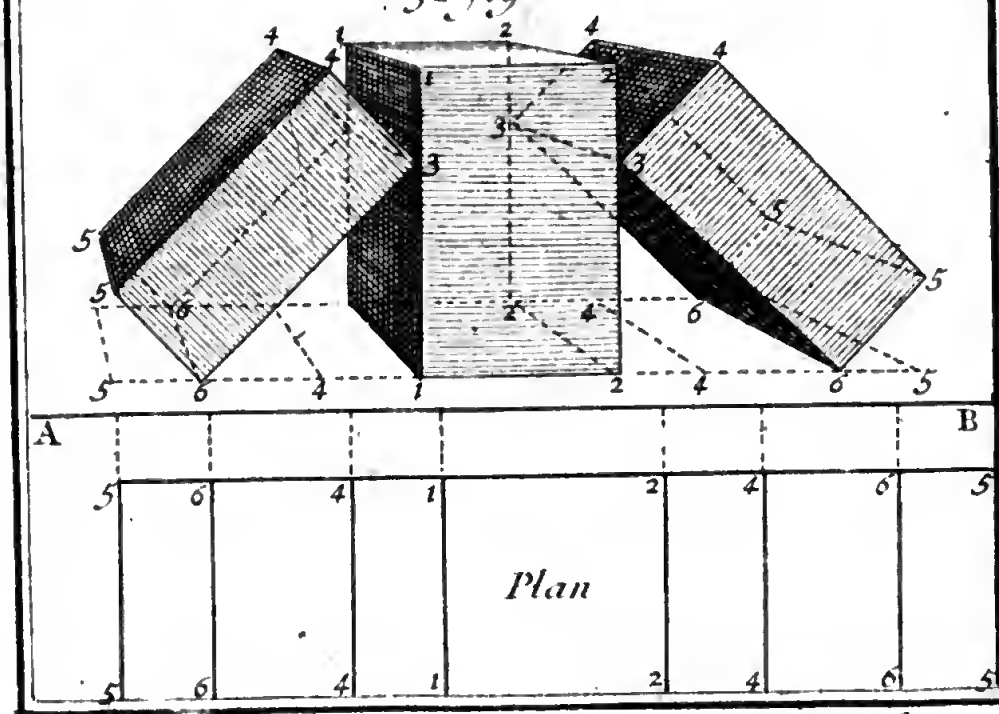

EN ROMA


Profil
Plan
5e. fig.
Plan
Plan
Berey fec

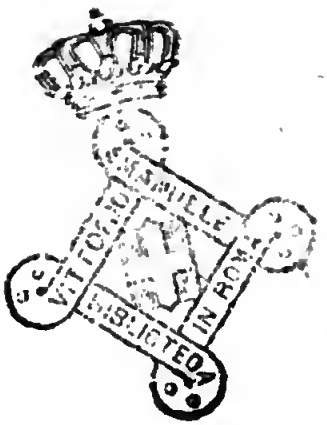
52. fig.

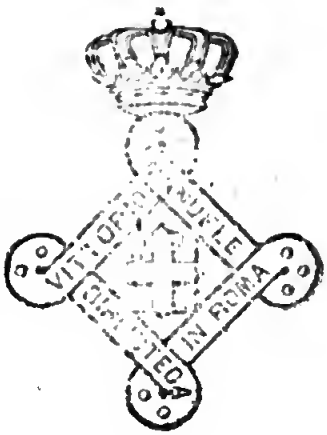


52. fig.

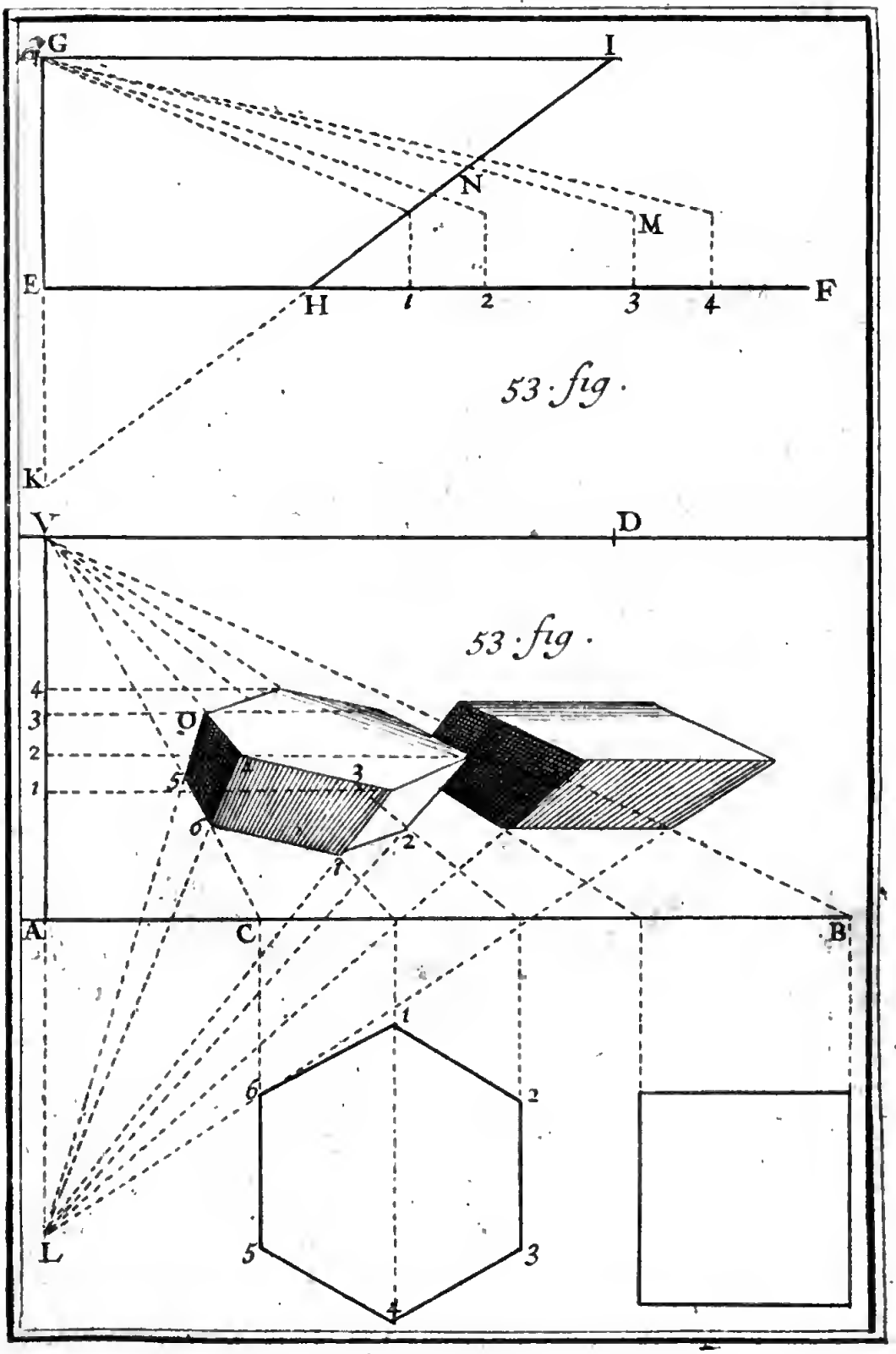


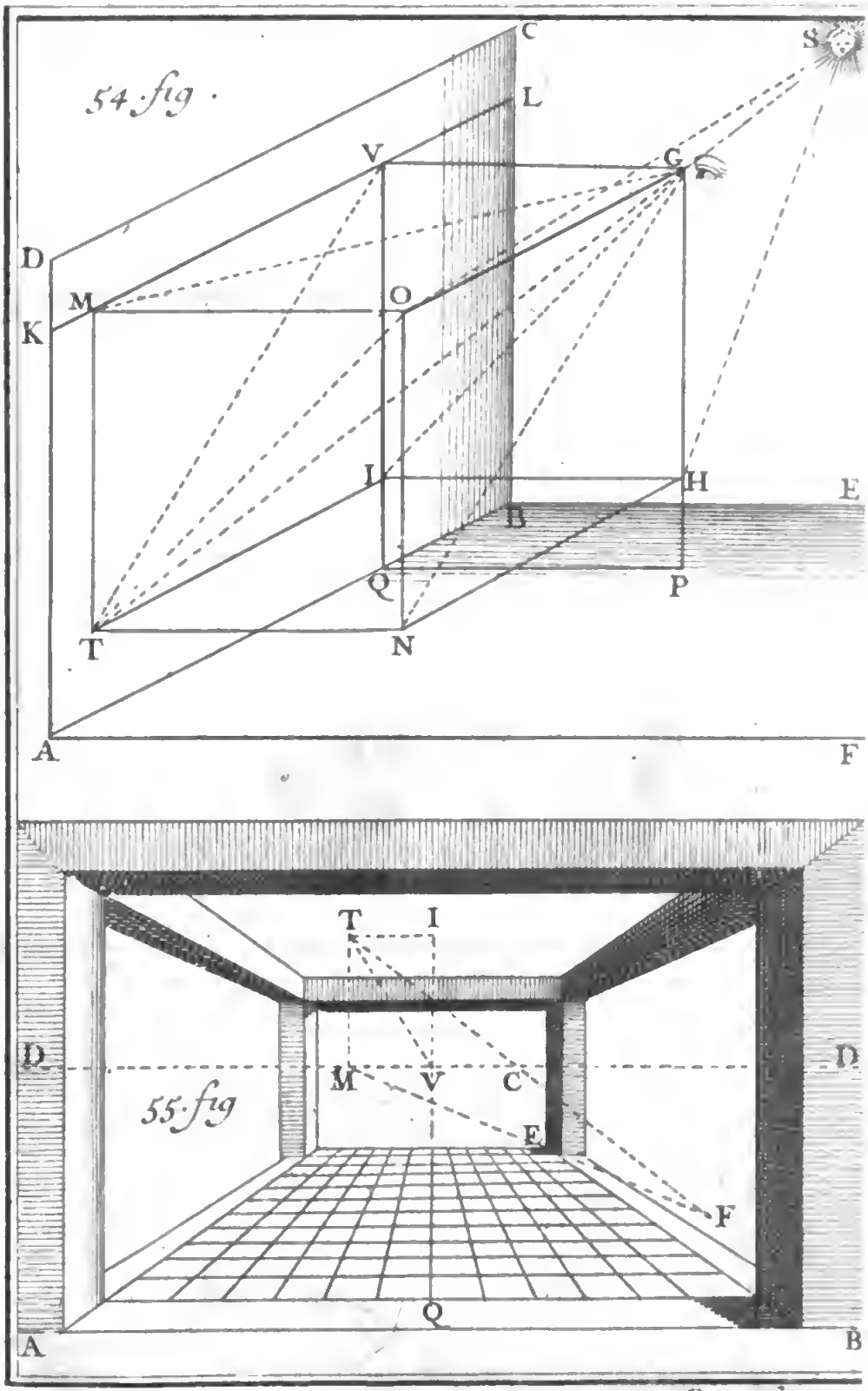
Berey. sc.


VITTORIO
EMANUELE
BIBLIOTECA
IN ROMA

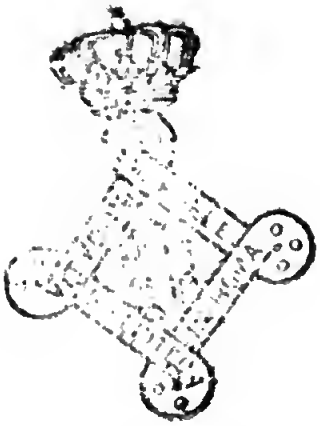


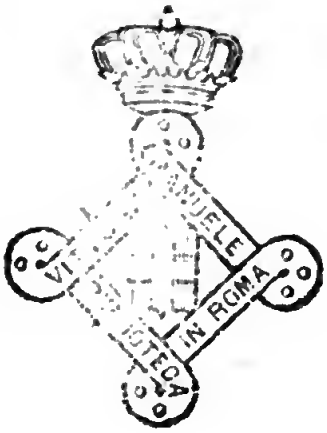
Digitized by Google

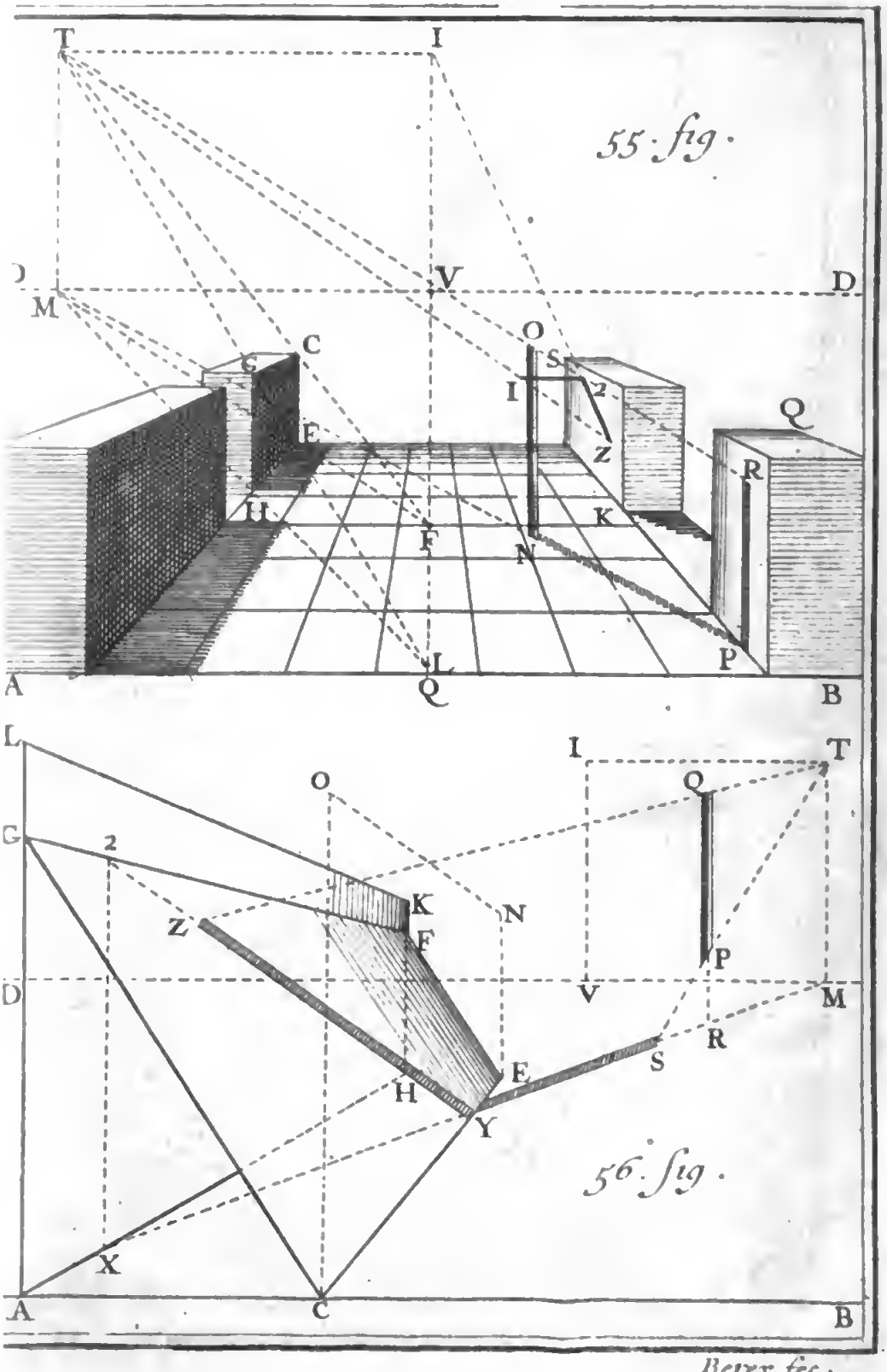

G
I
N
M
E
H
1
2
3
4
F
K
V
D
A
C
B
L
O
5
6
53. fig.
53. fig.

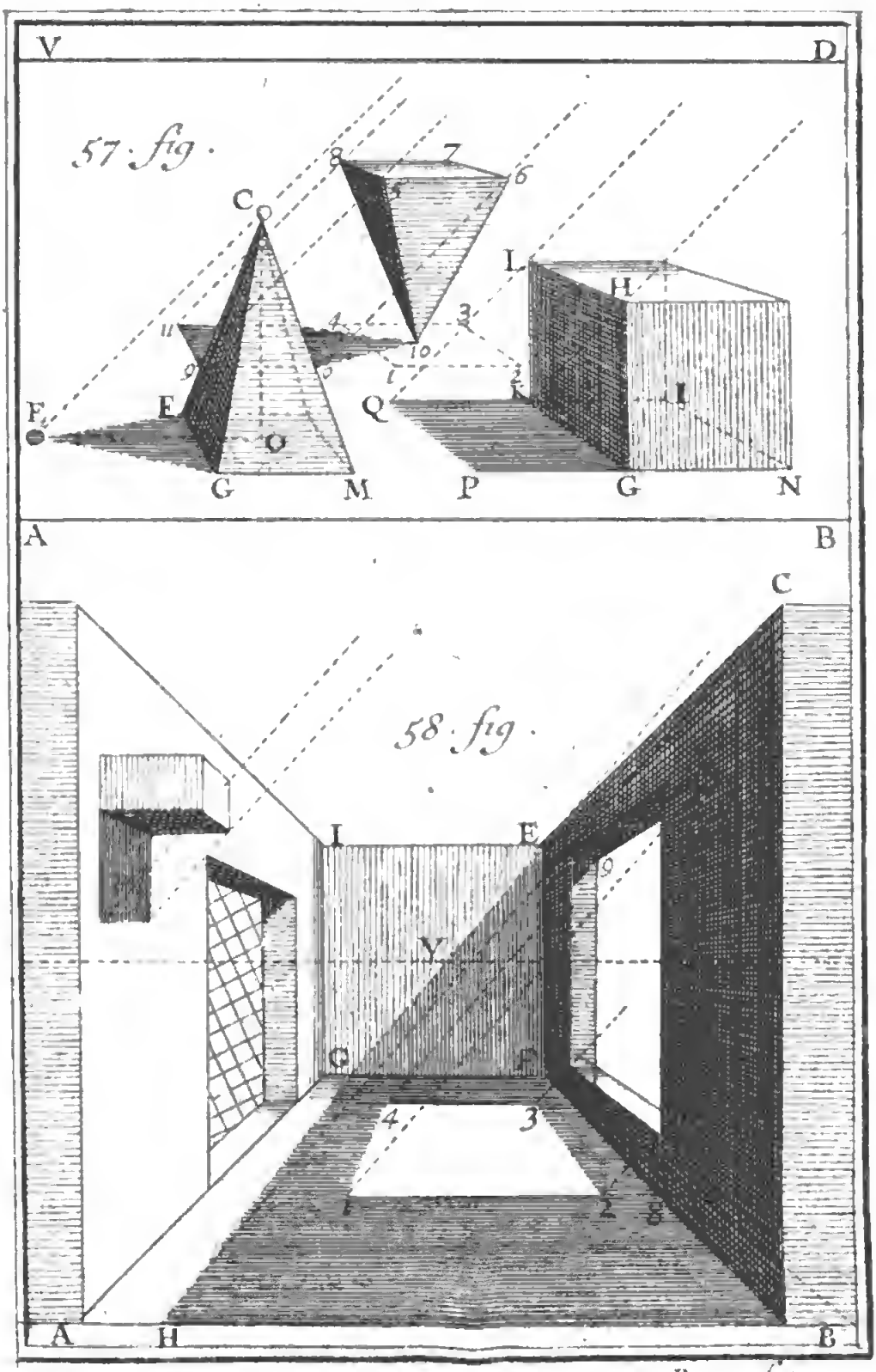


Berey fec.

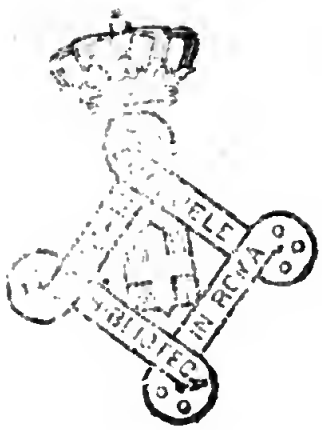


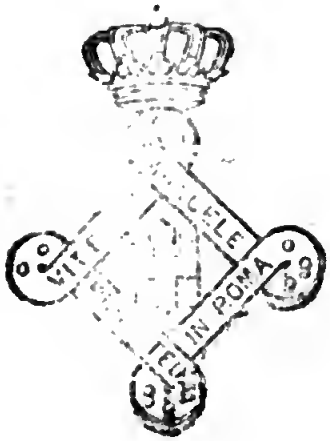

IN ROMA

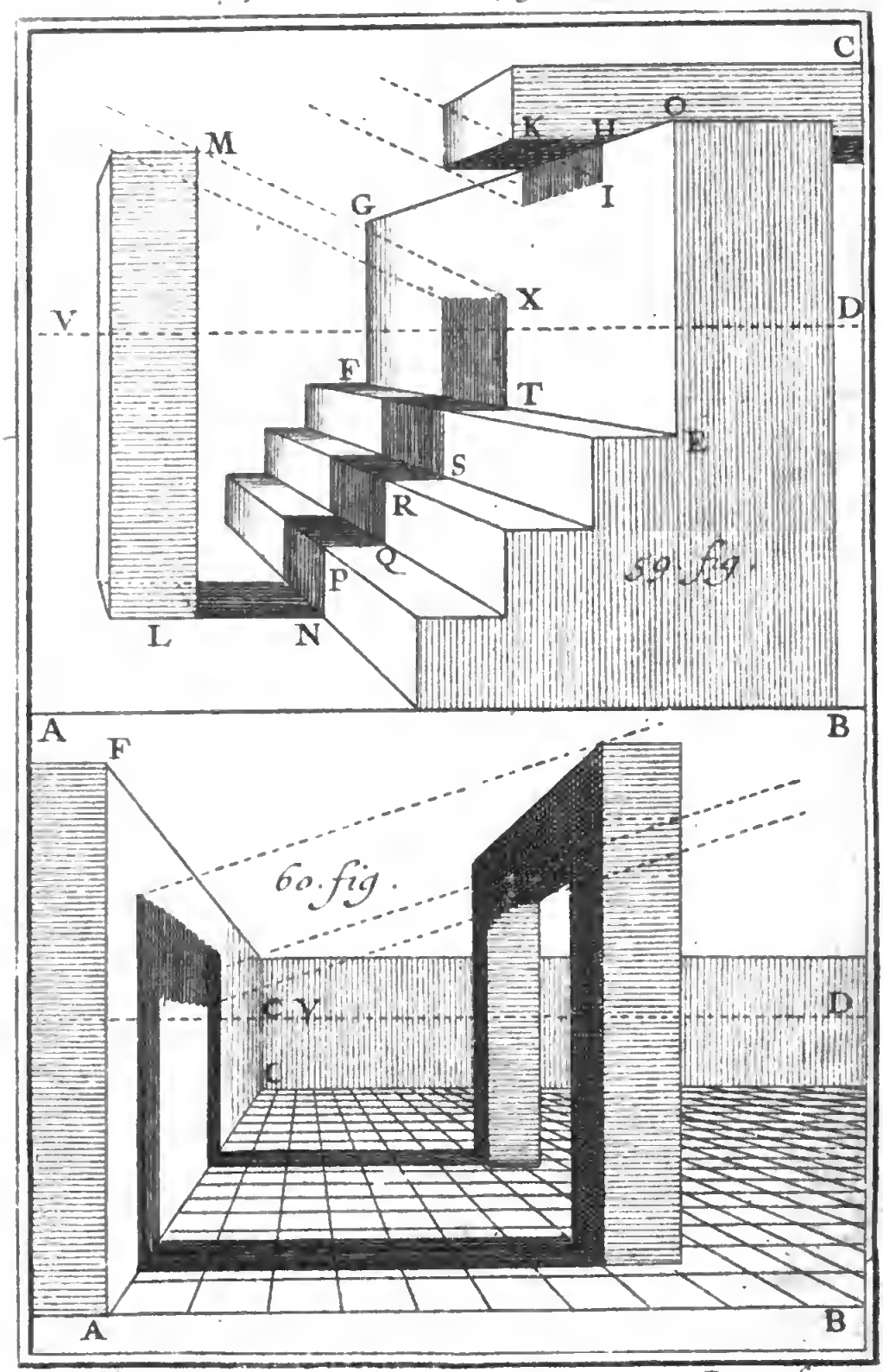

T
I
55 fig.
D
M
V
D
C
G
E
H
O
S
I
2
Z
Q
R
K
F
N
L
P
A
Q
B
L
I
T
O
Q
G
2
K
N
Z
F
P
D
V
M
R
E
S
H
Y
56 fig.
X
A
C
B
Berey fec.


V
D
57 fig .
C
8
7
6
L
H
4
3
10
11
9
5
1
2
F
E
Q
I
G
M
P
G
N
A
B
C
58 fig .
I
E
9
V
G
F
4
3
1
2
8
A
H
B

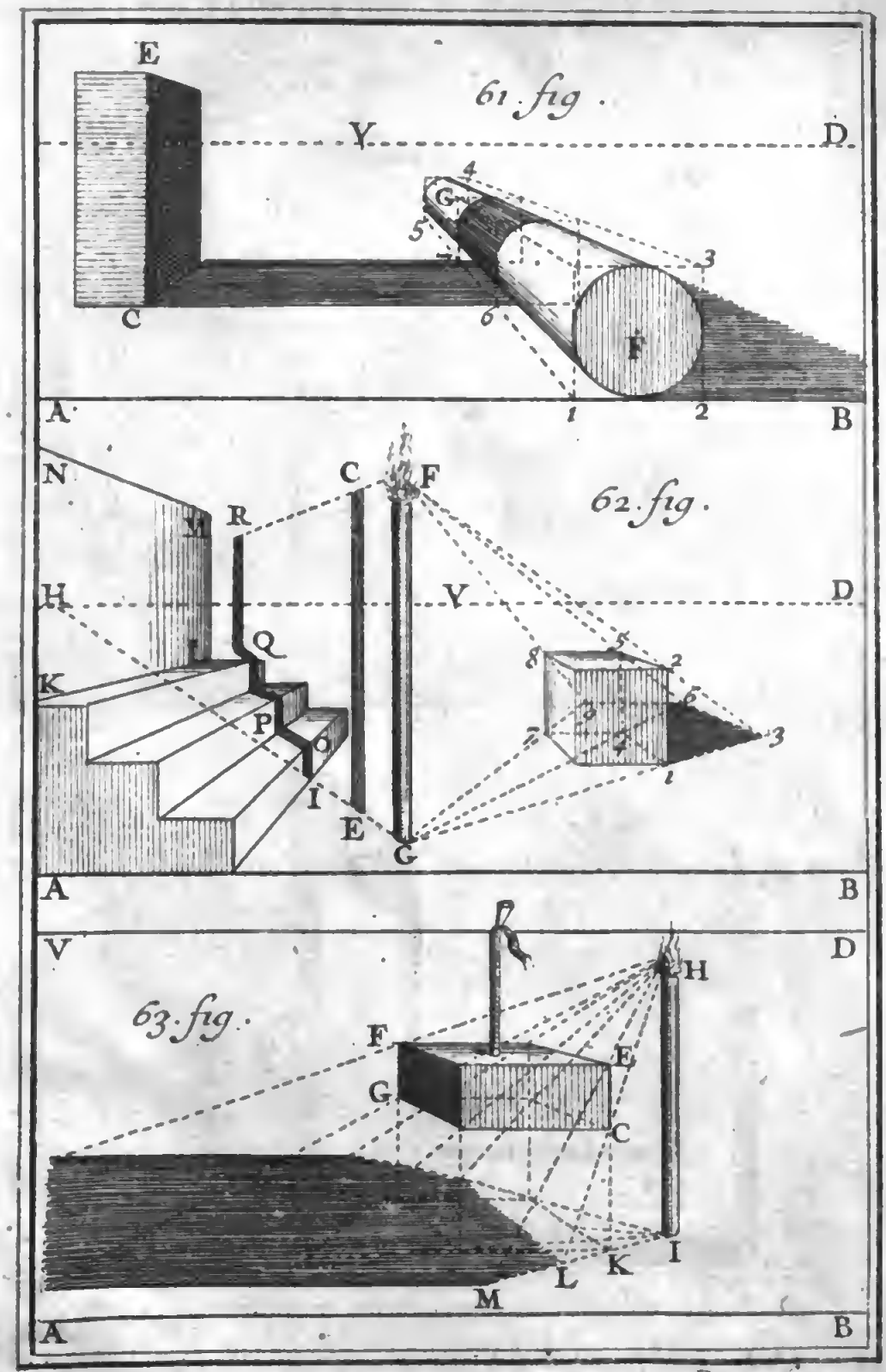
Berey fec .


ELE
IN ROMA

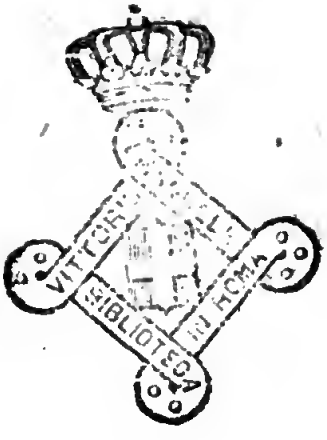

IN POMA

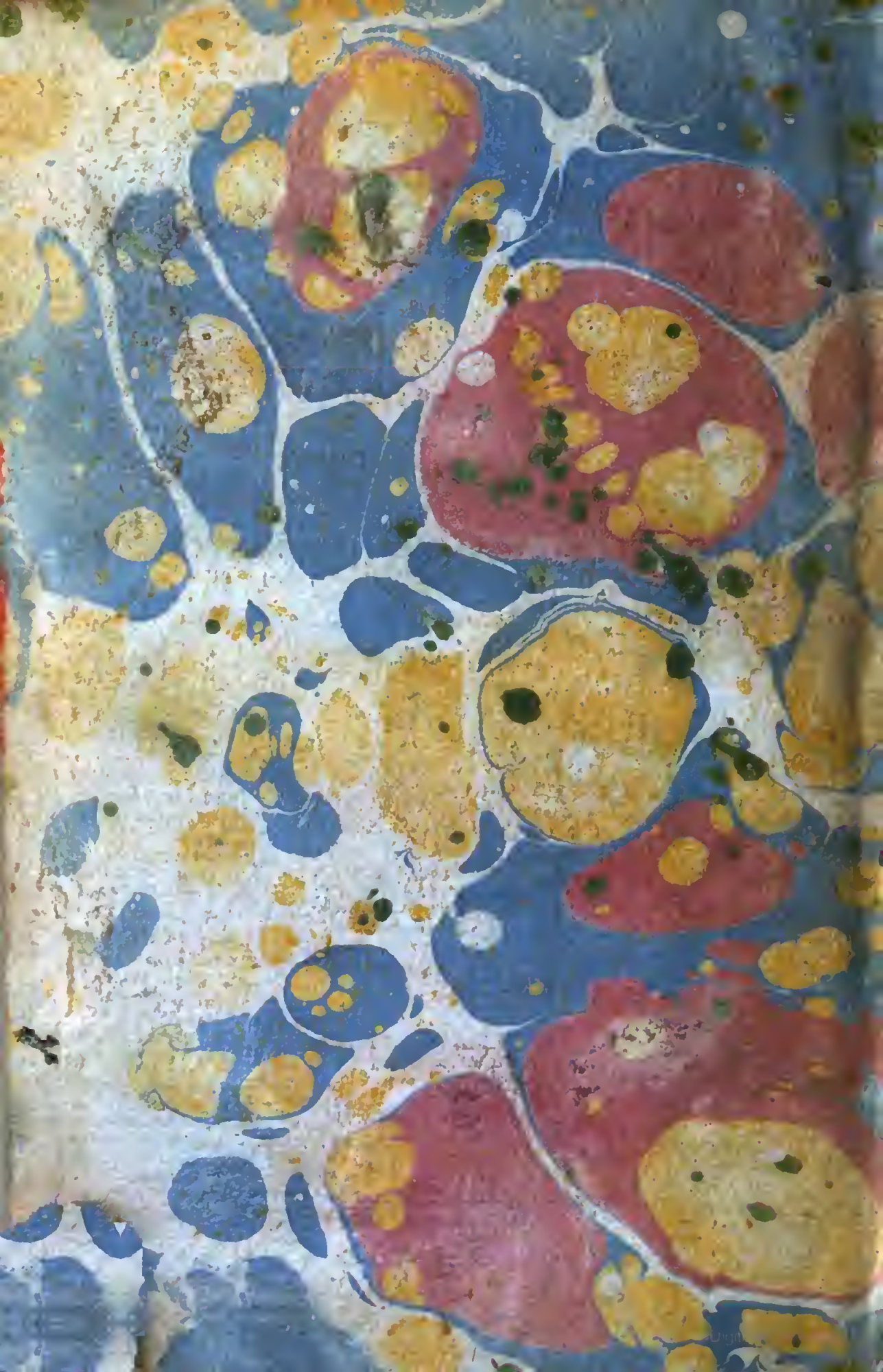


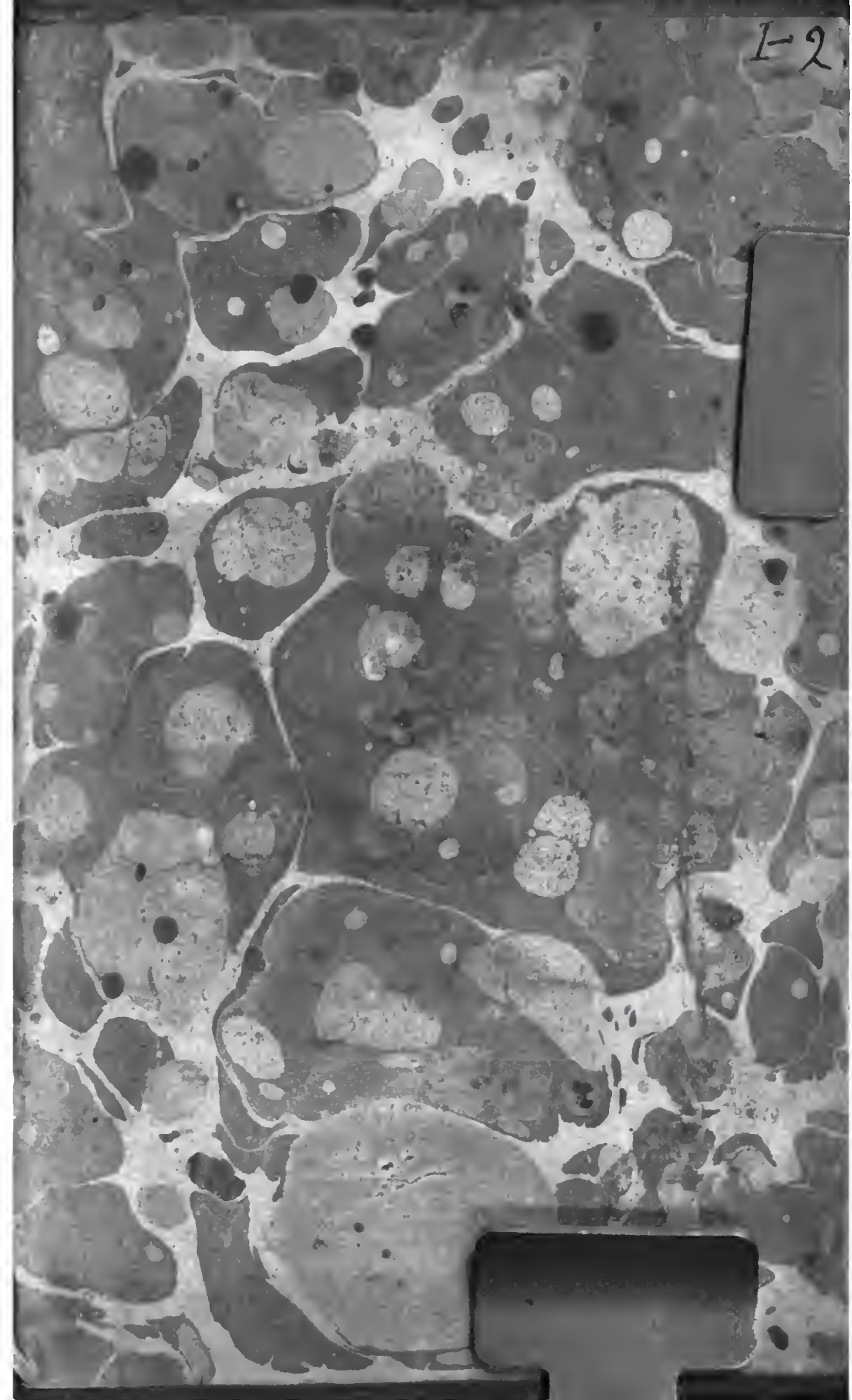
Berey fec.


61 fig.
E
Y
D
C
4
G
5
3
6
F
A
1
2
B
62 fig.
N
C
F
M
R
H
Y
D
Q
K
P
I
E
G
A
B
63 fig.
V
D
H
F
E
G
C
I
K
L
M
A
B

Berey fec.


VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA
DI ROMA




I-2